Prop 9 $\mathcal{F} = \{v_1 \dots v_p\}$ est liée $\Longleftrightarrow$ l'un des v_i est combinaison linéaire des autres vecteurs de $\mathcal{F}$

$\boxed{\Longrightarrow}$ Supposons que $\mathcal{F}$ est liée.

$\hookrightarrow \exists (\lambda_1, \dots, \lambda_p) \neq (0, \dots, 0)$ tq $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_p v_p = 0_E$

$\hookrightarrow \exists i_0 \in \{1 \dots p\},\ \lambda_{i_0} \neq 0$

$\rightarrow \underbrace{\lambda_{i_0}}_{\neq 0} v_{i_0} = -\lambda_1 v_1 - \lambda_2 v_2 \dots - \lambda_{i_0-1} v_{i_0-1} - \lambda_{i_0+1} v_{i_0+1} - \dots - \lambda_p v_p$

$\rightarrow v_{i_0} = \left(-\frac{\lambda_1}{\lambda_{i_0}}\right) \cdot v_1 + \left(-\frac{\lambda_2}{\lambda_{i_0}}\right) \cdot v_2 + \dots + \left(-\frac{\lambda_p}{\lambda_{i_0}}\right) v_p \in \mathrm{Vect}(\mathcal{F} \setminus \{v_{i_0}\})$

$\boxed{\Longleftarrow}$ Supposons qu'il existe i_0 tq $v_{i_0} \in \mathrm{Vect}(\mathcal{F} \setminus \{v_{i_0}\}) \rightsquigarrow \exists \lambda_1 \dots \lambda_{i_0-1}, \lambda_{i_0+1} \dots, \lambda_p$

tq $v_{i_0} = \lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_{i_0-1} v_{i_0-1} + \lambda_{i_0+1} v_{i_0+1} \dots + \lambda_p v_p$

$0_E = \lambda_1 v_1 + \dots + \text{——} - v_{i_0} + \text{——} \dots + \lambda_p v_p$

$\rightarrow (\lambda_1 \dots \lambda_{i_0-1}, -1, \lambda_{i_0+1} \dots \lambda_p)$ est sol. non nulle de $\sum x_i v_i = 0_E$

$\rightarrow \mathcal{F}$ est liée.