

Contrôle de fondements des mathématiques, L1 MIASHS UP1
(durée : 60 minutes, justifier toutes vos réponses)

Exercice 1, questions de cours

1. Donner la définition de l'ensemble des parties d'un ensemble, E .
2. Donner un exemple de sous-ensemble de \mathbb{N} défini de manière extensive.
3. Donner un exemple de sous-ensemble de \mathbb{R} défini par compréhension.
4. L'opération d'intersection entre ensembles est-elle associative ? commutative ?

Exercice 2 Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses :

1. $\forall n \in \mathbb{N} \exists p \in \mathbb{N} n = 2p$
2. $\forall n \in \mathbb{N} \exists p \in \mathbb{N} p = 2n$
3. $\exists p \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} p = 2n$
4. $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} (x^2 = y^2) \Rightarrow (x = y)$
5. $\forall x \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{N} 2^n \geq x$
6. $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \exists z \in \mathbb{R} (x + y + z)^2 + (x + y + z) + 1 = 0$

Exercice 3 Construire la table de vérité des propositions suivantes :

1. $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
2. $\neg(p \vee \neg q)$