

CC2 - SUJET 11

**Exercice 1** Montrer qu'il existe deux fonctions  $\mathcal{C}^1$   $u, v : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définies sur un intervalle  $I$  contenant 1, telles que  $u(1) = 2, v(1) = 0$ , et, pour tout  $x \in I$

$$\begin{cases} (3 + x^2)u(x) + v^3(x) & = 8 + v(x) \\ 2u(x) + \cos(xv(x)) & = 7 - 2x \end{cases}$$

Déterminer l'équation de la tangente au graphe de  $u$  en 1.

**Exercice 2** On rappelle que la mesure de Dirac en  $a \in \mathbb{R}$  est définie par

$$\delta_a : A \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } a \in A \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction borélienne positive. Montrer que

$$(\star) \quad \int_{\mathbb{R}}^* f d\delta_a = f(a).$$