

CC2 - SUJET 12

**Exercice 1** On considère le sous-ensemble de  $\mathbb{R}^3$  défini par

$$\mathcal{C} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 9, x - z = 1\}$$

1. Justifier que la fonction  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mapsto x^2 + y^2 + z^2$  admet des extrema sur  $\mathcal{C}$ .
2. Déterminer le(s) point(s) de  $\mathcal{C}$  le(s) plus proche de l'origine.

**Exercice 2** On rappelle que la mesure de Dirac en  $a \in \mathbb{R}$  est définie par

$$\delta_a : A \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } a \in A \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction borélienne positive. Montrer que

$$(\star) \quad \int_{\mathbb{R}}^* f d\delta_a = f(a).$$