

Université Paris 1 - Magistère d'Economie
Optimisation – Mars 2022

Durée : 1h20

Exercice 1

Soient a et b deux paramètres réels tels que $a < b$

Résoudre le programme

$$\begin{cases} \text{Min} & 2x^2 + y^2 \\ & x^2 + y = b \\ & y \geq a \end{cases}$$

Exercice 2

Soit a un paramètre réel

On considère le programme $(P(a))$ $\begin{cases} \text{Min} & x^2 + (y-a)^2 \\ & (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$

a) Montrer, sans résoudre le programme, que

$$(x^*, y^*) \in SO(P(a)) \Leftrightarrow (x^*, -y^*) \in SO(P(-a))$$

b) Représenter le domaine

c) Montrer que la solution optimale n'est jamais intérieure

d) Donner l'expression d'un vecteur dirigeant le cône normal en un point (x, y) de la frontière du domaine

e) Calculer les coordonnées de la solution optimale

f) Que se passe-t-il quand a tend vers $+\infty$? Ce résultat était-il prévisible ?