Microéconomie L2-S4

Concurrence imparfaite et comportements stratégiques

Cours de Claire Pignol et Jean-Philippe Tropéano

2023-24

Calendrier des séances

Année 2023-2024

Semaine	Cours magistral	TD
29/01	Concurrence parfaite / monopole	Pas de TD
05/02	Monopole	Pas de TD
12/02	Monopole	Dossier 1
19/02	Vacances	Vacances
26/02	Monopole discriminant et monopole régulé	Dossier 1
04/03	Monopole discriminant et monopole régulé	Dossier 2
11/03	Théorie des jeux	Dossier 2
18/03	Théorie des jeux	Pas de TD. CC 1 samedi 23 mars. 14h-16h. Présence impérative
25/03	Théorie des jeux / oligopole	Dossier 3
01/04	Oligopole	Dossier 3
08/04	Vacances	Vacances
15/04	Oligopole	Dossier 4 ou CC2
22/04	Oligopole	Dossier 4 ou CC2
17/04	Conclusion	Dossier 4

Dossier 1 – Concurrence versus monopole

Exercice 1. Fonction de demande inverse et surplus du consommateur

1. Fonction de demande décroissante

On considère le marché d'un bien sur lequel la demande globale ou agrégée est représentée par la fonction :

$$\forall p \leq 5, D(p) = 10 - 2p$$

$$\forall p > 5, D(p) = 0$$

a) Représentez cette fonction dans le quart de plan (p,q), p >0, q > 0.
b) Définissez l'élasticité-prix de la demande, notée ε, et précisez sa signification économique.
c) Calculez ε pour un prix égal à 1 puis à 4. Commentez la différence entre les deux valeurs.
d) Donner l'expression mathématique, la représentation graphique et l'interprétation économique de la fonction de demande inverse. Commenter.

2. Fonction de demande constante

On considère alternativement une fonction de demande globale donnée par

$$\forall p < 4, D(p) \to \infty$$

$$p = 4, D(p) \in [0, +\infty[$$

$$\forall p > 4, D(p) = 0$$

a) Représentez cette fonction dans le quart de plan (p,q), p >0, q > 0.
b) Calculez et interprétez économiquement l'élasticité-prix de la demande en p = 4.
c) Donnez l'expression mathématique, la représentation graphique et l'interprétation économique de la fonction de demande inverse.

3. Surplus du consommateur

Avec les données du 1 (fonction de demande décroissante), on suppose deux équilibres, pour des prix respectivement égaux à 1 et 4.

a) Représentez ces équilibres dans le quart de plan (q, p).
b) Calculez le surplus du consommateur dans les deux cas
c) Les consommateurs retirent-ils de l'échange un accroissement de richesse objective ? A l'issue de quelle interrogation les consommateurs décident-ils leur demande de bien ?
d) Comment interprète-t-on la fonction de demande inverse et le prix pratiqué dans l'échange pour comprendre le surplus comme un gain ?
e) Le calcul du surplus suppose-t-il la constance de l'utilité marginale du bien ou de la monnaie ?

f) Supposons que la demande émane de consommateurs qui choisissent de consommer 0 ou 1 unité du bien. Dans quels cas le surplus du consommateur mesure-t-il correctement leur bien-être ?

Exercice 2. Concurrence versus monopole

On considère un marché sur lequel la fonction de demande est $D(p) = 10 - p$, $p \in [0, 10]$. La fonction de coût est donnée par $C(q) = 2q$.

1. Equilibre concurrentiel

a) Déterminez les fonctions de recette totale $R(q)$ et recette marginale $R'(q)$ d'un producteur concurrentiel. Interprétez économiquement ces fonctions. Représentez graphiquement $p(q)$ et $R'(q)$.

b) En utilisant la fonction de profit du producteur, déterminez sa fonction d'offre.

c) En comparant recette marginale et coût marginal, retrouvez le résultat précédent.

d) Calculez les prix et quantités à l'équilibre concurrentiel

2. Equilibre de monopole

a) Déterminez les fonctions de recette totale et recette marginale d'un producteur en monopole. Interprétez économiquement et représentez graphiquement ces fonctions.

b) Comparez ces fonctions avec celles du producteur concurrentiel

c) En utilisant la fonction de profit du monopole, peut-on déterminer sa fonction d'offre ?

d) En utilisant la fonction de profit du monopole, peut-on déterminer l'équilibre en monopole ? Précisez les informations dont doit disposer le monopole. Comparez avec le résultat de la question 2a).

e) En comparant recette marginale et coût marginal, retrouvez le résultat précédent.

f) Illustrez le résultat par un graphique

3. Comparaisons de bien-être

a) Peut-on dire que l'équilibre du monopole constitue une perte de bien-être par rapport à l'équilibre concurrentiel parce qu'il ne minimise pas le coût de production ?

b) Le raisonnement parétien permet-il de comparer la solution concurrentielle à la solution de monopole ? Permet-il d'affirmer que la solution de monopole est sous-optimale au sens de Pareto et constitue donc une perte de bien-être ?

c) Pouvez-vous dire que l'équilibre de monopole constitue une perte de bien-être en vous appuyant sur le calcul du surplus ?

Exercice 3. Indice de Lerner et élasticité de la demande

1. Calcul de l'indice de Lerner

On définit l'indice de Lerner comme le rapport entre, d'une part, la différence entre prix de vente et prix de revient et, d'autre part, le prix de vente.

a) Calculez l'indice de Lerner à l'équilibre de monopole de l'exercice 2.
b) Calculez l'indice si la fonction de demande est donnée par $D_B(p) = 16 - 2p$. Commentez la différence avec le résultat précédent.

2. Fonction de demande perçue, fonction de demande réelle

a) Supposons que les dispositions à l'échange des consommateurs soient correctement représentées par la fonction $D_B(p) = 16 - 2p$, mais que le monopole imagine que la fonction de demande est $D_A(p) = 10 - p$. Quelle quantité choisit-il ? Commentez.
b) Un économiste désireux de maximiser le surplus et qui connaîtrait la fonction de demande aurait-il intérêt à en informer le monopole ?
c) Même question si l'économiste considère, par exemple pour des raisons écologiques, qu'il est collectivement souhaitable de réduire la production.

Questions de cours

1. Est-il irrationnel, pour un monopole privé simple, de renoncer à des ventes à un prix supérieur au coût marginal ?
2. Vrai ou faux ? La recette marginale du monopole est d'autant plus faible que son coût marginal est élevé.
3. Vrai ou faux ? La mesure du bien-être des consommateurs par le surplus pose problème car elle ne tient pas compte de la perte d'utilité associée au paiement du bien. (4 pts)

Dossier 3 – Théorie des jeux

Exercice 1. Dilemme du prisonnier

Le dilemme du prisonnier est une représentation, sous forme de jeu non coopératif, de l'histoire suivante : deux individus, soupçonnés d'être les auteurs d'un crime, sont interrogés séparément. Au cours de leurs interrogatoires, leurs sont présentées les stratégies offertes à chacun et les peines associées à chaque issue possible. Ces peines sont telles que chacun a toujours intérêt à dénoncer l'autre. A l'issue des interrogatoires, les deux prisonniers se dénoncent mutuellement. Décrire la structure du jeu : nombre de joueurs, nombre de stratégies, nombre d'issues, information dont disposent les joueurs. Un joueur peut-il dénoncer l'autre sans se dénoncer lui-même ?

1. Définir une stratégie strictement dominante, une stratégie strictement dominée. Quelles incitations, dans l'histoire des prisonniers, permettent d'obtenir la dénonciation comme stratégie strictement dominante ?
2. Représenter une matrice des gains qui illustre le dilemme du prisonnier
3. Pourquoi qualifie-t-on la solution de ce jeu de « paradoxe de la rationalité » ? Quelle rationalité est ici en jeu ? Si les joueurs se faisaient confiance, choisiraient-ils de ne pas se dénoncer ?
4. Supposons que les individus soient innocents du crime dont ils sont soupçonnés. La structure et la solution du jeu sont-ils modifiés ?

Exercice 2. Une variante du dilemme du prisonnier

	B_1 : B *se tait*	B_2 : B *dénonce*
A_1 : A *se tait*	(0 , -2)	(-10 , -1)
A_2 : A *dénonce*	(-1 , -10)	(-5 , -5)

1. Classez les issues selon le critère de Pareto et indiquez les optima de Pareto
2. Dénoncer est-il ici une stratégie dominante pour chaque agent ? Quelle différence identifiez-vous entre les gains ici représentés et ceux du dilemme du prisonnier ?
3. Laquelle des trois histoires ci-dessous pourrait correspondre à cette nouvelle matrice de gains ?
   a) Le joueur A a tiré un plus grand avantage du crime que le joueur B.
   b) Le procureur, qui décide des primes à la dénonciation, est le frère de A et a fait en sorte que, dans le cas où aucun joueur ne dénonce l'autre, A soit libre.
   c) Le joueur A ne choisit pas rationnellement.
4. Pourquoi peut-on dire qu'en dépit de cette différence, les joueurs choisiront de se dénoncer ?
5. Expliquez le commentaire suivant de cette variante

Texte 1. Mas-Colell, Whinston et Green, *Microeconomic theory*, p.239.

« Prêtez attention à la manière dont la connaissance commune des gains et de la rationalité de chacun est utilisée pour résoudre le jeu. Dans le dilemme du prisonnier, l'élimination des stratégies strictement dominées requiert seulement que chaque joueur soit rationnel. Maintenant, nous raisonnons en supposant non seulement que B est rationnel, mais que A sait que B est rationnel. (…) Alors nous pouvons ne pas nous arrêter après seulement deux itérations : nous pouvons éliminer non seulement les stratégies strictement dominées et celles qui le sont après la première élimination des stratégies strictement dominées, mais aussi toutes les stratégies qui le deviennent après l'élimination suivante des stratégies, *etc*. Observez que chaque élimination de stratégies rend dominées de nouvelles stratégies (…). Cependant, chaque itération requiert une connaissance toujours plus profonde par les joueurs de la rationalité des autres. Un joueur doit savoir non seulement que ses rivaux sont rationnels mais aussi qu'ils savent que lui l'est, *etc*. »

Exercice 3. Equilibre par élimination itérative des stratégies dominées

Soit le jeu non coopératif à deux joueurs, A et B, représenté par la matrice suivante :

	b_1	b_2	b_3
a_1	(2 , 0)	(5 , – 3)	(2 , 1)
a_2	(3 , 1)	(4 , 4)	(0 , 3)
a_3	(1 , – 2)	(12 , 0)	(1 , 2)

1. Les joueurs ont-ils des stratégies dominantes ou dominées ?
2. Quelle solution du jeu déduit-on de l'hypothèse de connaissance commune de la rationalité ?
3. Ce jeu illustre-t-il le paradoxe de la rationalité ?

Exercice 4. Equilibre de Nash, stratégies discrètes.

Soit le jeu non coopératif en information complète, à deux joueurs (A et B) et représenté par la matrice suivante :

		B		
		b_1	b_2	b_3
	a_1	(3 , 6)	(3 , 3)	(1 , - 8)
A	a_2	(7 , 3)	(2 , 6)	(1 , 5)
	a_3	(- 4 , 1)	(1 , 1)	(2 , 2)

1. On suppose que les deux joueurs sont rationnels et que la rationalité est connaissance commune. Peut-on en déduire une solution comme dans les exercices précédents ?

2. Rappelez la définition d'un équilibre de Nash et déterminez l'équilibre de Nash de ce jeu. Est-il optimal au sens de Pareto ?

Texte 2. Mas-Colell, Whinston and Green, Microeconomic theory, p.248.

« Pourquoi nous intéressons-nous à l'équilibre de Nash ? (…) Il est parfois avancé que, puisque chaque joueur peut réfléchir aux stratégies de ses adversaires, la rationalité implique que les joueurs doivent pouvoir prévoir correctement ce que joueront leurs rivaux. Bien que cet argument semble séduisant, il est faux. L'hypothèse de connaissance commune de la rationalité des joueurs et de la structure du jeu ne suffit pas à conduire les joueurs à anticiper correctement le choix des autres joueurs ».

Questions

1. Qu'est-ce que la connaissance commune de la rationalité des joueurs et de la structure du jeu ?
2. Dans quels cas cette hypothèse suffit-elle à anticiper le choix des autres joueurs ? Dans n'y suffit-elle pas ?
3. Quelles sont les conséquences de ces précisions sur la réalisation de l'équilibre de Nash ?

Exercice 5. Equilibre de Nash, stratégies continues.

On propose le jeu suivant : sans communiquer entre eux, deux joueurs – A et B – doivent écrire sur une feuille de papier un montant non négatif en euros, noté m_A pour A et m_B pour B, en sachant que :

- S'ils ont écrit la même somme x, ils en recevront chacun la moitié ($x/2$)
- S'ils n'ont pas écrit la même somme, le maître de jeu ne donnera rien à celui qui a écrit le montant le plus élevé et donnera à l'autre joueur la somme qu'il a écrite.

1. Rappeler la définition d'un équilibre de Nash dans ce jeu
2. Construire les fonctions de meilleure réponse des joueurs
3. Montrer que l'équilibre de Nash de ce jeu est (m_A , m_B)= (0 , 0).
4. Qu'appelle-t-on stratégie dominante ? Stratégie dominée ?
5. Expliquer pourquoi les stratégies mA = 0 de l'agent A et mB = 0 de l'agent B peuvent être considérées comme dominées.

Exercice 6. Equilibre de Nash, stratégies continues.

On suppose deux joueurs A et B qui, sans communiquer entre eux, décident chacun d'un nombre m_A pour A, m_B pour B. A l'issue de ces décisions, le gain de chacun est le suivant :

Gain de A = $G(m_A) = m_A (10 - m_A - m_B)$; Gain de B = $G(m_B) = m_B (10 - m_A - m_B)$.

1. Déterminez et représentez graphiquement les fonctions de meilleure réponse de chaque joueur
2. Déterminer le ou les équilibres de Nash.

Texte 3. Tirole J., *Théorie de l'organisation industrielle*, tome 2, 1995, p.11.

La construction des fonctions de réaction dans un jeu à mouvements simultanés n'est rien de plus qu'un expédient technique à fin d'illustrations. Par définition des choix simultanés, chaque joueur choisit son action avant d'observer celle de son rival. Il n'y a donc aucune possibilité de réaction stricto sensu. Les fonctions de réaction décrivent ce que ferait un joueur s'il apprenait que la variable fixée par l'autre a changé, ce qui n'est pas le cas. Les points de la fonction de réaction autres que l'équilibre de Nash ne sont donc jamais observés.

Questions

1. Si les points des fonctions de réaction (= fonctions de meilleure réponse) autres que l'équilibre ne sont jamais observés, cela signifie-t-il que l'équilibre est toujours observé ?
2. Quelle difficulté apparaît si l'on considère que l'équilibre est obtenu à la suite d'un processus d'adaptation aux choix de l'autre joueur ?

Exercice 7. Multiplicité d'équilibres de Nash

On considère le jeu à choix simultanés décrit par la matrice de gains suivante :

	B_1	B_2
A_1	(4 , 5)	(0 , 0)
A_2	(1 , 1)	(5 , 4)

1. Expliquez cette structure des gains en précisant les hypothèses faites sur les issues préférées par les agents, la structure du jeu (en particulier l'information dont disposent les agents avant de choisir).
2. Déterminez l'équilibre ou les équilibres de Nash. Ce jeu fait-il apparaître un paradoxe de la rationalité ?
3. Peut-on prévoir l'issue du jeu ?
4. Imaginons que l'organisateur du jeu fasse choisir d'abord le joueur A, sans que le résultat de ce choix soit connu du joueur B lorsque celui-ci choisit. Les conditions du problème sont-elles modifiées ?
5. La modification suivante de la matrice des gains modifie-t-elle les réponses aux deux questions précédentes ?

	B_1	B_2
A_1	(4 , 15)	(0 , 0)
A_2	(1 , 1)	(15 , 4)

Exercice 8. Absence d'équilibre de Nash

Soit le jeu non coopératif en information complète, à deux joueurs (A et B) et représenté par la matrice suivante :

		B		
		b_1	b_2	b_3
	a_1	(3 , 6)	(1 , 3)	(2 , - 8)
A	a_2	(7 , 3)	(2 , 6)	(1 , 5)
	a_3	(- 4 , 1)	(3 , 1)	(1 , 2)

1. En construisant les fonctions de meilleure réponse des agents, montrez qu'il n'existe pas d'équilibre de Nash.
2. Après avoir identifié les optima de Pareto de ce jeu, expliquez
   a) S'ils peuvent résulter de décisions sans coordination préalable, fondées sur une anticipation correcte par chaque joueur des décisions de son partenaire
   b) S'ils peuvent résulter de décisions préalablement coordonnées

Texte 4. Mas-Colell *et al*. L'équilibre de Nash comme convention sociale stable

Une manière particulière de jouer un jeu peut apparaître au cours du temps si le jeu est joué de manière répétée et si une convention sociale stable émerge. Si tel est le cas, il peut sembler évident pour tous les joueurs que cette convention sera maintenue. La convention, pour ainsi dire, devient focale.

Un bon exemple est le jeu joué par les new-yorkais chaque jour. Ceux qui vont travailler à pied décident du trottoir qu'ils empruntent. Au cours du temps, une convention sociale stable est de marcher sur le trottoir de droite, convention appliquée parce que tout individu qui en dévie unilatéralement est certain d'être sévèrement piétiné. Bien sûr, il est possible qu'un jour donné, un individu décide de marcher à gauche en conjecturant que chacun prévoira soudainement que la convention changera. Cependant, il semble raisonnable de prédire que l'on restera à l'équilibre de Nash 'chacun marche à droite'. Observez que, pour qu'une issue devienne une convention sociale stable, elle doit être un équilibre de Nash. Si elle ne l'était pas, alors les agents en dévieraient aussitôt qu'elle émergerait. La notion d'équilibre comme état de repos d'un processus dynamique d'ajustement sous-tend l'usage et le traditionnel attrait des notions d'équilibre en économie. En ce sens, la justification de l'équilibre de Nash comme convention sociale stable est au plus près de la tradition théorique en économie.

Questions

1. L'équilibre de Nash comme convention sociale stable permet-il de prévoir une issue à l'exercice 7 ?
2. En vous appuyant sur les textes 3 et 4, pouvez-vous dire que l'équilibre de Nash est

- Une situation de compatibilité des décisions ?
- Le point d'arrivée d'un processus dynamique ?

Dossier n°4 – Duopole et oligopole

Exercice 1. Concurrence en quantité. Duopole de Cournot

Deux firmes sont en concurrence à la Cournot. Elles produisent le même bien, pour lequel la demande est $D(p) = 10 - p$, le coût de la production de chacune étant $C(q) = 2q$.

1. Exprimez le profit de chaque firme en fonction de la quantité qu'elle offre en précisant les hypothèses implicites à cette formulation. Déduisez-en les fonctions de meilleure réponse des firmes.
2. Déterminez l'équilibre de Cournot-Nash et déduisez-en la quantité globale et le prix de vente du bien.
3. Comparez avec les solutions concurrentielle et de monopole (dossier 2, exercice 1). Expliquez les différences.

	Concurrence	Monopole	Duopole Cournot
Prix			
Qté			
Profit total			
Surplus Crs			
Surplus total			

4. Les deux firmes décident de se coordonner pour produire chacune la moitié de la quantité de monopole. Cette configuration, si elle était adoptée, leur serait-elle plus profitable que la solution du duopole ? Cette configuration est-elle un équilibre ? Justifiez.

Exercice 2. Concurrence en quantité. Oligopole et concurrence indéfinie (Cournot)

On considère un marché sur lequel n firmes sont en concurrence à la Cournot. Elles produisent le même bien pour lequel la demande est $D(p) = 10 - p$, et leur coût total est identique : $C(q) = 2q$.

1. Les firmes ont des conjectures de Cournot : chacune pense que la quantité choisie par les autres ne dépend pas de celle qu'elle choisit. En notant q_i la quantité choisie par la firme i, q_j les quantités produites par les firmes j, $j \neq i$, montrez que la fonction de meilleure réponse de la firme i aux choix des firmes j est $q_i = \frac{8-\sum_{j\neq i}\bar{q}_j}{2}$.
2. Les n firmes étant identiques, la quantité produite par chacune à l'équilibre sera identique. Montrez que $\forall i, q_i = \frac{8}{n+1}$.
3. Déterminez la quantité totale à l'équilibre de Cournot, q, et le prix d'équilibre, p. Comparez avec les résultats de l'exercice 1 pour n=3, n=9.
4. Déterminez les limites de q et p lorsque le nombre de firmes tend vers l'infini. Quelle conception de la concurrence le modèle de Cournot soutient-il ?

Exercice 3. Duopole de Cournot et commerce international

On suppose un bien offert par deux producteurs, a et b, de pays différents, A et B. Leurs coûts sont identiques : $C(q) = 2q$. Les demandes dans chaque pays sont données par : $D(p) = 10 - p$.

1. On suppose l'absence de concurrence entre les producteurs. Déterminez le prix de vente dans chaque pays.

Le commerce entre pays est possible mais le transport du bien d'un pays à l'autre exige un coût unitaire constant égal à t, où $t < 4$. On suppose que les firmes se font concurrence à la Cournot.

2. Déterminez la fonction de coût de chaque entreprise lorsqu'elle fournit le marché étranger.
3. On considère le marché du pays A
   a) Montrez que la fonction de meilleure réponse de la firme b, exportatrice, est : $q_b = \frac{8-t-q_a}{2}$.
   b) Déduisez-en les quantités offertes par chaque firme à l'équilibre de Nash, le prix qui en résulte et le profit de chaque producteur. Comparez avec les résultats de la question 1 de cet exercice et de la question 3 de l'exercice 1 et commentez.
   c) Les résultats sont-ils affectés si $t > 4$? Comment varient-ils quand t varie sur $[0, 4]$?
4. On considère les marchés de deux pays. Quelles en sont les conséquences de l'ouverture du commerce sur la production, le prix et les profits de chaque firme ? Les consommateurs de chaque pays se fournissent-ils auprès des entreprises exportatrices ?

Exercice 4. Concurrence en prix. Duopole de Bertrand

Deux firmes sont en concurrence à la Bertrand. Elles produisent le même bien, pour lequel la demande est $D(p) = 10 - p$, le coût de la production de chacune étant $C(q) = 2q$.

1. Exprimez le profit de chaque firme en fonction de la quantité qu'elle offre en précisant les hypothèses implicites à cette formulation.
2. Déterminez l'équilibre de Cournot-Nash et déduisez-en la quantité globale et le prix de vente du bien.
3. Comparez avec les solutions concurrentielle, de monopole et d'oligopole de Cournot (exercice 1). Commentez.

Texte 1 – Jean Tirole, *Théorie de l'organisation industrielle*, Tome 2, 1995, Economica, p. 15.

« Dans ce chapitre, nous supposons que les firmes 'ne se rencontrent qu'une seule fois' sur le marché. Elles fixent un prix simultanément et de manière non-coopérative. Le paradoxe de Bertrand (…) établit que, sous de telles hypothèses, mêmes les oligopoleurs se comportent comme des entreprises en concurrence parfaite – c'est-à-dire que le nombre de firmes de l'industrie n'est pas une variable à prendre en compte pour étudier le comportement du prix (…). La section 3 (…) étudie ce qui fonde le modèle rival du paradigme de Bertrand, le modèle de Cournot de concurrence en quantités. Le modèle de Cournot pose que les firmes choisissent les quantités plutôt que les prix et qu'un commissaire-priseur détermine le prix qui égalise l'offre à la demande. On a critiqué ce modèle à juste titre en soulignant qu'un tel commissaire-priseur n'existe pas et que les firmes choisissent les prix en dernier ressort ».

Texte 2 – D. Kreps, *A Course in Microeconomic Theory*, 1990.

« Dans l'analyse [du duopole de Cournot], on a pris comme variable stratégique la quantité choisie par chaque firme. On aurait pu, avec une plus grande difficulté algébrique, avoir fait du prix la variable stratégique. Au risque de porter à confusion, prenons l'exercice suivant : supposons que la firme 2 produise une quantité x_2. La firme 1 peut choisir son prix optimal d'équilibre P, *sous les conjectures de Cournot selon lesquelles x_2 restera la production de la firme 2*. Bien sûr, la firme 1 ne peut pas fixer n'importe quel prix. Elle ne peut pas fixer un prix supérieur à [la demande inverse d'une quantité totale x_2] puisqu'un tel prix contredirait l'idée que la firme 2 vendra x_2. Et l'on peut supposer qu'elle ne choisira pas un prix négatif. En réalité, elle ne choisira pas un prix inférieur à son coût marginal constant. […] Dire que les firmes 'forment des conjectures de Cournot' ne signifie pas que 'les firmes prennent les quantités (et non les prix) comme variable de décision'. Plutôt, les conjectures de Cournot sont des conjectures qui portent sur la réponse de j'autre firme; à savoir, que l'autre firme (ré)agira de façon à maintenir constante la quantité qu'elle vend» (Kreps, 1990, p.328).

Texte 3 – A. Cournot [1838], *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, réédition 2000, Paris, Calmann-Lévy, p.130-131.

« Le propriétaire (1) ne peut pas influer directement sur la fixation de D2 [la demande adressée au propriétaire 2] : tout ce qu'il peut faire, c'est, *lorsque D_2 est fixé par le propriétaire (2)*, de choisir pour D_1 la valeur qui lui convient le mieux, ce à quoi il parviendra en modifiant convenablement le prix; sauf au propriétaire (2), qui se verrait forcé d'accepter ce prix et cette valeur de D'_1, de fixer une nouvelle valeur de D_2 plus favorable à ses intérêts que la précédente» (Cournot, 1838, p. 130-131).

Texte 4. J. Bertrand [1883], « Revue de la *Théorie mathématique de la richesse sociale* et des *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* », *Journal des savants*, septembre, p. 499-508, réédité dans Cournot 2000, p.503.

« Cournot suppose que l'un des propriétaires diminue son prix pour attirer à lui des acheteurs, et que l'autre, à son tour, réduira son prix un peu plus pour retrouver ses acheteurs. Ils ne cesseront de se concurrencer de cette manière que lorsque chaque propriétaire, même si l'autre abandonnait la lutte, ne peut accroître son gain en réduisant son prix » (Bertrand, 1883, p. 503).

Question. La concurrence à la Bertrand diffère-t-elle de la concurrence à la Cournot du fait d'une hypothèse sur les agents qui déterminent le prix ? Autrement dit, est-il exclu que les firmes fixent leur prix dans une concurrence à la Cournot ?

Exercice 5. Duopole de Bertrand et taxe

On considère le cas de l'exercice 4 mais en supposant que la firme j doit payer une taxe unitaire t.

1. Pourquoi peut-on prévoir que j ne proposera pas $p_i \leq 2$?
2. Quel sera l'équilibre si $t > 4$?
3. Quel sera l'équilibre si $0 < t \leq 4$?

Dossier 1 – Concurrence versus monopole

Exercice 1. Fonction de demande inverse et surplus du consommateur

1. Fonction de demande décroissante

On considère le marché d'un bien sur lequel la demande globale ou agrégée est représentée par la fonction :

$$\forall p \leq 5, D(p) = 10 - 2p$$

$$\forall p > 5, D(p) = 0$$

a) Représentez cette fonction dans le quart de plan (p,q), $p > 0$, $q > 0$.

Fonction décroissante affine pour $p \leq 5$.

b) Définissez l'élasticité-prix de la demande, notée ε, et précisez sa signification économique.

ε = taux de variation de la demande / taux de variation du prix.

Si on suppose que le prix augmente de 1%, ε indique le pourcentage de variation de la demande.

Si la fonction de demande est affine, l'élasticité-prix ne dépend pas de l'ampleur de variation du prix ; sinon, on la définit en faisant tendre la variation du prix vers 0 et en utilisant la dérivée).

Pour $p \leq 5$, $\varepsilon = \frac{\frac{D(p+h)-D(p)}{D(p)}}{\frac{(p+h)-p}{p}} = D'(p)\frac{p}{D(p)}$.

Ici, $\varepsilon = \frac{-2p}{10-2p} < 0$: quand le prix augmente de 1%, la demande décroît.

c) Calculez ε pour un prix égal à 1 puis à 4. Commentez la différence entre les deux valeurs.

En $p = 1$, $\varepsilon = -1/4$: si le prix, à partir de 1, augmente de 1%, la demande décroît de 0,25%. L'élasticité-prix est très faible.

En $p = 4$, $\varepsilon = -4$: si le prix, à partir de 4, augmente de 1%, la demande décroît de 4%. L'élasticité prix est beaucoup plus élevée que précédemment.

Dans les deux cas, si le prix augmente d'un même montant, la demande décroît d'un même montant, puisque la fonction de demande est affine, donc sa dérivée est constante. Mais la diminution de la demande relativement à $D(p)$ est plus importante lorsque $D(p)$ est faible et p élevé.

Si D'(p) constant, l'élasticité est inversement proportionnelle à D(p)/p.

d) Donner l'expression mathématique, la représentation graphique et l'interprétation économique de la fonction de demande inverse. Commenter.

La fonction de demande inverse est la fonction inverse de la fonction de demande : $p(q)$ est telle que $p(D(p)) = I$:

$\forall q \leq 10, p = 5 - \frac{q}{2}$

$\forall q > 10, p = 0.$

La fonction indique le prix maximum auquel une quantité q peut être vendue, i.e. le prix de réserve des demandeurs.

L'offreur qui conjecture une telle fonction de demande inverse pense que plus la quantité qu'il offre est importante, plus le prix maximum auquel il peut la vendre est faible : le prix maximum est une fonction continue décroissante de la quantité offerte.

Remarque. Les producteurs en monopole ou en duopole de Cournot anticipent des fonctions de demande de ce type.

2. Fonction de demande constante

On considère alternativement une fonction de demande globale donnée par

$\forall p < 4, D(p) \to \infty$

$p = 4, D(p) \in [0, +\infty[$

$\forall p > 4, D(p) = 0$

a) Représentez cette fonction dans le quart de plan (p,q), p >0, q > 0.

Demande verticale en p = 4, nulle au-delà, infinie en deçà.

b) Calculez et interprétez économiquement l'élasticité-prix de la demande en p = 4.

En p = 4, l'élasticité-prix est infinie. La demande passe de 10 à l'infini si p diminue même de manière infinitésimale ; elle passe de 10 à 0 si p augmente même de manière infinitésimale.

Le rapport entre le taux de variation de la demande et le taux de variation du prix est donc est infini.

c) Donnez l'expression mathématique, la représentation graphique et l'interprétation économique de la fonction de demande inverse.

La fonction de demande inverse est : $p(q)$ = 4 pour tout q > 0. On la représente par une droite horizontale.

L'offreur qui conjecture une telle fonction de demande inverse pense que le prix maximum auquel peut être vendue n'importe quelle quantité strictement positive d'output est donné. Il pense qu'il ne peut jamais vendre à un prix supérieur à 4 et que, quelle que soit la quantité qu'il offre, il ne vendra pas à un prix inférieur : il ne suppose ni limitation des débouchés ni relation (décroissante) entre quantité vendue et prix de vente.

Le producteur en concurrence parfaite est dans cette situation. Ses conjectures sont dites concurrentielles.

3. Surplus du consommateur

Avec les données du 1 (fonction de demande décroissante), on suppose deux équilibres, pour des prix respectivement égaux à 1 et 4.

a) Représentez ces équilibres dans le quart de plan (q, p).

$E_1 = (8,1)$; $E_2 = (2,4)$

b) Calculez le surplus du consommateur dans les deux cas

Le surplus est mesuré par l'aire comprise entre la droite qui représente la fonction de demande et la droite horizontale qui représente le prix d'équilibre.

$S_1 = \frac{8\times(5-1)}{2} = 16$; $S_2 = \frac{2\times(5-4)}{2} = 1$.

c) Les consommateurs retirent-ils de l'échange un accroissement de richesse objective ? A l'issue de quelle interrogation les consommateurs décident-ils leur demande de bien ?

Le gain de l'échange pour les consommateurs n'est pas objectif (ils ne s'enrichissent pas) mais subjectif : ils gagnent en utilité.

Les consommateurs considèrent d'une part l'accroissement d'utilité procuré par la consommation du bien, d'autre part la perte d'utilité associée au fait qu'ils dépensent leur revenu (= leur monnaie) pour cette consommation. Ils accroissent leur demande tant que le gain marginal (subjectif) excède la perte marginale (subjective).

d) Comment interprète-t-on la fonction de demande inverse et le prix pratiqué dans l'échange pour comprendre le surplus comme un gain ?

La fonction de demande inverse (décroissante) représente l'utilité marginale du bien. Autrement dit, le prix de réserve du consommateur représente le gain d'utilité que lui procure la consommation d'une unité du bien.

Le prix représente l'utilité marginale de la monnaie, à laquelle il renonce pour acquérir chaque unité du bien. Cette utilité marginale est indirecte : c'est l'utilité marginale des autres biens de l'économie que la monnaie permet d'acquérir.

e) Le calcul du surplus suppose-t-il la constance de l'utilité marginale du bien ou de la monnaie ?

L'utilité marginale du bien est supposée décroissante. En revanche, l'utilité marginale du revenu, mesurée par le prix, est supposée constante et identique pour tous les consommateurs : chaque unité du bien est vendue au même prix et on suppose que la dépense de chaque unité de monnaie entraîne la même perte d'utilité.

Dans le cadre strictement ordinal que vous avez étudié au semestre précédent et en première année, les hypothèses effectuées ici sont : le Taux Marginal de Substitution entre le bien et le numéraire est décroissant avec la quantité de bien consommée (hypothèse de convexité des préférences) et constant avec la quantité de numéraire. C'est cette dernière hypothèse qui assure que le surplus d'un consommateur est indépendant de son revenu.

f) Supposons que la demande émane de consommateurs qui choisissent de consommer 0 ou 1 unité du bien. Dans quels cas le surplus du consommateur mesure-t-il correctement leur bien-être ?

Pour un consommateur, le surplus est la quantité de numéraire auquel le consommateur est prêt à renoncer pour obtenir l'unité du bien.

Pour calculer le surplus de tous les consommateurs, on doit agréger ces surplus. Pour cela, on doit faire une hypothèse de cardinalité en supposant que tous les consommateurs valorisent de la même manière une unité de numéraire. Cela impose que le surplus de chaque consommateur soit indépendant de son revenu. Si nous ne faisions pas cette dernière hypothèse, la distribution des revenus des consommateurs affecteraient la mesure du surplus total.

Exercice 2. Concurrence versus monopole

On considère un marché sur lequel la fonction de demande est $D(p) = 10 - p$, $p \in [0\,,10]$. La fonction de coût est donnée par $C(q) = 2q$.

1. Equilibre concurrentiel

a) Déterminez les fonctions de recette totale $R(q)$ et recette marginale $R'(q)$ d'un producteur concurrentiel. Interprétez économiquement ces fonctions. Représentez graphiquement $p(q)$ et $R'(q)$.

   $R(q) = p\,q$. La fonction est linéaire, croissante.

   $R'(q) = p$. La fonction est constante.

   Interprétation économique : $R'(q)$ s'interprète comme le supplément de recette permis par un accroissement de la quantité produite d'une unité. Chaque unité est ici vendue au même prix, p, constant.

b) En utilisant la fonction de profit du producteur, déterminez sa fonction d'offre.

   La fonction de profit est linéaire : $\Pi(q) = (p - 2)\,q$. Elle est croissante de q si $p > 2$; nulle si $p = 2$; décroissante de q si $p < 2$. La fonction d'offre est donc :

   Si $p < 2$, $q = 0$

   Si $p = 2$, $q \in [0, +\infty]$

   Si $p > 2$, $q \rightarrow +\infty$

Remarque : si $p \leq 2$, le profit est nul ; si $p > 2$, le profit tend vers l'infini.

c) En comparant recette marginale et coût marginal, retrouvez le résultat précédent.

La fonction de coût est croissante linéaire de la quantité produite. $C'q) = 2 > 0 \; \forall q > 0$; $C''q) = 0 \; \forall q$. Le coût marginal, $c = 2$, est constant.

La recette marginale, p, est constante.

Le producteur accroît sa production tant que $R'(q) = p > C'(q) = 2$. Du fait de la constance du coût marginal et de la recette marginale, la comparaison entre recette marginale et coût marginal ne dépend pas de q. Le producteur choisit donc de ne pas produire si $p < 2$, de produire à l'infini si $p > 2$, et choisit indifféremment $q \in [0; +\infty]$ si $p = 2$.

d) Calculez les prix et quantités à l'équilibre concurrentiel

A l'équilibre concurrentiel $p^* = 2$ et $q^* = D(p^*) = 8$.

2. Equilibre de monopole

a) Déterminez les fonctions de recette totale $R(q)$ et de recette marginale $R'(q)$ d'un producteur en monopole. Interprétez économiquement ces fonctions. Représentez graphiquement $p(q)$ et $R'(q)$.

$R = p\, q$ où $q \leq D(p)$. On suppose que la firme désire vendre une quantité égale à la demande au prix qu'elle propose, de sorte que $q = D(p) = 10 - p$ donc $p = 10 - q$. (attention : la similarité de la demande et de la demande inverse vient de la fonction de demande de l'énoncé, les paramètres de la fonction diffèrent dans le cas général).

$R(q) = (10 - q)\, q$. $R(q) \geq 0$ car $q \in [\,0, 10\,]$: le producteur peut toujours ne rien produire si $R(q) = 0$ (ce qui est le cas si $q \geq 10$).

$R'(q) = 10 - 2q$. $R'(q) \geq 0$ si $q \leq 5$. $R(q)$ est croissante puis décroissante. $R''(q) = -2 < 0$. $R(q)$ est concave, $R'(q)$ est décroissante linéaire.

Interprétation économique. La recette marginale s'interprète approximativement comme le supplément de recette permis par un accroissement de la quantité produite d'une unité. Jusqu'à $q^* = 5$, $R'(q) > 0$: accroître l'output d'une unité fournit une recette supplémentaire. $R'(q)$ décroît du fait de la baisse du prix nécessaire pour accroître la quantité vendue.

La décroissance de $R'(q)$ a deux causes :

- d'une part, la vente d'une unité d'output supplémentaire produit une recette supplémentaire d'autant plus importante que le prix est élevé. Puisque p diminue quand q s'accroît, $R'(q)$ diminue ;

- d'autre part, le supplément de recette est diminué de la perte de recette sur les unités précédemment vendues à un prix plus élevé. Cette perte est d'autant plus importante que la quantité précédemment vendue (q) est élevée.

Au-delà de q*=5, les conséquences négatives de la baisse du prix excèdent l'effet positif. La recette marginale est donc négative.

b) Comparez ces fonctions avec celles du producteur concurrentiel

En situation concurrentielle où $R'(q)$ est constante, le producteur suppose que le prix de vente ne varie pas sous l'effet d'une hausse de q : les deux effets négatifs d'une hausse de q, décrits dans la question 2a), n'interviennent pas.

c) En utilisant la fonction de profit du monopole, peut-on déterminer sa fonction d'offre ?

Non, la maximisation du profit ne conduit pas à une fonction d'offre (pour des prix différents) mais à un choix unique d'une quantité et d'un prix optimaux.

d) En utilisant la fonction de profit du monopole, peut-on déterminer l'équilibre en monopole ? Précisez les informations dont doit disposer le monopole. Comparez avec le résultat de la question 2a).

$\Pi(q) = p\,q - 2\,q = q\,(10 - q) - 2\,q$. $\Pi'(q^*) = 8 - 2\,q = 0$ ssi $q^* = 4$. $\Pi''(q) = -2 < 0$, la fonction de profit est concave donc $q^* = 4$ maximise le profit et $p^* = 6$.

La firme doit connaître toute la fonction de demande (ou de demande inverse) : l'information dont elle dispose est beaucoup plus importante qu'en concurrence parfaite.

Le raisonnement de la question 2a) ($R'(q) \geq 0$ pour $q^* \leq 5$) négligeait les coûts. L'accroissement de q ne diminue pas seulement la marge sur les unités précédemment vendues mais exige de supporter un coût, ce qui diminue l'incitation à accroître q. La recette marginale ne doit plus seulement être positive mais supérieure ou égale à 2.

e) En comparant recette marginale et coût marginal, retrouvez le résultat précédent.

Le monopole compare recette marginale et coût marginal.

En supposant, comme ici, un coût marginal constant, $c = 2$, et une *recette marginale décroissante*, alors

Si $q < q^*$, recette marginale > 2, la firme accroît son profit en augmentant q

Si $q = q^*$, recette marginale = 2, accroître ou réduire q n'accroîtrait pas son profit

Si $q > q^*$, recette marginale < 2, la firme accroît son profit en diminuant q

Donc q^* tel que $10 - 2q^* = 2$, donc $q^* = 4$.

Donc q^* tel que $10 - 2q^* = 2$, donc $q^* = 4$.

f) Illustrez le résultat par un graphique

Graphique marshallien avec q en abscisse, prix de demande inverse et coût marginal ($c = 2$) en ordonnées.

3. Comparaisons de bien-être

a) Peut-on dire que l'équilibre du monopole constitue une perte de bien-être par rapport à l'équilibre concurrentiel parce qu'il ne minimise pas le coût de production ?

L'équilibre de monopole ne produit aucune détérioration de la fonction de coût : ni gaspillage technique (pas d'inputs excédentaires par rapport à la fonction de production, qui n'est pas donnée ici) ni gaspillage économique (demandes d'inputs qui n'égaliseraient pas le rapport des productivités marginales au rapport des prix). La minimisation du coût de production est préalable au choix de q et p : elle est garantie par la fonction de coût. D'autre part, cette fonction étant croissante, elle n'admet pas de minimum en fonction de q.

b) Le raisonnement parétien permet-il de comparer la solution concurrentielle à la solution de monopole ? Permet-il d'affirmer que la solution de monopole est sous-optimale au sens de Pareto et constitue donc une perte de bien-être ?

Le critère de Pareto ne permet pas de comparer la solution concurrentielle à la solution de monopole. En effet, les jugements du producteur et des consommateurs divergent : le monopole réalise un profit supérieur (profit = 6x4 – 2x4 =16) au profit concurrentiel (nul) ; les consommateurs préfèrent consommer q_c au prix p_c plutôt que q_m au prix p_m q_c. On peut l'affirmer sans connaître la relation de préférence (la fonction d'utilité n'est pas précisée). Ils préfèrent consommer la quantité q_m au prix p_c plutôt qu'au prix p_m parce que payer au prix p_m diminue l'utilité qu'ils auraient obtenue en consommant une quantité supérieure des autres biens. D'autre part, l'échange étant volontaire, si les consommateurs demandent q_c plutôt que q_m, c'est qu'au prix p_c, consommer q_c accroît leur satisfaction.

Pourtant, la solution de monopole est sous-optimale au sens de Pareto parce qu'il existe des possibilités d'échanges mutuellement avantageux non exploitées : le monopole accroîtrait son profit s'il pouvait vendre une quantité supplémentaire du bien à un prix supérieur à son coût marginal, 2 ; les consommateurs accroîtraient leur utilité s'ils pouvaient acheter des quantités supplémentaires à leur prix de réserve à la solution de monopole, 6. Autrement dit, à la solution de monopole, le prix de réserve du monopole (son coût marginal constant, ici 2) est inférieur au prix de réserve des consommateurs (leur disponibilité à payer : 6). Il existe des échanges mutuellement avantageux, à des prix compris entre 2 et 6, qui ne sont pas exploités. Le monopole discriminant (dossier suivant) introduit cette possibilité.

A la solution concurrentielle, le prix de réserve des consommateurs à l'équilibre est égal au coût marginal.

c) Pouvez-vous dire que l'équilibre de monopole constitue une perte de bien-être en vous appuyant sur le calcul du surplus ?

Surplus total = Surplus du consommateur + profit du producteur.

Ne considérez pas comme allant de soi la mesure du surplus et du profit par les aires.

- Le surplus du consommateur représente son bien-être en interprétant le prix de réserve du consommateur (qui dépend de q) comme son utilité marginale, supposée décroissante (conception cardinale de l'utilité). Le surplus du consommateur est donné par la différence entre le gain d'utilité à consommer ces quantités du bien et la perte d'utilité due à la renonciation à consommer les autres biens de l'économie, consommation permise par le revenu, à laquelle auquel on associe une utilité.
  Le consommateur compare $U(q_m, R - p_m q_m)$ à $U(0,R)$.
  On suppose $U(q, R) = U(q) + R$.
  Alors, $U(q_m, R - p_m q_m) = U(q_m) + R - p_m q_m$,
  $U(q_m, R - p_m q_m) - U(0,R) = U(q_m) + R - p_m q_m - R = U(q_m) - p_m q_m$
  Le surplus du consommateur est alors représenté par l'aire comprise entre la fonction de de demande inverse et p_m. Important : $p_m q_m$ représente la perte d'utilité due à la perte de pouvoir d'achat consacré à la consommation des autres biens.
  Remarque 1. Le raisonnement est généralisable à $U(q, R) = U(q) + aR$, $a > 0$.
  Remarque 2. Le raisonnement impose que l'utilité procurée par la consommation des autres biens soit constante, et non décroissante comme celle du bien étudié. Cette hypothèse peut être justifiée par l'idée selon laquelle le bien étudié est d'une importance très faible par rapport au revenu des agents, donc le revenu décroît très peu avec la consommation du bien, donc la perte d'utilité est approximativement constante.
  Les surplus du consommateur sont ici donnés par :

  A l'équilibre de monopole : $S\ Cons_m = \frac{(10-6)\times 4}{2} = 8$.

  A l'équilibre concurrentiel : $S\ Cons_c = \frac{(10-2)\times 8}{2} = 32$.

- Calcul du profit du producteur :

  A l'équilibre de monopole : $\pi_m = (6-2) \times 4 = 16$.

  A l'équilibre concurrentiel : $\pi_c = (2-2) \times 8 = 0$.

  Pour calculer le surplus total, il ne va pas de soi d'additionner le gain subjectif du consommateur et le gain monétaire du producteur. Il faut interpréter le profit comme un gain subjectif de bien-être, ce qui suppose que le profit soit redistribué à des consommateurs dont il accroît le revenu et donc l'utilité comme indiqué précédemment (utilité marginale de la monnaie constante).

  Le surplus total est donc :

  En monopole : $S = 8 + 16 = 24$.

  En concurrence : $S = 32$.

Exercice 3. Indice de Lerner et élasticité de la demande

1. Calcul de l'indice de Lerner

On définit l'indice de Lerner comme le rapport entre, d'une part, la différence entre prix de vente et prix de revient et, d'autre part, le prix de vente.

a) Calculez l'indice de Lerner à l'équilibre de monopole de l'exercice 2.

Indice de Lerner = $(p - c) / p$ = (6 – 2) / 6 = 2/3.

b) Calculez l'indice si la fonction de demande est donnée par $D_B(p) = 16 - 2p$. Commentez la différence avec le résultat précédent.

La fonction de demande inverse est : $p = 8 - q/2$.

$\Pi(q) = p\,q - 2\,q = q\,(8 - q/2) - 2\,q = 6q - q^2/2$

$\Pi'(q^*) = 6 - 2\,q/2^*$.

Le profit est maximum pour $\Pi'(q^*) = 0$. On obtient : $q^* = 6$; $p^* = 8 - 6/2 = 5$

$\Pi''(q^*) = -2 < 0$, la fonction de profit est concave donc $q^* = 6$ maximise le profit.

Indice de Lerner = (5 – 2)/5 = 3/5.

La diminution de l'indice, de 2/3 (= 10/15) à 3/5 (= 9/15), est associée à un accroissement de l'élasticité-prix de la demande : $\varepsilon_a = \frac{pD\prime(p)}{D(p)} = \frac{-p}{10-p} = \frac{p}{p-10} < 0$ et $\varepsilon_b = \frac{p}{p-8} < 0$. En valeur absolue, $|\varepsilon_a| < |\varepsilon_b|$, pour un même p. Plus la demande réagit (négativement) à une hausse du prix, moins le prix de monopole est élevé.

La différence entre les cas a) et b) vient de la fonction de recette marginale : elle décroît moins avec la hausse de q quand la fonction de demande est plus élastique au prix (cas b) : dans le cas a) $R'(q) = 10 - 2q$; dans le cas b) $R'(q) = 8 - q$. Une même variation du prix permet, quand la fonction de demande est plus sensible au prix, d'accroître davantage la quantité vendue.

2. Fonction de demande perçue, fonction de demande réelle

a) Supposons que les dispositions à l'échange des consommateurs soient correctement représentées par la fonction $D_B(p) = 16 - 2p$, mais que le monopole imagine que la fonction de demande est $D_A(p) = 10 - p$. Quelle quantité choisit-il ? Commentez.

Le monopole, sur la base de sa fonction de demande (subjective), choisit $q^* = 4$. Compte-tenu de la vraie fonction de demande ($D_B(p) = 16 - 2p$), le prix qui égalise cette offre à la fonction de demande est $p^* = 8 - 4/2 = 6$.

Ce prix n'infirme pas sa croyance sur la fonction de demande. Pourtant, s'il connaissait la véritable fonction de demande, il choisirait d'accroître sa quantité vendue, ce qui accroîtrait son profit. Cet exemple montre l'importance des croyances du monopole sur la fonction de demande, qui peuvent n'être pas infirmées par la demande observée pour un prix (ou de manière équivalente par le prix maximum de vente d'une quantité) qui peut être compatible avec une fonction de demande anticipée incorrecte.

b) Un économiste désireux de maximiser le surplus et qui connaîtrait la fonction de demande aurait-il intérêt à en informer le monopole ?

Ici, un économiste qui veut maximiser le surplus a intérêt à communiquer la vraie demande au monopole. Il compare les surplus des deux solutions : celle qui est fondée sur la fonction de demande perçue et fausse ($D_A(p) = 10 - p$) ; celle qui est fondée sur la fonction de demande non perçue, vraie ($D_B(p) = 16 - 2p$). Dans les deux cas, l'économiste calcule le surplus avec la vraie fonction de demande inverse, qu'il connaît : $p(q) = 8 - q/2$.

Cas a) $q^m = 4$, $p^m = 6$; surplus = 4 x 4 + 2 x 4/2 = 20.

Cas b) $q^m = 6$, $p^m = 5$; surplus = 6 x 3 + 6 x 3/2 = 27.

c) Même question si l'économiste considère, par exemple pour des raisons écologiques, qu'il est collectivement souhaitable de réduire la production.

L'économiste qui veut minimiser la production ne se fonde pas sur le surplus mais sur les quantités de monopole et choisit la solution a).

Remarque. Dans le cas inverse d'une fonction de demande perçue fausse qui fait produire au consommateur une quantité plus importante que celle qu'il produirait s'il connaissait la vraie fonction, les réponses aux questions b) et c) sont inversées.

Questions de cours

1. Est-il irrationnel, pour un monopole privé simple, de renoncer à des ventes à un prix supérieur au coût marginal ?
   Le monopole est rationnel si ces ventes exigent une diminution du prix de toutes les unités vendues. Alors, le profit supplémentaire permis par ces ventes peut être inférieur aux pertes qu'implique la baisse de prix appliquée sur toutes les unités vendues. Graphique (q,p) avec p(q), C'(q) = c, R'(q), en faisant apparaitre la zone où la recette marginale est négative même lorsque p(q) > c.
2. Vrai ou faux ? La recette marginale du monopole est d'autant plus faible que son coût marginal est élevé.
   Faux. La recette marginale indique (approximativement) le supplément de recettes procuré un accroissement de la production d'une unité. Elle ne dépend que de la fonction de demande (ou de demande inverse), jamais des coûts. Elle n'est comparée au coût marginal que pour déterminer la solution qui maximise le profit.
3. Vrai ou faux ? La mesure du bien-être des consommateurs par le surplus pose problème car elle ne tient pas compte de la perte d'utilité associée au paiement du bien. (4 pts)

Faux. Le surplus du consommateur tient compte de la perte de pouvoir d'achat, pouvoir d'achat qui permet de consommer d'autres biens que le bien considéré, qui procurent une utilité.

Preuves :

- Soit par l'expression mathématique du surplus du consommateur= U(q,R) – U(0,R0). Puisque U(0,R0) > 0, c'est qu'il existe une utilité à ne pas consommer le bien. Ou bien : Surplus = U(q)-pq, pq étant le revenu dépensé (la perte de pouvoir d'achat).

- Soit par la représentation géométrique du surplus du Cr : l'U totale de la consommation du bien est l'aire comprise sous la fct de D inverse, dont on déduit l'aire pq, qui représente la perte de pouvoir d'achat.

La difficulté que pose le surplus du Cr tient à l'égalité supposée entre perte de pouvoir d'achat (pq) et perte d'U entraînée par la perte de pouvoir d'achat (égale aussi à pq par hypothèse : hyp d'U marginale constante du revenu (ou de la monnaie)). Cette égalité suppose que toute perte de pouvoir d'achat entraîne une même perte d'utilité, qqs le niveau de revenu dépensé. La symétrie entre hypothèse sur l'utilité de la consommation du bien considérée (supposée décroissante avec la qté du bien consommée) et l'hypothèse sur l'utilité de la consommation des autres biens aurait dû conduire à supposer décroissante l'utilité marginale du revenu, donc à supposer qu'à mesure que le bien étudié est davantage consommé, le revenu restant diminue, et l'utilité marginale des dernières unités de revenu est plus importante que celle qu'on mesure : i.e. on peut supposer qu'une perte de pouvoir d'achat à partir de deux revenus, R1 et R2, R1 < R2, entraîne une baisse d'U plus importante en R1 qu'en R2. Si par exemple les consommateurs dont la disponibilité à payer est plus faible ont un revenu R plus faible, il est possible que la perte d'U associée à la perte de pouvoir d'achat soit sous-évaluée. Mais il est aussi possible que leur gain d'U associé à la consommation du bien soit sous-évalué.

Dossier 3 – Théorie des jeux

Exercice 1. Dilemme du prisonnier

Le dilemme du prisonnier est une représentation, sous forme de jeu non coopératif, de l'histoire suivante : deux individus, soupçonnés d'être les auteurs d'un crime, sont interrogés séparément. Au cours de leurs interrogatoires, leurs sont présentées les stratégies offertes à chacun et les peines associées à chaque issue possible. Ces peines sont telles que chacun a toujours intérêt à dénoncer l'autre. Ainsi, à l'issue des interrogatoires, les deux prisonniers se dénoncent mutuellement alors qu'il serait évidemment préférable pour eux qu'ils se taisent.

1. Décrire la structure du jeu : nombre de joueurs, nombre de stratégies, nombre d'issues, information dont disposent les joueurs. Un joueur peut-il dénoncer l'autre sans se dénoncer lui-même ?

Les deux joueurs n'ont que deux stratégies possibles, leurs choix sont simultanés, chaque joueur choisit en connaissant les stratégies possibles et les gains des deux agents (info complète) mais en ignorant le choix de l'autre (info imparfaite). 4 issues sont possibles.

2. Définir une stratégie strictement dominante, une stratégie strictement dominée. Quelles incitations, dans l'histoire des prisonniers, permettent d'obtenir la dénonciation comme stratégie strictement dominante ?

Une stratégie est strictement dominante (dominée) si elle procure à l'agent un gain strictement supérieur (inférieur) à celui procuré par ses autres stratégies, *quelle que soit* la stratégie choisie par l'autre agent. Ici, dénoncer est dominant si cela procure à celui qui dénonce un gain supérieur à 'se taire', *quoique l'autre choisisse*, i.e. si l'agent qui dénonce, que l'autre se taise ou le dénonce, bénéficie d'un avantage (remise de peine dans tous les cas) en contrepartie de la dénonciation.

3. Représenter une matrice des gains qui illustre le dilemme du prisonnier

Toute matrice avec stratégie de dénonciation strictement dominante pour les deux agents, et équilibre en stratégies dominantes seule solution sous-optimale, convient.

Par exemple :

	B_1 : B *se tait*	B_2 : B *dénonce*
A_1 : A *se tait*	(-2 , -2)	(-10 , -1)
A_2 : A *dénonce*	(-1 , -10)	(-5 , -5)

4. Pourquoi qualifie-t-on la solution de ce jeu de « paradoxe de la rationalité » ? Quelle rationalité est ici en jeu ? Si les joueurs se faisaient confiance, choisiraient-ils de ne pas se dénoncer ?

La solution est paradoxale car les joueurs auraient intérêt à ne pas se dénoncer : Sur les 4 issues possibles, 3 sont Pareto-optimales de leur point de vue (ici l'optimalité est définie sur une collectivité définie par ces deux agents seulement, il est possible que le jugement diffère du point de vue d'une collectivité plus large, qui inclurait par exemple les victimes des crimes), la seule issue sous-optimale étant la solution du jeu. L'exercice de la rationalité individuelle, dans un cadre non-coopératif, conduit à une solution collectivement irrationnelle.

La confiance ne changerait ni la structure du jeu (n'affecterait ni les stratégies ni les gains) ni la solution puisque l'éq est en stratégies dominantes : même si je pense que l'autre ne me dénoncera pas, j'ai intérêt à le dénoncer.

5. Supposons que les individus soient innocents du crime dont ils sont soupçonnés. La structure et la solution du jeu sont-ils modifiés ?

La culpabilité ou l'innocence des joueurs est sans conséquence. Le système de primes à la dénonciation peut conduire à la dénonciation mutuelle d'innocents.

Exercice 2. Une variante du dilemme du prisonnier

	B_1 : B *se tait*	B_2 : B *dénonce*
A_1 : A *se tait*	(0 , -2)	(-10 , -1)
A_2 : A *dénonce*	(-1 , -10)	(-5 , -5)

1. Classez les issues selon le critère de Pareto et indiquez les optima de Pareto

   (A_1, B_1) préféré à (A_2,B_1) et à (A_2,B_2) par les deux agents ; restent deux optima seulement : (A_1,B_1) et (A_1,B_2).

2. Dénoncer est-il ici une stratégie dominante pour chaque agent ? Quelle différence identifiez-vous entre les gains ici représentés et ceux du dilemme du prisonnier ?

   Dénoncer reste une stratégie strictement dominante pour B mais pas pour A car lorsque B se tait, le gain de A est plus élevé s'il se tait également que s'il dénonce : pas de prime à la dénonciation dans ce cas et pour ce joueur.

3. Laquelle des trois histoires ci-dessous pourrait correspondre à cette nouvelle matrice de gains ?

a) Le joueur A a tiré un plus grand avantage du crime que le joueur B.
b) Le procureur, qui décide des primes à la dénonciation, est le frère de A et a fait en sorte que, dans le cas où aucun joueur ne dénonce l'autre, A soit libre.
c) Le joueur A ne choisit pas rationnellement.

4. Pourquoi peut-on dire qu'en dépit de cette différence, les joueurs choisiront de se dénoncer ?
   Pas de stratégie dominante ou dominée pour A mais c'est le cas pour B. A, s'il sait que B est rationnel, choisit donc de dénoncer. Elimination itérative des stratégies dominées.

Expliquez le commentaire suivant de cette variante

> **Texte 1. Mas-Colell, Whinston et Green, *Microeconomic theory*, p.239.**
> « Prêtez attention à la manière dont la connaissance commune des gains et de la rationalité de chacun est utilisée pour résoudre le jeu. Dans le dilemme du prisonnier, l'élimination des stratégies strictement dominées requiert seulement que chaque joueur soit rationnel. Maintenant, nous raisonnons en supposant non seulement que B est rationnel, mais que A sait que B est rationnel. (…) Alors nous pouvons ne pas nous arrêter après seulement deux itérations : nous pouvons éliminer non seulement les stratégies strictement dominées et celles qui le sont après la première élimination des stratégies strictement dominées, mais aussi toutes les stratégies qui le deviennent après l'élimination suivante des stratégies, *etc*. Observez que chaque élimination de stratégies rend dominées de nouvelles stratégies (…). Cependant, chaque itération requiert une connaissance toujours plus profonde par les joueurs de la rationalité des autres. Un joueur doit savoir non seulement que ses rivaux sont rationnels mais aussi qu'ils savent que lui l'est, *etc*. »

Différence entre connaître les gains et être rationnel (cas du dilemme de prisonnier) et savoir en outre que les autres joueurs sont rationnels (ce qui permet, lorsqu'ils ont des stratégies dominantes ou dominées, de prévoir ce qu'ils feront ou ne feront pas). Eliminer par itérations successives les stratégies dominées suppose que soit connaissance commune la rationalité, et toutes les déductions que peuvent en tirer les joueurs : je sais que l'autre est rationnel, qu'il sait que je le sais, *etc*. (mise en abîme de la rationalité).

Exercice 3. Equilibre par élimination itérative des stratégies dominées

Soit le jeu non coopératif à deux joueurs, A et B, représenté par la matrice suivante :

	b_1	b_2	b_3
a_1	(2 , 0)	(5 , – 3)	(2 , 1)
a_2	(3 , 1)	(4 , 4)	(0 , 3)
a_3	(1 , – 2)	(12 , 0)	(1 , 2)

1. Les joueurs ont-ils des stratégies dominantes ou dominées ?

   Pas de stratégie dominante ou dominée pour A qui, selon le choix de B, préfère a1, a2 ou a3. En revanche, b1 est strictement dominée par b3.

2. Quelle solution du jeu déduit-on de l'hypothèse de connaissance commune de la rationalité ?

   A sait que b1 est dominée et que B, rationnel, ne jouera pas b1. La stratégie a2 devient strictement dominée par a1 comme par a3. B qui sait que A non seulement est rationnel sait que B l'est, sait que A exclura a2, et b2 devient dominée par b3. A, même raisonnement, choisit alors a1. La solution, par élimination itérative des stratégies dominées, est (a1, b3), dont les gains sont (2,1).

3. Ce jeu illustre-t-il le paradoxe de la rationalité ?

   Oui car (a1, b3) n'est pas un optimum : Pareto-dominé par (4,4) ou (3,1).

Exercice 4. Equilibre de Nash

Soit le jeu non coopératif en information complète, à deux joueurs (A et B) et représenté par la matrice suivante :

		B		
		b_1	b_2	b_3
A	a_1	(3 , 6)	(3 , 3)	(1 , - 8)
	a_2	(7 , 3)	(2 , 6)	(1 , 5)
	a_3	(- 4 , 1)	(1 , 1)	(2 , 2)

1. On suppose que les deux joueurs sont rationnels et que la rationalité est connaissance commune. Peut-on en déduire une solution comme dans les exercices précédents ?

Non car aucune stratégie d'aucun joueur n'est dominante ni dominée.

2. Rappelez la définition d'un équilibre de Nash et déterminez l'équilibre de Nash de ce jeu. Est-il optimal au sens de Pareto ?

L'équilibre de Nash est un couple de stratégies (ai, bj), tel que ai est meilleure réponse de A à bi et bj est meilleure réponse de B à ai.

Fonction de MR de A :

b1	a2
b2	a1
b3	a3

Fonction de MR de B :

a1	b1
a2	b2
a3	b3

Un seul équilibre de Nash : (a3,b3). Il est Pareto-dominé par (a2,b2) par exemple.

Texte 2. Mas-Colell, Whinston and Green, Microeconomic theory, p.248.

« Pourquoi nous intéressons-nous à l'équilibre de Nash ? (…) Il est parfois avancé que, puisque chaque joueur peut réfléchir aux stratégies de ses adversaires, la rationalité implique que les joueurs doivent pouvoir prévoir correctement ce que joueront leurs rivaux. Bien que cet argument semble séduisant, il est faux. L'hypothèse de connaissance commune de la rationalité des joueurs et de la structure du jeu ne suffit pas à conduire les joueurs à anticiper correctement le choix des autres joueurs ».

Questions

1. Qu'est-ce que la connaissance commune de la rationalité des joueurs et de la structure du jeu ?
2. Dans quels cas cette hypothèse suffit-elle à anticiper le choix des autres joueurs ? Dans n'y suffit-elle pas ?
3. Quelles sont les conséquences de ces précisions sur la réalisation de l'équilibre de Nash ?

Connaissance commune de la rationalité des joueurs : chacun sait que les autres maximisent leur gain ; de la structure du jeu : chacun connaît l'ensemble des joueurs, leurs ensembles de stratégies, leurs gains pour chaque issue, les règles du jeu.

Cette hypothèse suffit à anticiper le choix des autres joueurs lorsqu'il y a des stratégies dominantes ou dominées, immédiatement ou par itération. (fonctionne aussi avec stratégies rationalisables mais sans doute hors programme). Or les stratégies de l'équilibre de Nash, même s'il est unique, ne sont pas nécessairement des stratégies rationalisables. Il est rationnel que je joue ma stratégie de Nash si je pense que l'autre la joue, mais je ne peux pas déduire de ma rationalité ni de celle d'autrui que l'autre la jouera. (ce sera le cas des duopoles de Cournot ou Bertrand). L'équilibre de Nash suppose que les anticipations sont correctes, alors que les hypothèses qui définissent le jeu ne permettent pas toujours aux joueurs d'anticiper le choix des autres. La réalisation de l'équilibre de Nash est donc suspendue à des anticipations correctes sans que celles-ci ne soient fondées sur l'exercice de la rationalité.

Exercice 5

On propose le jeu suivant : sans communiquer entre eux, deux joueurs – A et B – doivent écrire sur une feuille de papier un montant non négatif en euros, noté m_A pour A et m_B pour B, en sachant que :

- S'ils ont écrit la même somme x, ils en recevront chacun la moitié ($x/2$)
- S'ils n'ont pas écrit la même somme, le maître de jeu ne donnera rien à celui qui a écrit le montant le plus élevé et donnera à l'autre joueur la somme qu'il a écrite.

1. Rappeler la définition d'un équilibre de Nash dans ce jeu

Dans le cas d'un jeu à deux jours A et B, un équilibre de Nash est un couple de stratégies (m_A, m_B) où m_A est la meilleure réponse de A à m_B et m_B la meilleure réponse de B à m_A.

2. Construire les fonctions de meilleure réponse des joueurs

Fonction de MR de A à B :

- si $m_B = 0$, $m_A \in [0, +\infty[$, dans tous les cas, son gain est nul

- Si $m_B > 0$, $m_A = m_B - \varepsilon, \varepsilon > 0$, son gain est strictement positif et maximal.

3. Montrer que l'équilibre de Nash de ce jeu est (m_A , m_B)= (0 , 0).

Lorsque $m_A = 0$, si B écrit $m_B > 0$, alors $m_A = 0$ n'est pas la meilleure réponse de A à m_B puisque A ne gagne rien alors qu'il aurait pu gagner une somme strictement positive en choisissant un montant strictement compris entre 0 et m_B. Le couple de stratégies ($m_A = 0$, $m_B > 0$) ne peut donc être un équilibre de Nash.

Même raisonnement (en remplaçant A par B et réciproquement) si $m_A > 0$ et $m_B = 0$).

- Si $m_B > m_A > 0$, le gain de B est nul et aurait pu être strictement positif si m_B avait été strictement compris entre 0 et m_A. Ce n'est donc pas un équilibre de Nash. (réciproquement si mA > mB > 0).

- Si $m_B = m_A > 0$, alors m_A n'est pas la meilleure réponse de A à m_B (ni d'ailleurs de B à m_A) car en choisissant m_A légèrement inférieur à m_B, il accroît son gain.

- Si $m_A = m_B = 0$, le gain de chacun est nul mais aucune autre stratégie, sachant la stratégie choisie par l'autre joueur, n'aurait pu conduire à un gain strictement positif. C'est donc un équilibre de Nash

Un seul équilibre de Nash dans ce jeu.

3. Qu'appelle-t-on stratégie dominante ? Stratégie dominée ?

Une stratégie est dominante si elle apporte la plus grande satisfaction à un agent quel que soit le choix de l'autre agent.

Une stratégie est dominée s'il existe une autre stratégie qui apporte à l'agent une satisfaction supérieure quel que soit le choix de l'autre agent.

4. Expliquer pourquoi les stratégies mA = 0 de l'agent A et mB = 0 de l'agent B peuvent être considérées comme dominées.

Lorsque A écrit mA = 0, il ne gagne rien quel que soit le choix de B. Alors que lorsque A écrit mA > 0, il ne gagne rien si B écrit mB < mA, mais il gagne un montant strictement positif si B écrit mB > mA. Dans le second cas, quel que soit le choix de B, A gagne autant ou plus que dans le premier. C'est la raison pour laquelle on peut considérer que la stratégie mA = 0 (le premier cas) est dominée par n'importe quelle stratégie mA > 0.

Même raisonnement pour la stratégie mB = 0, en remplaçant A par B et B par A.

Exercice 6

On suppose deux joueurs A et B qui, sans communiquer entre eux, décident chacun d'un nombre m_A pour A, m_B pour B. A l'issue de ces décisions, le gain de chacun est le suivant :

Gain de A = $G(m_A) = m_A(10 - m_A - m_B)$.

Gain de B = $G(m_B) = m_B(10 - m_A - m_B)$.

1. Déterminez et représentez graphiquement les fonctions de meilleure réponse de chaque joueur

$G'(m_A) = 0 \Leftrightarrow 10 - 2m_A - m_B = 0 \Leftrightarrow m_A = \frac{10-m_B}{2}$, G''(mA) = -2 < 0 donc c'est bien un gain maximum.

Et réciproquement pour B.

Droites de pente -1/2 et une intersection.

2. Déterminer le ou les équilibres de Nash.

On obtient $m_A = m_B = 10/3$.

Texte 3. Tirole J., *Théorie de l'organisation industrielle*, tome 2, 1995, p.11.

La construction des fonctions de réaction dans un jeu à mouvements simultanés n'est rien de plus qu'un expédient technique à fin d'illustrations. Par définition des choix simultanés, chaque joueur choisit son action avant d'observer celle de son rival. Il n'y a donc aucune possibilité de réaction stricto sensu. Les fonctions de réaction décrivent ce que ferait un joueur s'il apprenait que la variable fixée par l'autre a changé, ce qui n'est pas le cas. Les points de la fonction de réaction autres que l'équilibre de Nash ne sont donc jamais observés.

Questions

1. Si les points des fonctions de réaction (= fonctions de meilleure réponse) autres que l'équilibre ne sont jamais observés, cela signifie-t-il que l'équilibre est toujours observé ?

Non, la réalisation de l'équilibre suppose que les conjectures (anticipations) sur le choix de l'autre sont correctes.

2. Quelle difficulté apparaît si l'on considère que l'équilibre est obtenu à la suite d'un processus d'adaptation aux choix de l'autre joueur ?

Le processus infirme l'hypothèse implicite selon laquelle le choix de l'autre ne dépend pas du sien.

Exercice 7. Multiplicité d'équilibres de Nash

On considère le jeu à choix simultanés décrit par la matrice de gains suivante :

	B_1	B_2
A_1	(4 , 5)	(0 , 0)
A_2	(1 , 1)	(5 , 4)

1. Expliquez cette structure des gains en précisant les hypothèses faites sur les issues préférées par les agents, la structure du jeu (en particulier l'information dont disposent les agents avant de choisir).

   Les agents connaissent les stratégies et les gains de chacun, mais pas le choix d'autrui.

2. Déterminez le ou les équilibre(s) de Nash. Ce jeu fait-il apparaître un paradoxe de la rationalité ?

   Deux NE qui sont tous deux OP. Pas de paradoxe de la rationalité.

3. Peut-on prévoir l'issue du jeu ?

   Non, ce peut être non seulement l'un ou l'autre des deux équilibres de Nash, mais même une issue qui n'est pas un équilibre de Nash, puisque les choix des agents dépendent des conjectures sur le choix d'autrui et qu'ils n'ont aucun élément pour le prévoir. Ils peuvent donc échouer à se coordonner et toute issue est possible.

4. Imaginons que l'organisateur du jeu fasse choisir d'abord le joueur A, sans que le résultat de ce choix soit connu du joueur B lorsque celui-ci choisit. Les conditions du problème sont-elles modifiées ?

   En principe non car les ensembles d'information des joueurs sont identiques. Quoique les choix soient séquentiels, les conditions sont les mêmes que s'ils étaient simultanés. En réalité, la séquentialité peut donner un élément d'information pour la formation des conjectures et la coordination autour d'un des deux équilibres de Nash (le premier joueur obtenant son équilibre préféré).

5. La modification suivante de la matrice des gains modifie-t-elle les réponses aux deux questions précédentes ?

	B_1	B_2
A_1	(4 , 15)	(0 , 0)
A_2	(1 , 1)	(15 , 4)

En principe, non, mais l'inégalité des deux équilibres de Nash peut altérer les comportements.

Exercice 8. Absence d'équilibre de Nash

Soit le jeu non coopératif en information complète, à deux joueurs (A et B) et représenté par la matrice suivante :

		B		
		b_1	b_2	b_3
A	a_1	(3 , 6)	(1 , 3)	(2 , - 8)
	a_2	(7 , 3)	(2 , 6)	(1 , 5)
	a_3	(- 4 , 1)	(3 , 1)	(1 , 2)

1. En construisant les fonctions de meilleure réponse des agents, montrez qu'il n'existe pas d'équilibre de Nash.
2. Après avoir identifié les optima de Pareto de ce jeu, expliquez

a) S'ils peuvent résulter de décisions sans coordination préalable, fondées sur une anticipation correcte par chaque joueur des décisions de son partenaire

b) S'ils peuvent résulter de décisions préalablement coordonnées

Texte 4. Mas-Colell *et al*. L'équilibre de Nash comme convention sociale stable

Une manière particulière de jouer un jeu peut apparaître au cours du temps si le jeu est joué de manière répétée et si une convention sociale stable émerge. Si tel est le cas, il peut sembler évident pour tous les joueurs que cette convention sera maintenue. La convention, pour ainsi dire, devient focale.

Un bon exemple est le jeu joué par les new-yorkais chaque jour. Ceux qui vont travailler à pied décident du trottoir qu'ils empruntent. Au cours du temps, une convention sociale stable est de marcher sur le trottoir de droite, convention appliquée parce que tout individu qui en dévie unilatéralement est certain d'être sévèrement piétiné. Bien sûr, il est possible qu'un jour donné, un individu décide de marcher à gauche en conjecturant que chacun prévoira soudainement que la convention changera. Cependant, il semble raisonnable de prédire que l'on restera à l'équilibre de Nash 'chacun marche à droite'. Observez que, pour qu'une issue devienne une convention sociale stable, elle doit être un équilibre de Nash. Si elle ne l'était pas, alors les agents en dévieraient aussitôt qu'elle émergerait. La notion d'équilibre comme état de repos d'un processus dynamique d'ajustement sous-tend l'usage et le traditionnel attrait des notions d'équilibre en économie. En ce sens, la justification de l'équilibre de Nash comme convention sociale stable est au plus près de la tradition théorique en économie.

Questions

1. L'équilibre de Nash comme convention sociale stable permet-il de prévoir une issue à l'exercice 7 ?

   Oui mais il faut des éléments de contexte, i.e. connaître lequel des équilibres s'est imposé comme convention, cela étant advenu de manière aléatoire.

2. En vous appuyant sur les textes 3 et 4, pouvez-vous dire que l'équilibre de Nash est
   - Une situation de compatibilité des décisions ? oui dans les deux textes
   - Le point d'arrivée d'un processus dynamique ? non dans texte 3, oui dans texte 4, à discuter dans les interprétations des duopoles ?

Dossier n°4 – Duopole et oligopole

Exercice 1. Concurrence en quantité. Duopole de Cournot

Deux firmes sont en concurrence à la Cournot. Elles produisent le même bien, pour lequel la demande est $D(p) = 10 - p$, le coût de la production de chacune étant $C(q) = 2q$.

1. Exprimez le profit de chaque firme en fonction de la quantité qu'elle offre en précisant les hypothèses implicites à cette formulation. Déduisez-en les fonctions de meilleure réponse des firmes.

La fonction de demande inverse est $p(q) = 10 - q$, $q = q_i + q_j$,

Le profit de la firme i s'écrit : $\pi_i(q_i) = (10 - q_i - q_j)q_i - 2q_i$.

La firme i connaît la fonction de demande, suppose que le prix égalisera l'offre agrégée à la demande, suppose que la quantité choisie par son concurrent est donnée (ne dépend pas de sa propre quantité, conjectures de Cournot).

$\pi'_i(q_i) = (10 - q_j - 2) - 2q_i = 0 \leftrightarrow q_i = \frac{8-q_j}{2}$. Symétriquement, $q_j = \frac{8-q_i}{2}$.

On observe que le choix optimal de chaque firme dépend négativement du choix de l'autre : les fonctions de meilleure réponse contredisent les conjectures de Cournot. Si les firmes connaissaient le modèle, elles devraient tenir compte de la dépendance du choix de l'autre à leur propre choix.

2. Déterminez l'équilibre de Cournot-Nash et déduisez-en la quantité globale et le prix de vente du bien.

A l'équilibre de Cournot, aucune firme ne regrette son choix, après avoir observé celui du concurrent : les firmes sont chacune sur leur fonction de meilleure réponse. $q_i = \frac{8-\frac{8-q_i}{2}}{2}$, $q_i = 8/3 = q_j$, $Q = 16/3$ et $p = 14/3$.

3. Comparez avec les solutions concurrentielle et de monopole (dossier 2, exercice 1). Expliquez les différences.

	Concurrence	Monopole	Duopole Cournot
Prix	2	6	14/3 (≃ 4,67)
Qté	8	4	16/3 (≃ 5,33)
Profit total	0	16	128/9 (≃14,22)
Surplus Crs	32	12	128/9 (≃14,22)

Surplus total	32	28	256/9 (≃28,89)

Chaque duopoleur choisit sa quantité en tenant compte

- (*) du fait que $\Delta q > 0$ entraîne $\Delta\Pi = \Delta q(p - 2) > 0$ si $p > 2$ (comme en concurrence et en monopole)
- (**) du fait que Δq diminue également le prix de toutes les unités vendues (car demande inverse décroissante et unicité du prix, comme en monopole non discriminant), d'où une quantité totale moindre qu'en concurrence.
- (***) du fait qu'une partie de l'effet négatif précédent est supporté par son concurrent (nouveauté du duopole), de sorte que l'effet négatif joue moins que dans le monopole, d'où une quantité totale plus importante qu'en monopole.

4. Les deux firmes décident de se coordonner pour produire chacune la moitié de la quantité de monopole. Cette configuration, si elle était adoptée, leur serait-elle plus profitable que la solution du duopole ? Cette configuration est-elle un équilibre ? Justifiez.

Les firmes auraient intérêt à se coordonner sur la solution de monopole en produisant chacune q = 2, (la moitié du profit de monopole est supérieur au profit de chaque firme à l'équilibre de Cournot) mais la meilleure réponse à $q_j = 2$ n'est pas $q_i = 2$ mais $q_i = (8-2)/2 = 3$. Même en cas d'accord préalable, chaque a intérêt à enfreindre l'accord en produisant un peu plus que ce dont ils sont convenus.

Remarque 1 : cette incitation à produire plus que l'accord vient de l'effet (***) : chaque duopoleur décide de sa quantité en négligeant une partie des conséquences négatives de la hausse de sa quantité, parce qu'elle ne tient compte que de la perte de marge bénéficiaire sur les unités précédemment vendues à un prix plus élevé, et pas de la perte de l'autre firme.

Remarque 2 : paradoxe de la rationalité, la max° du profit de chaque firme conduit à une solution sous-optimale (pour les deux firmes) mais ce n'est pas un dilemme du prisonnier : l'équilibre de Nash n'est pas un équilibre en stratégies dominantes.

Exercice 2. Concurrence en quantité. Oligopole et concurrence indéfinie (Cournot)

On considère un marché sur lequel n firmes sont en concurrence à la Cournot. Elles produisent le même bien pour lequel la demande est $D(p) = 10 - p$, et leur coût total est identique : $C(q) = 2q$.

1. Les firmes ont des conjectures de Cournot : chacune pense que la quantité choisie par les autres ne dépend pas de celle qu'elle choisit. En notant q_i la quantité choisie par la firme i, q_j les quantités produites par les firmes j, $j \neq i$, montrez que la fonction de meilleure réponse de la firme i aux choix des firmes j est $q_i = \frac{8-\sum_{j\neq i}\bar{q}_j}{2}$.

$\pi_i(q_i, \bar{q}_j) = p(q_{i,}\bar{q}_j)q_i - 2q_i = \left(10 - \sum_{j\neq i}\bar{q}_j - q_i\right) - 2q_i$.

$\pi_i'^{(q_i,\bar{q}_j)} = \left(8 - \sum_{j\neq i}\bar{q}_j\right) - 2q_i = 0 \Leftrightarrow q_i = \frac{8-\sum_{j\neq i}\bar{q}_j}{2}$. (la fct de profit est bien concave).

2. Les n firmes étant identiques, la quantité produite par chacune à l'équilibre sera identique. Montrez que $\forall i$, $q_i = \frac{8}{n+1}$.

$q_i = \frac{8-(n-1)q_i}{2}$, d'où le résultat.

3. Déterminez la quantité totale à l'équilibre de Cournot, q, et le prix d'équilibre, p. Comparez avec les résultats de l'exercice 1 pour n=3, n=9.

$q = \frac{8n}{n+1}$; $p = \frac{2n+10}{n+1}$.

Avec $n = 3$, $q = 6$; $p = 4$.

Avec $n = 9$, $q = 7{,}2$, $p = 2{,}8$.

A mesure que n augmente, la quantité totale augmente et le prix d'équilibre diminue.

4. Déterminez les limites de q et p lorsque le nombre de firmes tend vers l'infini. Quelle conception de la concurrence le modèle de Cournot soutient-il ?

Prix et quantité tendent vers leurs valeurs concurrentielles. Modèle qui associe le résultat concurrentiel à la présence d'une infinité d'agents (atomicité).

Exercice 3. Duopole de Cournot et commerce international

On suppose un bien offert par deux producteurs, a et b, de pays différents, A et B. Leurs coûts sont identiques : $C(q) = 2q$. Les demandes dans chaque pays sont données par : $D(p) = 10 - p$.

1. On suppose l'absence de concurrence entre les producteurs. Déterminez le prix de vente dans chaque pays.

Chaque producteur est en monopole sur son marché ; pour chacun, $p = 6$, $q = 4$, profit = 16.

Le commerce entre pays est possible mais le transport du bien d'un pays à l'autre exige un coût unitaire constant égal à t, où $t < 4$. On suppose que les firmes se font concurrence à la Cournot.

2. Déterminez la fonction de coût de chaque entreprise lorsqu'elle fournit le marché étranger.

$C(q) = (2+t)q$

3. On considère le marché du pays A

a) Montrez que la fonction de meilleure réponse de la firme b, exportatrice, est : $q_b = \frac{8-t-q_a}{2}$.

$\pi_b(q_b, \bar{q}_a) = (8 - t - \bar{q}_a)q_b - {q_b}^2$.

b) Déduisez-en les quantités offertes par chaque firme à l'équilibre de Nash, le prix qui en résulte et le profit de chaque producteur. Comparez avec les résultats de la question 1 de cet exercice et de la question 3 de l'exercice 1 et commentez.

Avec les fonctions de meilleure réponse des deux producteurs, on obtient $q_b = \frac{8-2t}{3}$, $q_a = \frac{8+t}{3}$, $q = \frac{16-t}{3}$ et $p = \frac{14+t}{3}$, $\pi_a = \left(\frac{8+t}{3}\right)^2$ et $\pi_b = \left(\frac{8-2t}{3}\right)^2$.

Avec $t > 0$, en comparant au duopole de Cournot avec coûts identiques (exo 1 question 3), la quantité produite inférieure, le profit de a supérieur, celui de b inférieur : le coût de transport réduit la concurrence exercée par la firme b, ce qui accroît le prix et le profit de a et accroît la qté ; le profit de b se réduit à cause de coût de transport supporté par le producteur, qui vend au même prix que a.

Avec $t < 4$, en comparant avec le monopole (exo 3 question 1), la quantité produite est supérieure, le prix inférieur, le profit de b non nul et celui de a inférieur (borné par 16) : la concurrence accroît la qté produite, diminue le prix et le profit de a.

c) Les résultats sont-ils affectés si $t > 4$? Comment varient-ils quand t varie sur $[0 , 4]$?

Si $t > 4$, $\pi_b < 0$, donc $q_b = 0$ et a est en monopole (résultats de la question 1).

Une hausse de t pour t appartenant à $[0 , 4]$ accroît le prix et le profit de a, réduit la qté totale offerte, réduit le profit de b par réduction de sa qté offerte et accroissement de son coût marginal.

4. On considère les marchés de deux pays. Quelles en sont les conséquences de l'ouverture du commerce sur la production, le prix et les profits de chaque firme ? Les consommateurs de chaque pays se fournissent-ils auprès des entreprises exportatrices ?

Production totale $= 2\frac{8+t+8-2t}{3} = 2\frac{16+t}{3}$. Elle diminue si t augmente ou augmente si t diminue. Une plus grande intégration des deux marchés (baisse de t) accroît la production : plus de concurrence entre les deux firmes et coût de transport plus faible.

Profit total pour une firme :, $\pi \quad = \left(\frac{8+t}{3}\right)^2 + \left(\frac{8-2t}{3}\right)^2$

Le profit est non monotone par rapport à t : il baisse si t augmente (de 0 à 8/5) puis augmente si t augmente. Ce résultat de non monotonie est dû au rôle ambigu de t : coût de transport et protection contre la concurrence de l'autre firme. Le calcul souligne que, si t est faible, c'est l'effet coût qui domine : un accroissement de t réduit le profit total. Si t est plus élevé, c'est l'effet protection de la concurrence qui domine : un accroissement de t accroit le profit. On remarque aussi que la firme préfère $t > 4$ à $t = 0$.

Les consommateurs se fournissent à la fois auprès de la firme locale et de la firme étrangère. L'allocation de la production totale entre les deux firmes est inefficace : une partie de la production est transportée alors qu'il serait plus efficace de tout produire localement. Inefficacité productive de la concurrence à la Cournot que nous retrouvons ici dans un cas particulier.

Exercice 4. Concurrence en prix. Duopole de Bertrand

Deux firmes sont en concurrence à la Bertrand. Elles produisent le même bien, pour lequel la demande est $D(p) = 10 - p$, le coût de la production de chacune étant $C(q) = 2q$.

1. Exprimez le profit de chaque firme en fonction de la quantité qu'elle offre en précisant les hypothèses implicites à cette formulation.

$\pi_i\left(p_{i,p_j}\right) = D_i(p_i, p_j)(p_i - 2)$ avec

$D_i(p_i, p_j) = D(p_i)$ si $p_i < p_j$

$D_i(p_i, p_j) = D(p_i)/2$ si $p_i = p_j$

$D_i(p_i, p_j) = 0$ si $p_i > p_j$

La firme i connaît la fonction de demande et suppose que le prix choisi par son concurrent est donné (ne dépend pas de son propre prix, conjectures de Bertrand).

2. Déterminez l'équilibre de Cournot-Nash et déduisez-en la quantité globale et le prix de vente du bien.

La fonction de profit étant discontinue, on ne détermine pas l'équilibre en dérivant la fonction de profit. On peut calculer des fonctions de meilleure réponse (mais ce ne sont pas des fonctions, plusieurs choix possibles pour une stratégie du concurrent) ou raisonner à l'équilibre, en excluant :

$p_A = p_B > 2$: la firme A par exemple accroîtrait son profit en fixant $p_A = p_B - \varepsilon$ où ϵ est un réel positif infinitésimal. (Raisonnement valable pour la firme B).

$p_A > p_B > 2$, la firme A accroîtrait son profit en fixant $p_A = p_B - \varepsilon$ où ϵ est un réel positif infinitésimal. (Raisonnement non valable pour la firme B).

$p_A > p_B = 2$, la firme B accroîtrait son profit en fixant $p_B = p_A - \varepsilon$ où ϵ est un réel positif infinitésimal. (Raisonnement non valable pour la firme A).

Reste $p_A = p_B = c = 2$, aucune firme ne peut accroître son profit en fixant un prix différent. Remarque : équilibre en stratégies dominées au sens large (cf. dossier 5, exo 1).

On observe (comme dans le cas de Cournot, mais ici sur les prix) que le choix de chaque firme dépend du choix de l'autre : les réponses des agents contredisent les conjectures de Cournot. Si les firmes connaissaient le modèle, elles devraient tenir compte de la dépendance du choix de l'autre à leur propre choix.

La quantité totale produite est $D(2) = 8$, les firmes sont indifférentes à la quantité produite par chacune, on suppose conventionnellement que chacune sert la moitié de la demande.

3. Comparez avec les solutions concurrentielle, de monopole et d'oligopole de Cournot (exercice 1). Commentez.

Le duopole suffit à restaurer les prix et quantité concurrentiels, semblables à la conc parfaite (price-taking) ou à la conc indéfinie de Cournot (infinité d'offreurs).

Question. La concurrence à la Bertrand diffère-t-elle de la concurrence à la Cournot du fait d'une hypothèse sur les agents qui déterminent le prix ? Autrement dit, est-il exclu que les firmes fixent leur prix dans une concurrence à la Cournot ?

Texte 1 – Jean Tirole, *Théorie de l'organisation industrielle*, Tome 2, 1995, Economica, p. 15.

« Dans ce chapitre, nous supposons que les firmes 'ne se rencontrent qu'une seule fois' sur le marché. Elles fixent un prix simultanément et de manière non-coopérative. Le paradoxe de Bertrand (…) établit que, sous de telles hypothèses, mêmes les oligopoleurs se comportent comme des entreprises en concurrence parfaite – c'est-à-dire que le nombre de firmes de l'industrie n'est pas une variable à prendre en compte pour étudier le comportement du prix (…). La section 3 (…) étudie ce qui fonde le modèle rival du paradigme de Bertrand, le modèle de Cournot de concurrence en quantités. Le modèle de Cournot pose que les firmes choisissent les quantités plutôt que les prix et qu'un commissaire-priseur détermine le prix qui égalise l'offre à la demande. On a critiqué ce modèle à juste titre en soulignant qu'un tel commissaire-priseur n'existe pas et que les firmes choisissent les prix en dernier ressort ».

Texte 2 – D. Kreps, *A Course in Microeconomic Theory*, 1990.

« Dans l'analyse [du duopole de Cournot], on a pris comme variable stratégique la quantité choisie par chaque firme. On aurait pu, avec une plus grande difficulté algébrique, avoir fait du prix la variable stratégique. Au risque de porter à confusion, prenons l'exercice suivant : supposons que la firme 2 produise une quantité x_2. La firme 1 peut choisir son prix optimal d'équilibre P, *sous les conjectures de Cournot selon lesquelles* x_2 *restera la production de la firme 2*. Bien sûr, la firme 1 ne peut pas fixer n'importe quel prix. Elle ne peut pas fixer un prix supérieur à [la demande inverse d'une quantité totale x_2] puisqu'un tel prix contredirait l'idée que la firme 2 vendra x_2. Et l'on peut supposer qu'elle ne choisira pas un prix négatif. En réalité, elle ne choisira pas un prix inférieur à son coût marginal constant. […] Dire que les firmes 'forment des conjectures de Cournot' ne signifie pas que 'les firmes prennent les quantités (et non les prix) comme variable de décision'. Plutôt, les conjectures de Cournot sont des conjectures qui portent sur la réponse de j'autre firme; à savoir, que l'autre firme (ré)agira de façon à maintenir constante la quantité qu'elle vend» (Kreps, 1990, p.328).

Texte 3 – A. Cournot [1838], *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, réédition 2000, Paris, Calmann-Lévy, p.130-131.

« Le propriétaire (1) ne peut pas influer directement sur la fixation de D2 [la demande adressée au propriétaire 2] : tout ce qu'il peut faire, c'est, *lorsque* D_2 *est fixé par le propriétaire (2)*, de choisir pour D_1 la valeur qui lui convient le mieux, ce à quoi il parviendra en modifiant convenablement le prix; sauf au propriétaire (2), qui se verrait forcé d'accepter ce prix et cette valeur de D'_1, de fixer une nouvelle valeur de D_2 plus favorable à ses intérêts que la précédente» (Cournot, 1838, p. 130-131).

Texte 4. J. Bertrand [1883], « Revue de la *Théorie mathématique de la richesse sociale* et des *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* », *Journal des savants*, septembre, p. 499-508, réédité dans Cournot 2000, p.503.

« Cournot suppose que l'un des propriétaires diminue son prix pour attirer à lui des acheteurs, et que l'autre, à son tour, réduira son prix un peu plus pour retrouver ses acheteurs. Ils ne cesseront de se concurrencer de cette manière que lorsque chaque propriétaire, même si l'autre abandonnait la lutte, ne peut accroître son gain en réduisant son prix» (Bertrand, 1883, p. 503)

Pour Tirole, les firmes ne fixent pas elles-mêmes leur prix dans Cournot. Pour Kreps, Cournot et Bertrand, elles peuvent le faire. La différence entre les comportements de Cournot et Bertrand tient alors aux conjectures que fait chaque firme sur le comportement de son concurrent. Dans Cournot ; chaque firme suppose que l'autre fera en sorte de maintenir constante sa quantité vendue. Donc, si une firme baisse son prix, elle n'attire pas toute la demande car l'autre baisse son prix de manière à maintenir constante sa quantité.

Les deux conjectures ont des insuffisances : ne sont pas rationnelles (contredites par les réponses des firmes au choix du concurrent). Les conjectures de Cournot n'expliquent pas pourquoi chacun suppose que son concurrent baisse son prix seulement pour conserver constante sa qté vendue, et pas pour l'accroître. Les conjectures de Bertrand n'expliquent pas pourquoi les firmes pensent que l'autre ne réagira pas à une baisse de son prix.

Exercice 5. Duopole de Bertrand et taxe

On considère le cas de l'exercice 4 mais en supposant que la firme *j* doit payer une taxe unitaire *t*.

1. Pourquoi peut-on prévoir que *j* ne proposera pas $p_i \leq 2$?

$C'_j(q_j) = 2 + t$, d'où l'on déduit qu'à moins de supposer que la firme *j* refuse de satisfaire la demande qui lui est adressée, elle ne tarifie pas en dessous de son coût marginal.

2. Quel sera l'équilibre si $t > 4$?

On a $p_j \geq 2 + t > 6$. Or la firme *i* en monopole propose $p_i = 6$: *i* est seul offreur et les prix et quantité sont les mêmes qu'en monopole.

3. Quel sera l'équilibre si $0 < t \leq 4$?

On a $p_j \geq 2 + t > 2$. Or, pour $2 < p_i$, le profit de *i* est une fct croissante de sa quantité vendue ; *i* cherche donc à attirer toute la demande, avec $pi < p_j$. Comme $p_i = 6$ étant le prix de monopole de *i*, *i* cherche à fixer le prix le plus élevé possible dans la limite de On a $p_i < p_j$. Donc $p_i = p_j - \varepsilon$, $\varepsilon > 0$. La firme *i* est seul offreur mais la concurrence de *j* réduit le prix et accroît la quantité offerte par rapport au monopole.

Même raisonnement pour $t = 4$ entre dans le même cas : un équilibre de Nash où $p_i = p_j = 6$ suppose que i sert toute la demande (contradictoire avec hypothèses précédentes), $p_i = 6 - \varepsilon$.