

Travaux Dirigés – Feuille d’Exercices 1

Sujet : Propriétés des fonctions d’utilité et courbes d’indifférence.

Les exercices suivants devront être rendus en début du prochain TD. Une attention toute particulière sera accordée au soin et à la présentation.

Dans les exercices suivants, il y a $L = 2$ biens et les préférences d’un consommateur sont représentées par une fonction d’utilité :

$$u : (x^1, x^2) \in \mathbb{R}_+^2 \longrightarrow u(x^1, x^2) \in \mathbb{R}$$

Exercice 1 (Fonction d’utilité linéaire).

$$u(x^1, x^2) := ax^1 + x^2 \text{ où } a > 0$$

1. Déterminer les propriétés suivantes de la fonction u : continuité, différentiabilité, (strictement) croissante, (strictement) (quasi-) concave (**à démontrer**).
2. En utilisant la définition de courbe d’indifférence, déterminer et représenter graphiquement les courbes d’indifférence de ce consommateur.

Exercice 2 (Fonction d’utilité Cobb-Douglas).

$$u(x^1, x^2) := (x^1)^\alpha (x^2)^{1-\alpha} \text{ avec } 0 < \alpha < 1$$

1. Déterminer les propriétés suivantes de la fonction u : continuité, différentiabilité, (strictement) croissante (**à démontrer**).
2. En utilisant la définition de courbe d’indifférence, déterminer et représenter graphiquement les courbes d’indifférence de ce consommateur.
3. Montrer que la fonction suivante représente les mêmes préférences dans l’ensemble \mathbb{R}_{++}^2 :

$$\tilde{u}(x^1, x^2) = \alpha \ln x^1 + (1 - \alpha) \ln x^2$$

Déterminer les propriétés suivantes de la fonction \tilde{u} : continuité, différentiabilité, (strictement) croissante, (strictement) (quasi-) concave (**à démontrer**).