Université Paris 1 - Magistère d'Economie
Optimisation – Mai 2021

Soit α un paramètre > 0 . On considère le programme dans $\mathbb{R}^2$

$$(P) \quad \begin{cases} Max \quad x^{\alpha} y \\ 2x + y \ \leq \ 3 \\ x + 2y \ \leq \ 3 \\ x \ \geq \ 0 \\ y \ \geq \ 0 \end{cases}$$

a) Montrer que le programme (P) admet une solution optimale

b) Représenter le domaine et les cônes normaux aux points qui saturent deux contraintes

c) Montrer par un argument très simple que la contrainte $x \ \geq \ 0$ n'est jamais saturée à l'optimum

d) Montrer que la solution optimale n'est jamais un point intérieur

e) A quelle condition le point $(1 , 1)$ est-il solution optimale ?

f) En supposant que seule la contrainte $2x + y \ \leq \ 3$ est saturée à l'optimum, résoudre ; quelle condition doit-être alors vérifiée par le paramètre α ?

g) En supposant que seule la contrainte $x + 2y \ \leq \ 3$ est saturée à l'optimum, résoudre ; quelle condition doit-être alors vérifiée par le paramètre α ?