

CC2 - SUJET 10

Exercice 1 On considère le sous-ensemble de \mathbb{R}^3 défini par

$$\mathcal{C} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 2xy - y^2 = z, x^2 + 2y^2 = 1\}$$

Justifier que la fonction $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mapsto z$ admet des extrema sur \mathcal{C} . Déterminer ces extrema.

Exercice 2 On rappelle que la mesure de Dirac en $a \in \mathbb{R}$ est définie par

$$\delta_a : A \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } a \in A \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction borélienne positive. Montrer que

$$(\star) \quad \int_{\mathbb{R}}^* f d\delta_a = f(a).$$