



SÉMINAIRE DÉCISIONS FINANCIÈRES ET FISCALITÉ - F. TURQ

FINANCEMENT PAR CRÉDIT-BAIL IMMOBILIER

Les opérations de crédit-bail immobilier sont régies au 2 de l'article L313-7 du **Code Monétaire et Financier**.

Article L313-7

Les opérations de crédit-bail mentionnées par la présente sous-section sont :

1. Les opérations de **location de biens d'équipement ou de matériel d'outillage** achetés en vue de cette location par des entreprises qui en demeurent propriétaires, lorsque ces opérations, quelle que soit leur qualification, donnent au locataire la possibilité d'acquérir tout ou partie des biens loués, moyennant un prix convenu tenant compte, au moins pour partie, des versements effectués à titre de loyers ;

2. Les opérations par lesquelles une entreprise donne en location des **biens immobiliers** à usage professionnel, achetés par elle ou construits pour son compte, lorsque ces opérations, quelle que soit leur qualification, permettent aux locataires de devenir propriétaires de tout ou partie des biens loués, au plus tard à l'expiration du bail, soit par cession en exécution d'une promesse unilatérale de vente, soit par acquisition directe ou indirecte des droits de propriété du terrain sur lequel ont été édifiés le ou les immeubles loués, soit par transfert de plein droit de la propriété des constructions édifiées sur le terrain appartenant audit locataire.

...

3. Les opérations **de location de fonds de commerce**, d'établissement artisanal ou de l'un de leurs éléments incorporels, assorties d'une promesse unilatérale de vente moyennant un prix convenu tenant compte, au moins pour partie, des versements effectués à titre de loyers, à l'exclusion de toute opération de location à l'ancien propriétaire du fonds de commerce ou de l'établissement artisanal.

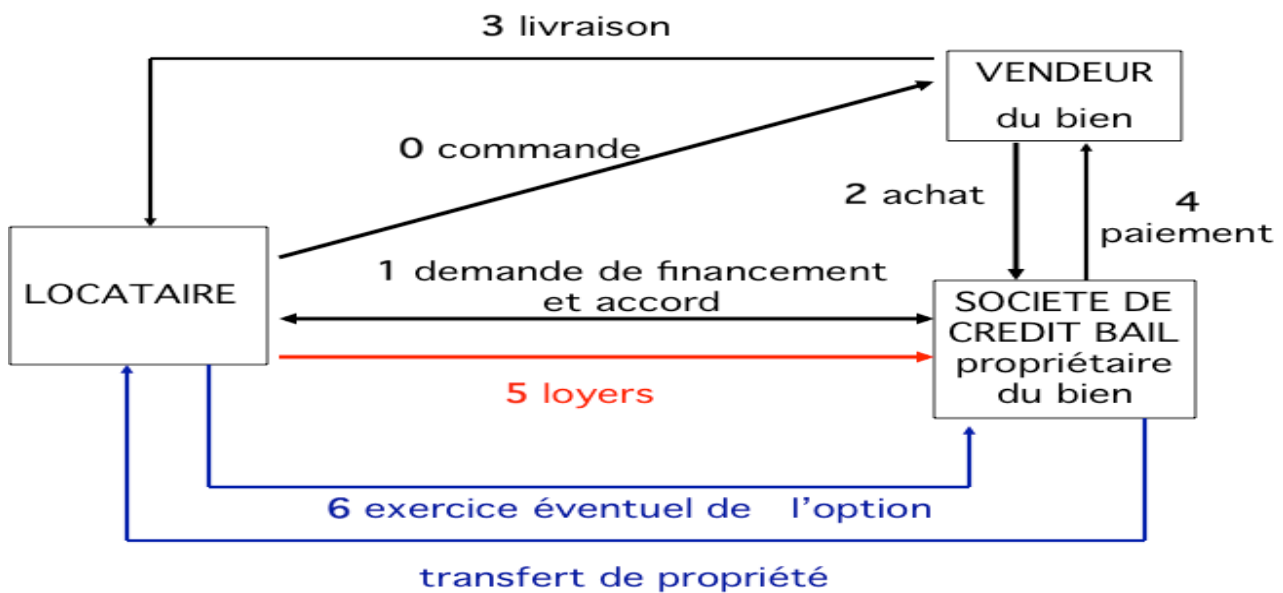
4. Les opérations de location de parts sociales ou d'actions prévues aux articles L. 239-1 à L. 239-5 du code de commerce, assorties d'une promesse unilatérale de vente moyennant un prix convenu tenant compte, au moins pour partie, des versements effectués à titre de loyers.

I - IMPOTS DIRECTS

Les règles actuelles s'appliquent à toutes les sociétés de crédit-bail, SICOMI ou autres, pour les contrats conclus depuis le 01/01/96 (articles 239 sexies à 239 sexies D).

Les opérations de crédit-bail se caractérisent généralement par des relations contractuelles qui comportent simultanément les éléments suivants :

- un engagement de location d'un bien pour une durée déterminée et moyennant le versement d'un loyer ;
- la possibilité pour le preneur de devenir propriétaire du bien en exécution en principe d'une promesse unilatérale de vente, pour un prix donné.



Le problème concerne :

- le bailleur, propriétaire du bien, pour qui on doit déterminer :
 - o les charges déductibles, notamment l'amortissement du bien,
 - o le gain ou la perte en cas de levée de l'option par le preneur ;

- le preneur, pour qui on doit déterminer :
 - o le montant du loyer dont la déduction est soumise à certaines règles particulières,
 - o les conséquences de la cession éventuelle du contrat avant levée de l'option,
 - o les conséquences de la levée de l'option,
 - o le gain ou la perte en cas de cession du bien après levée de l'option.

I - 1 Le bailleur

Le régime a évolué en 2004. Il existe désormais une option, le bailleur pouvant amortir le bien :

- soit sur sa durée comptable d'utilisation,
- soit exercer une option pour l'amortir sur la durée du contrat.

a) droit commun : amortissement comptable de l'immeuble sur sa durée de vie

En cours de contrat : La logique du crédit bail est que le preneur lève l'option, ce qui amène une perte pour le bailleur qui voit disparaître un actif et subira donc inéluctablement une perte.

La loi entérine les pratiques financières du crédit-bail et autorise la constitution d'une provision déductible égale, à la clôture de chaque exercice, à la différence entre :

- le montant cumulé de la quote-part de loyers déjà acquis prise en compte pour la fixation du prix de vente convenu pour la cession éventuelle de l'immeuble à l'issue du contrat,
- et le total des amortissements pratiqués et des frais supportés par le crédit bailleur lors de l'acquisition de l'immeuble.

L'interdiction de cette provision subsiste pour le crédit-bail mobilier.

On ne doit pas oublier par ailleurs que le bailleur doit amortir l'actif dont il est propriétaire.

En fin de contrat : La provision constituée par le crédit bailleur est rapportée en totalité au résultat imposable de l'exercice au cours duquel la location prend fin. En fin de contrat, en cas de cession de l'immeuble suite à la levée de l'option par le preneur, le régime des plus values n'est pas

applicable : la perte provenant de la levée de l'option par le preneur est intégralement déductible du résultat imposable au taux normal : il y a donc une neutralisation de fait.

b) option : amortissement financier de l'immeuble sur la durée du contrat

Dans ce cas, l'amortissement étant pratiqué sur la durée du contrat, la valeur nette doit être nulle à la fin de ce contrat ; il n'y a donc plus de provision pour perte à terminaison. Il y a bien un amortissement, mais financier.

La dotation à l'amortissement de chaque exercice est alors égale à la fraction du loyer acquise au titre de cet exercice, qui correspond à l'amortissement du capital engagé pour l'acquisition des biens donnés à bail.

On est donc bien dans un calcul où l'en prend en compte l'emprunt équivalent.

Toutefois, même en cas d'option pour l'amortissement financier, la possibilité de constituer les provisions en cause reste ouverte aux entreprises pratiquant le crédit-bail mobilier, pour les contrats au titre desquels elles cèdent leurs créances futures de crédit-bail à un fonds commun de créances (titrisation à étudier au 2^{ème} semestre).

Cette possibilité est également ouverte aux entreprises pratiquant le crédit-bail immobilier sur le terrain, partie non amortissable de l'investissement objet du contrat.

Finalement, les conséquences sont identiques pour le bailleur, seule la structure des charges déductibles est modifiée et leur répartition dans le temps, l'exercice de l'option correspondant à la disparition de la nécessité de comptabiliser la provision pour perte à terminaison, sauf pour le terrain qui n'a pas été amorti.

En cas de cession du contrat : la plus-value est égale à la différence entre le prix de cession du contrat et son coût de revient (frais et loyers non déductibles).

- Dans le cas où le cédant relève de l'IR, il faut ventiler la plus value éventuelle entre la part du terrain et celle de la construction ; il faut également, sur cette base, faire une distinction entre CT et LT.
- Cette distinction n'est pas applicable lorsque le cédant relève de l'IS : la plus-value est intégralement imposée au taux normal.

I - 2 Le preneur

Les dispositions sont applicables aux entreprises relevant de l'IR (BIC, BA, BNC) ; elles s'appliquent donc aux SCI prenant en crédit-bail pour sous-louer (BNC non professionnels). Elles s'appliquent également aux sociétés relevant de l'IS.

Pour le preneur, la question qui se pose est de déterminer si l'acquisition (en cas de levée d'option) est financée par des loyers qui sont déductibles.

Pour l'immeuble, les charges déductibles sont normalement l'amortissement et le coût du financement (l'équivalent d'un intérêt inclus dans le loyer).

Pour le terrain, la situation est différente : s'agissant d'un actif non amortissable, seule la partie du loyer correspondant au coût du financement est une charge déductible, ce qui exclut une fraction des loyers, particulièrement lorsque l'option d'achat est à un prix faible.

Option d'achat finale : Dans beaucoup d'opérations, l'option d'achat finale est réduite : il s'agit d'amener le preneur à prendre cette décision, déchargeant ainsi le bailleur de l'obligation de reprendre le bien.

La valeur de l'option finale d'achat a un rôle déterminant dans la détermination des loyers déductibles. Le prix dérisoire de l'option peut être en fait une source de complications pour le preneur. En effet, le montant financé correspond à un terrain et un immeuble.

- Dans le cas où l'option finale est supérieure au prix du terrain, on peut considérer que les loyers ont financé intégralement l'immeuble amortissable et que l'option permet l'achat final du terrain.
- Dans le cas où l'option finale est inférieure au prix du terrain (par exemple 1 euro symbolique) et que l'achat du terrain a donc été comptabilisé dans les charges, ce qui entraînerait une réintégration partielle des loyers.

Pour la détermination de la quote-part non déductible des loyers, le prix convenu pour la cession de l'immeuble à l'issue du contrat est réputé affecté en priorité au prix de vente des éléments non amortissables.

Par suite, lorsque le prix convenu pour la cession de l'immeuble à l'issue du contrat est au moins égal à la valeur du terrain à la signature du contrat de crédit-bail, la quote-part des loyers prise en compte pour la détermination du prix de cession de l'immeuble à l'issue du contrat ne se rapporte qu'à des éléments amortissables et les loyers sont donc entièrement déductibles.

Exemple 1	Exemple 2
<ul style="list-style-type: none"> - Immeuble 5 100 000 - Terrain 900 000 - Option finale à la 15^{ème} année 1 000 000 - 15 loyers de 673 810,44 	<ul style="list-style-type: none"> - Immeuble 5 100 000 - Terrain 900 000 - Option finale à la fin de la 15^{ème} année 300 000 - 15 loyers de 701 726,67
L'option finale étant supérieure au prix du terrain, il en résulte que les 15 loyers sont intégralement déductibles. On considère en effet que les loyers n'ont pas financé le terrain qu'il faut acheter pour 1 000 000 alors que sa valeur d'origine est 900 000.	Dans ce cas, l'option réduite démontre que le paiement d'une partie du prix du terrain a été incorporée dans les loyers ; leur déduction est donc limitée (calculs souvent non pris en compte lors de la signature du contrat et surprise désagréable finale).

OPTION > TERRAIN	OPTION < TERRAIN
↓	↓
Les loyers ont donc financé seulement l'immeuble	Les loyers ont financé terrain + immeuble
↓	↓
Déduction intégrale des loyers	Déduction exclue pour la part des loyers ayant financé le terrain

- a) **En cours de contrat** : la quote-part de loyers prise en compte pour la détermination du prix de cession de l'immeuble à l'issue du contrat et se rapportant à des éléments non amortissables n'est pas déductible du résultat imposable du preneur. Pour la détermination de la quote-part du loyer à réintégrer, le loyer dû est réputé affecté :
- en premier lieu au financement des frais supportés par le bailleur lors de l'acquisition,
 - puis aux éléments amortissables
 - et enfin aux éléments non amortissables.

Détermination des loyers non déductibles

La question ne se pose que dans le 2^{ème} cas (option < prix du terrain)

Un ordre est fixé pour la détermination du montant déductible. Le loyer est réputé être affecté :

- en premier lieu au financement des frais supportés par le bailleur lors de l'acquisition de l'immeuble,
- puis aux éléments amortissables
- et enfin aux éléments non amortissables.

Cette règle conduit à reporter sur les dernières années de la période de location la quote-part non déductible des loyers.

Pour le preneur, la fixation d'une option très réduite (1 euro ?) est attirante, mais elle entraîne l'obligation du calcul des loyers non déductibles. Cela suppose une décomposition financière du planning des loyers.

Ces calculs supposent l'établissement du plan d'amortissement du capital, selon la même logique financière que celle applicable à l'amortissement d'un emprunt. Il en résulte une difficulté pour le preneur : il lui faudrait connaître le taux de son financement.

Si, pour un emprunt, le débiteur est tenu informé du taux pratiqué par le prêteur, il n'en est pas de même pour un crédit-bail. Le bailleur n'est tenu que de faire connaître :

- Le prix total = \sum (dépôt de garantie + loyers + option)
- le coût du financement = prix total - prix du bien

Il convient donc au préalable de traiter le problème dans son cadre financier (cf. annexe pour les développements mathématiques) :

	Annuité	Intérêt	Amortissement du capital emprunté
	↓	↓	↓
	loyers	intérêts	"loyers" retenus pour fixation prix de vente
1	701 727	447 389	254 338
2	701 727	429 585	272 142
3	701 727	410 535	291 192
4	701 727	390 152	311 575
5	701 727	368 341	333 385
6	701 727	345 004	356 722
7	701 727	320 034	381 693
8	701 727	293 315	408 411
9	701 727	264 727	437 000
10	701 727	234 137	467 590
11	701 727	201 405	500 321
12	701 727	166 383	535 344
13	701 727	128 909	572 818
14	701 727	88 811	612 915
15	701 727	45 907	655 819
	10 525 900	4 134 634	6 391 266

Il faut donc que le preneur calcule le taux de son financement ou obtienne l'information de son bailleur pour arriver à déterminer les réintégrations à effectuer !

Pour la détermination de la quote-part du loyer à réintégrer

- le loyer dû est réputé affecté **en premier lieu au financement des frais** supportés par le bailleur lors de l'acquisition,
- **puis aux éléments amortissables**
- **et enfin aux éléments non amortissables**

	loyers	intérêts	"loyers" retenus pour fixation prix de vente	loyers affectés financement frais	loyers affectés financement constructions	loyers affectés financement terrain	loyers non déductibles
1	701 727	447 389	254 338	254 338			
2	701 727	429 585	272 142	245 662	26 480		
3	701 727	410 535	291 192		291 192		
4	701 727	390 152	311 575		311 575		
5	701 727	368 341	333 385		333 385		
6	701 727	345 004	356 722		356 722		
7	701 727	320 034	381 693		381 693		
8	701 727	293 315	408 411		408 411		
9	701 727	264 727	437 000		437 000		
10	701 727	234 137	467 590		467 590		
11	701 727	201 405	500 321		500 321		
12	701 727	166 383	535 344		535 344		
13	701 727	128 909	572 818		572 818		
14	701 727	88 811	612 915		477 463	135 447	135 447
15	701 727	45 907	655 819			655 819	655 819
	10 525 900	4 134 634	6 391 266	500 000	5 100 000	791 266	791 266

b) En cas de cession du contrat : la plus-value est égale à la différence entre le prix de cession du contrat et son coût de revient (frais et loyers non déductibles). Dans le cas où le cédant relève de l'IR, il faut ventiler la plus value éventuelle entre la part du terrain et celle de la construction ; il faut également, sur cette base, faire une distinction entre CT et LT.

c) En fin de contrat, par levée de l'option : l'objectif est de réintégrer l'excédent de l'amortissement financier sur l'amortissement technique (la durée d'un contrat est bien évidemment inférieure à la durée de vie de l'immobilisation). La réintégration à effectuer est calculée comme la différence entre :

- la valeur de l'immeuble lors de la signature du contrat diminuée du prix de levée de l'option,
- et le montant total des amortissements que le preneur aurait dû pratiquer s'il avait été propriétaire du bien. Ce montant est diminué de la quote-part des loyers non déductibles, pour les contrats postérieurs au 01/01/96.

CGI article 239 sexies

I. - Lorsque le prix d'acquisition, par le locataire, de l'immeuble pris en location par un contrat de crédit-bail conclu avec une société immobilière pour le commerce et l'industrie est inférieur à la différence existant entre la valeur de l'immeuble lors de la signature du contrat et le montant total des amortissements que le locataire aurait pu pratiquer s'il avait été propriétaire du bien depuis cette date, le locataire acquéreur est tenu de réintégrer, dans les résultats de son entreprise afférents à l'exercice en cours au moment de la cession, la fraction des loyers versés pendant la période au cours de laquelle l'intéressé a été titulaire du contrat et correspondant à ladite différence diminuée du prix de cession de l'immeuble. Le montant ainsi déterminé est diminué des quotes-parts de loyers non déductibles

SITUATION DU PRENEUR A LA LEVÉE DE L'OPTION		
	Option > terrain	Option < terrain
Valeur d'ensemble à signature du contrat	6 000 000	6 000 000
Prix de levée de l'option	-1 000 000	-300 000
Amortissements théoriques : 5 100 000 * (15/30)	<u>-2 550 000</u>	<u>-2 550 000</u>
VNC théorique	=2 450 000	3 150 000
Loyers non déductibles	<u>0</u>	<u>-791 266</u>
Montant de la réintégration	2 450 000	2 358 734

On note le faible écart entre les deux montants de la réintégration.

Pour les immeubles de bureau en Ile de France, la quote-part de loyers n'est déductible que dans la limite des frais d'acquisition et de l'amortissement que le preneur aurait dû pratiquer s'il avait été propriétaire, ce qui a une incidence sur le montant de la plus-value en cas de cession du contrat.

Une analyse complète de la situation du preneur amène à enregistrer une provision pour impôt : à la levée de l'option, le preneur va en effet prendre un bien dont la valeur comptable est en général supérieure au montant de l'option. Il y aura donc un gain et un impôt ; il doit donc provisionner cet impôt mais la provision n'est pas déductible.

Lorsque l'option d'achat est levée, le bien acquis est inscrit à l'actif du bilan pour son prix d'achat. Il s'agit du prix convenu au contrat pour la levée de l'option d'achat, déduction faite le cas échéant de la TVA récupérable. Ce prix doit faire l'objet d'un amortissement échelonné sur la durée normale d'utilisation du bien appréciée à la date de la levée d'option. S'agissant d'un élément usagé, l'amortissement est obligatoirement pratiqué selon le mode linéaire.

d) En cas de cession du bien après levée de l'option : la plus-value de cession est déterminée par différence entre le prix de cession du bien et son prix de revient, diminué des amortissements pratiqués.

En cas de cession d'un immeuble moyennant un prix global couvrant les constructions et le terrain, il y a lieu de déterminer le résultat de la cession en distinguant la part de ce résultat afférente respectivement aux constructions et au terrain.

Si le preneur est assujéti à l'IS, la plus value est intégralement à court terme, imposée au taux normal ; si le preneur est assujéti à l'IR, il convient de répartir la plus value entre court terme et long terme.

e) Crédit bail contracté par une SCI

Un montage est assez fréquent : une SCI prend en crédit bail l'ensemble immobilier et le sous-loue à une société industrielle ou commerciale. Les deux sociétés ont les mêmes associés.

Il faut d'abord remarquer que :

- si la location immobilière effectuée par une personne physique ou une société transparente génère des revenus fonciers,
- la sous location correspond à des bénéfices non commerciaux non professionnels.

Or, le fait que la SCI, crédit preneur, sous loue le bien correspond à cette deuxième situation.

La levée de l'option par la SCI la fait devenir propriétaire des biens. Les loyers perçus par elle vont changer de nature : on passera des BNC aux revenus fonciers.

Pour l'administration fiscale, il y a donc cessation de l'activité BNC, qui entraîne imposition de la plus value finale et non pas réintégration à l'occasion de la levée d'option !

Le Conseil d'État tire toutes les conséquences des opérations juridiques réalisées par la SCI. Il motive sa décision par le fait que l'exercice de l'option d'achat prévue au contrat a entraîné un changement d'activité de la société : elle a cessé son activité de sous-location au profit d'une activité de location directe relevant des revenus fonciers. Le changement de régime fiscal qui en découle rend immédiatement imposable la plus-value acquise à cette date par l'immeuble.¹

f) Obligations déclaratives en cas de cession d'un contrat de crédit-bail mobilier ou immobilier, ou cession d'un bien acquis en application d'un tel contrat

Opérations réalisées avec des SICOMI	Les SICOMI sont tenues de fournir, en fin de bail, au locataire acquéreur ainsi qu'à l'administration, les renseignements nécessaires à la détermination du montant de la somme à réintégrer dans les résultats imposables de celui-ci (art 239 sexies CGI)
Opérations réalisées avec d'autres organismes	Attestation délivrée par l'organisme bailleur : <ul style="list-style-type: none"> - Identification de l'entreprise de crédit-bail - Identité et adresse du locataire - Date et durée du contrat - Prix de revient de l'immeuble en distinguant les éléments amortissables des éléments non amortissables - Date d'acquisition de l'immeuble par le locataire - Tableau d'amortissement de l'immeuble

II - DROITS D'ENREGISTREMENT

Il résulte des dispositions de l'article L. 313 10 du CoMoFi que seuls les contrats de crédit-bail immobilier qui emportent constitution d'un bail d'une durée supérieure à douze ans sont soumis à l'obligation de soumettre à la publicité foncière les contrats de crédit-bail immobilier dont la durée est supérieure à douze ans s'applique à l'ensemble des usagers concernés. Le fait que le crédit-bailleur soit une commune ne saurait l'en dispenser.²

III - TVA

Les loyers sont normalement soumis à TVA.

Le crédit-bail immobilier présente ainsi un avantage important pour le crédit-preneur qui ne serait pas assujéti à la TVA :

- S'il achète le bien, il ne peut récupérer la TVA sur le prix d'achat
- S'il le prend en crédit-bail, cette non-récupération est donc étalée dans le temps sur la durée du contrat, ce qui présente un avantage de trésorerie important.³

Article L313-10

Les opérations mentionnées à l'article L. 313-7 sont soumises à une publicité ...

Dans la mesure où le locataire exerce une activité industrielle et commerciale, le taux est en principe fixé à 3,80% plus 1,20% de taxe communale (0,60% en cas de cessions-bails ou lease-back).

¹ <https://www.legifrance.gouv.fr/ceta/id/CETATEXT000030314689>



² <https://bofip.impots.gouv.fr/bofip/3135-PGP>

Cf. également le cours sur les droits d'enregistrement

³ CJUE affaire C-103/09,

III - TVA

Lorsqu'elle intervient en vertu d'un contrat de crédit-bail ou de « leasing », la délivrance d'un bien corporel n'est pas considérée comme une livraison de bien. Ce contrat s'analyse en une location assortie pour le preneur d'une simple faculté d'achat.

CONTRAT	PÉRIODE DE LOCATION	LEVÉE DE L'OPTION
		
	TVA Prestation de services	TVA Livraison de biens (si TVA !)

ANNEXES

Article 39 CGI

10. Si un **immeuble** est loué dans les conditions prévues au 2 de l'article L. 313-7 du code monétaire et financier, la quote-part de loyers prise en compte pour la détermination du prix de cession de l'immeuble à l'issue du contrat et se rapportant à des éléments non amortissables n'est pas déductible du résultat imposable du crédit-preneur.

...

Pour l'application du premier alinéa, le loyer est réputé affecté au financement des différents éléments dans l'ordre suivant :

- a. D'abord aux frais supportés par le crédit-bailleur lors de l'acquisition de l'immeuble ;
- b. Ensuite aux éléments amortissables ;
- c. Enfin aux éléments non amortissables.

Pour l'application des premier et deuxième alinéas, le prix convenu pour la cession de l'immeuble à l'issue du contrat est réputé affecté en priorité au prix de vente des éléments non amortissables.

Lorsque le bien n'est pas acquis à l'issue du contrat ou lorsque le contrat de crédit-bail est résilié, les quotes-parts de loyers non déductibles prévues aux premier et deuxième alinéas sont admises en déduction du résultat imposable.

Lorsque le contrat de crédit-bail est cédé, les quotes-parts de loyers non déductibles sont considérées comme un élément du prix de revient du contrat pour le calcul de la plus-value.

Article 39 quinquies I CGI

Les entreprises qui donnent en location un **bien immobilier** dans les conditions prévues au 2 de l'article L. 313-7 du code monétaire et financier peuvent constituer en franchise d'impôt une provision pour prendre en compte la différence entre, d'une part, la valeur du terrain et la valeur résiduelle des constructions et, d'autre part, le prix convenu pour la cession éventuelle de l'immeuble à l'issue du contrat de crédit-bail.

Cette provision, déterminée par immeuble, est calculée à la clôture de chaque exercice. Elle est égale à l'excédent du montant cumulé de la quote-part de loyers déjà acquis prise en compte pour la fixation du prix de vente convenu pour la cession éventuelle de l'immeuble à l'issue du contrat sur le total des amortissements pratiqués dans les conditions du 2° du 1 de l'article 39 et des frais supportés par le crédit-bailleur lors de l'acquisition de l'immeuble.

Ces dispositions sont également applicables aux entreprises qui donnent en location des biens d'équipement ou des matériels d'outillage dans les conditions prévues au 1 de l'article L. 313-7 précité ou qui pratiquent des opérations de location avec option d'achat, et qui n'ont pas opté pour le mode d'amortissement mentionné au deuxième alinéa du I de l'article 39 C ainsi qu'aux entreprises ayant opté pour ce mode d'amortissement, pour les contrats au titre desquels elles cèdent leurs créances de crédit-bail à des fonds communs de créances. La provision est alors égale à l'excédent du montant cumulé de la quote-part de loyers déjà acquis, prise en compte pour la fixation du prix convenu pour la cession éventuelle du bien ou du matériel à l'issue du contrat, sur le total des amortissements pratiqués.

La provision est rapportée en totalité au résultat imposable de l'exercice au cours duquel le preneur lève l'option d'achat du bien. Lorsque l'option n'est pas levée, la provision est rapportée sur la durée résiduelle d'amortissement, au rythme de cet amortissement, et, au plus tard, au résultat imposable de l'exercice au cours duquel le bien est cédé.

ANNEXE

Le traitement de ces problèmes amène à considérer « l'emprunt équivalent » pour la détermination des loyers déductibles.

V_0		Capital emprunté
i		Taux d'intérêt
A_j		Fraction du capital emprunté, remboursée (amortie) à l'échéance j
V_j		capital restant dû après le j ème remboursement
a_j		annuité j, somme du remboursement et de l'intérêt payés à chaque échéance

Les calculs sont :

date	annuité	=	intérêt	+	amortissement	capital restant dû
1	a_1	=	$V_0 i$	+	A_1	$V_1 = V_0 - A_1$
2	a_2	=	$V_1 i$	+	A_2	$V_2 = V_1 - A_2 = V_0 - (A_1 + A_2)$
3	a_3	=	$V_2 i$	+	A_3	$V_3 = V_2 - A_3 = V_0 - \sum_{j=1}^3 A_j$

p-1	a_{p-1}	=	$V_{p-2} i$	+	A_{p-1}	$V_{p-1} = V_0 - \sum_{j=1}^{j=p-1} A_j$
p	a_p	=	$V_{p-1} i$	+	A_p	$V_p = V_0 - \sum_{j=1}^{j=p} A_j$
p+1	a_{p+1}	=	$V_p i$	+	A_{p+1}	$V_{p+1} = V_0 - \sum_{j=1}^{j=p+1} A_j$

n-1	a_{n-1}	=	$V_{n-2} i$	+	A_{n-1}	$V_{n-1} = V_0 - \sum_{j=1}^{j=n-1} A_j$
n	a_n	=	$V_{n-1} i$	+	A_n	$V_n = V_0 - \sum_{j=1}^{j=n} A_j$

Remarques :

Bien évidemment, le concept d'annuité peut être transposé et ce raisonnement permet de traiter les cas des mensualités, trimestrialités, etc., il faut alors utiliser un taux équivalent.

Dans le cas d'emprunts à remboursement unique « in fine », les amortissement A_1 à A_{n-1} sont nuls et $A_n = V_0$

On observe que, dans la dernière annuité : $V_{n-1} = A_n$

Une annuité est donc la somme d'un intérêt et d'un amortissement (nul pour les périodes intermédiaires, en cas de remboursement unique in fine) :

$$a_n = A_n i + A_n = A_n (1+i)$$

$$V_0 = \sum_{j=1}^{j=n} A_j$$

Cette dernière expression est vraie dans tous les cas, indépendamment de la loi d'amortissement. Elle signifie qu'à la fin on aura remboursé la totalité de sa dette (Lapalissade financière).

On peut établir la relation entre deux annuités successives, par exemple a_p et a_{p+1} . La relation peut être la différence entre deux annuités successives :

$$a_{p+1} - a_p = (V_p i + A_{p+1}) - (V_{p-1} i + A_p)$$

$$\text{Avec } V_p = V_{p-1} - A_p$$

On obtient donc :

$$a_{p+1} - a_p = \{(V_{p-1} - A_p) i + A_{p+1}\} - (V_{p-1} i + A_p)$$

$$a_{p+1} - a_p = V_{p-1} i - A_p i + A_{p+1} - V_{p-1} i - A_p$$

$$a_{p+1} - a_p = -A_p i + A_{p+1} - A_p = A_{p+1} - A_p (1+i)$$

DANS LE CAS PARTICULIER (MAIS SI PRATIQUE) DES ANNUITES CONSTANTES :

$$a_{p+1} = a_p$$

D'où l'on peut déduire : $A_{p+1} = A_p (1+i)$

Cette relation exprime que les amortissements sont en progression géométrique de raison $(1+i)$ lorsque les annuités sont constantes.

On peut en déduire quelques relations fort utiles :

1) Relations entre le capital emprunté et les amortissements

Le capital emprunté est égal à la somme des amortissements (dans tous les cas)

$$V_0 = \sum_{j=1}^{j=n} A_j = A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

Lorsque les annuités sont constantes :

$$V_0 = A_1 + A_1 (1+i) + \dots + A_1 (1+i)^{n-1}$$

V_0 est alors exprimé comme étant la somme d'une suite de termes en progression géométrique de raison $(1+i)$, donc croissante car $(1+i) > 1$

On obtient alors deux relations remarquables :

$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
$A_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1}$

2) Relation entre le capital emprunté et les annuités

Le capital emprunté est égal à la valeur actuelle des annuités futures (dans tous les cas)

$$V_0 = a_1 (1+i)^{-1} + a_2 (1+i)^{-2} + \dots + a_n (1+i)^{-n}$$

Dans le cas des annuités constantes, les a étant tous égaux, on a une expression du type :

$$V_0 = a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + \dots + a(1+i)^{-n}$$

V_0 est alors la somme d'une suite de termes en progression géométrique de raison $(1+i)^{-1}$ donc décroissante car $(1+i)^{-1} < 1$

Lorsque les annuités sont constantes, on obtient deux relations remarquables :

$V_0 = a \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$
$a = V_0 \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$

Ainsi, dans l'exemple utilisé :

Exemple 2 :

- Immeuble 5 100 000
- Terrain 900 000
- Option finale à la fin de la 15^{ème} année 300 000
- 15 loyers de 701 726,67

Hypothèse : le taux du financement est 7%

Le montant financé est :

$$5\,100\,000 + 900\,000 - 300\,000 \cdot (1,07)^{-15} = 6\,391\,266,19$$

Pour un tel montant, l'emprunt équivalent correspond à une annuité a telle que :

$$6\,391\,266,19 = a_1(1+i)^{-1} + a_2(1+i)^{-2} + \dots + a_5(1+i)^{-15} = a \{1 - (1+i)^{-15}\} / i$$

Avec $i = 7\%$

On obtient :
 $a = 701\,726,67$

Par ailleurs, le premier amortissement :

$$A_1 = 254\,338,04$$

Les amortissements suivants sont en progression géométrique de raison 1,07

On obtient alors le tableau suivant :

Année	Annuité	Dettes début	Amortissement	Intérêt
1	701 726,67	6 391 266,19	254 338,04	447 388,63
2	701 726,67	6 136 928,15	272 141,70	429 584,97
3	701 726,67	5 864 786,45	291 191,62	410 535,05
4	701 726,67	5 573 594,83	311 575,03	390 151,64
5	701 726,67	5 262 019,80	333 385,29	368 341,39
6	701 726,67	4 928 634,51	356 722,26	345 004,42
7	701 726,67	4 571 912,25	381 692,82	320 033,86
8	701 726,67	4 190 219,44	408 411,31	293 315,36
9	701 726,67	3 781 808,12	437 000,10	264 726,57
10	701 726,67	3 344 808,02	467 590,11	234 136,56
11	701 726,67	2 877 217,91	500 321,42	201 405,25
12	701 726,67	2 376 896,49	535 343,92	166 382,75
13	701 726,67	1 841 552,57	572 817,99	128 908,68
14	701 726,67	1 268 734,57	612 915,25	88 811,42
15	701 726,67	655 819,32	655 819,32	45 907,35