

La table de mortalité

Exercice 4 : La mortalité au Sénégal en 2009. Comparaison avec la France**CORRIGÉ**

A. Complétez les séries des survivants (S_x), des décès ($D_{x,x+a}$), des quotients de mortalité (${}_a q_x$) et des espérances de vie (e_x) de la table de mortalité abrégée du Sénégal (hommes et femmes réunis) en 2009. Précisez la façon dont vous complétez les différentes séries d'informations de cette table.

Corrigé

Table abrégée complétée :

Age x	S_x	$D_{x,x+a}$	${}_a q_x$	e_x
0	100 000	5 100	0,051	61,7
1	94 900	4 210	0,044	64,0
5	90 690	1 904	0,021	62,9
20	88 786	5 505	0,062	49,1
40	83 281	5 330	0,064	31,6
50	77 951	10 056	0,129	23,4
60	67 895	30 960	0,456	16,1
75	36 935	36 270	0,982	7,6
95	665	570	0,858	2,2
100	94	94	1,000	1,7

Calcul des séries des survivants, des décès et des quotients :

$$D_0 = S_0 \times {}_1 q_0$$

$$S_1 = S_0 \times (1 - {}_1 q_0) \text{ ou } S_1 = S_0 - D_0$$

$${}_4 q_1 = \frac{D_{1,5}}{S_1}$$

$$\text{puis : } S_{x+a} = S_x \times (1 - {}_a q_x) \text{ et } D_{x,x+a} = S_x - S_{x+a}$$

Calcul des espérances de vie :

On fait une hypothèse de répartition uniforme des décès entre 0 et 1 an, 1 et 5 ans et 5 et 20 ans.

$$e_0 = \frac{(D_0 \times 0,5) + (D_{1,5} \times 3) + (D_{5,20} \times 12,5) + [S_{20} \times (e_{20} + 20)]}{S_0}$$

$$e_0 = \frac{(5\,100 \times 0,5) + (4\,210 \times 3) + (1\,904 \times 12,5) + (88\,786 \times 69,1)}{100\,000} = 61,7 \text{ ans}$$

$$e_1 = \frac{(D_{1,5} \times 2) + (D_{5,20} \times 11,5) + [S_{20} \times (e_{20} + 19)]}{S_1}$$

$$e_1 = \frac{(4\,210 \times 2) + (1\,904 \times 11,5) + (88\,786 \times 68,1)}{94\,900} = 64,0 \text{ ans}$$

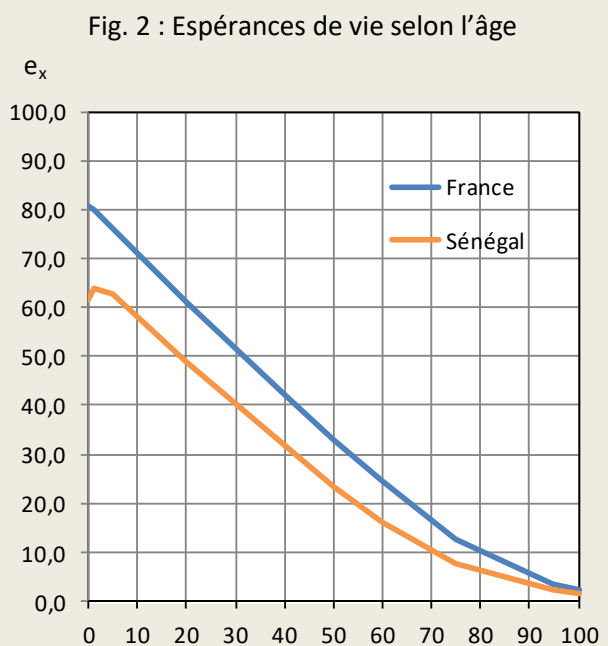
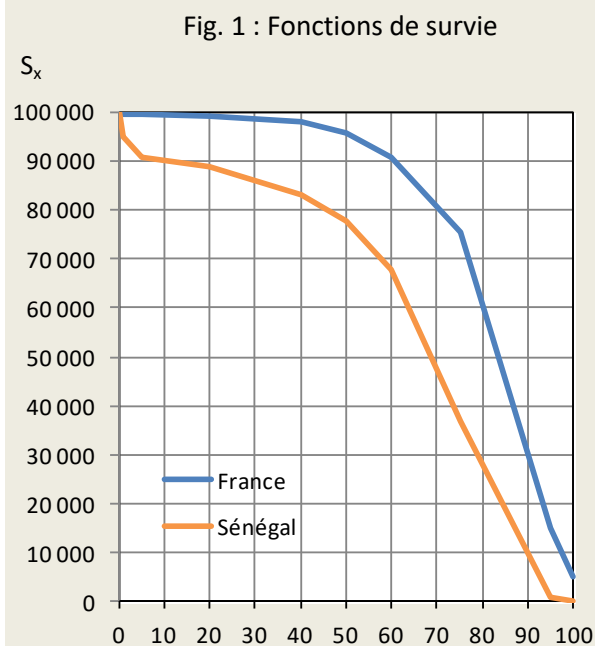
$$e_5 = \frac{(D_{5,20} \times 7,5) + [S_{20} \times (e_{20} + 15)]}{S_5}$$

$$e_5 = \frac{(1\,904 \times 7,5) + (88\,786 \times 64,1)}{90\,690} = 62,9 \text{ ans}$$

B. Analyse de la série des S_x et des e_x

- Graphique a : Tracez la fonction de survie (S_x) du Sénégal et de la France en 2009.
- Graphique b : Représentez la série des espérances de vie selon l'âge (e_x) du Sénégal et de la France en 2009.
- Commentez le graphique b en utilisant le graphique a.

Corrigé



En France, la mortalité est très faible jusqu'à 40 ans. De ce fait, chaque année, l'espérance de vie diminue d'un an environ : elle est environ de 80 ans à 0 an, de 40 ans à 40 ans. On a donc une baisse linéaire de l'espérance de vie. A 80 ans, 60 % de la population est encore en vie. Les décès sont donc concentrés sur une tranche d'âge très faible, ce qui réduit la dispersion de l'âge moyen au décès et explique cette baisse quasi linéaire de l'espérance de vie selon l'âge.

Au Sénégal, la situation est bien différente : 10 % de la population décède avant l'âge de 5 ans. Cette forte mortalité infanto-juvénile contribue fortement à « tirer » l'âge moyen vers des valeurs faibles, la moyenne étant très sensible aux valeurs extrêmes. En revanche, une fois les personnes qui décèdent rapidement (et qui pèsent très peu dans le cumul des années vécues depuis la naissance ou de puis l'âge de 1 an) écartées du calcul de l'espérance de vie, l'espérance de vie « remonte » : le numérateur est peu affecté par la non-prise en compte du cumul des années vécues des personnes qui décèdent rapidement, tandis que le dénominateur diminue en proportion plus fortement. Au dénominateur, les personnes décédées ont en quelque sorte le même poids statistique que celles qui vivent plus longtemps contrairement au cumul des années vécues où les individus sont « pondérés » par le nombre d'années pendant lesquelles ils ont vécu. C'est la raison pour laquelle les espérances de vie à 1 an et 5 ans sont supérieures à l'espérance de vie à la naissance. La fonction de survie du Sénégal est caractéristique des pays dans lesquelles la mortalité des enfants est encore importante. Au-delà de 5 ans, le rythme des décès est plus régulier, ce qui se traduit par la linéarité de la diminution de l'espérance de vie à mesure que l'âge augmente.

C. Comparaison des risques de mortalité

- A partir de la série des survivants (S_x), calculez pour le Sénégal et la France les risques annuels moyens de décéder entre :
 - 1 et 5 ans ;
 - 5 et 20 ans.
- A partir de la série des quotients de mortalité (${}_a q_x$ pour le Sénégal, ${}_1 q_x$ moyens pour la France), calculez pour le Sénégal et la France les risques annuels moyens de décéder entre :
 - 20 et 40 ans ;
 - 40 et 75 ans
- Comparez les risques de décéder entre 0 et 1 an, 1 et 5 ans, 20 et 40 ans, 40 et 75 ans du Sénégal à ceux de la France.

Corrigé

- Calcul des quotients de mortalité annuels moyens à partir de la série des survivants

$${}_a q_x = 1 - \frac{S_{x+a}}{S_x}$$

$${}_a p_x = \frac{S_{x+a}}{S_x}$$

$$\overline{{}_a p_x} = \sqrt[a]{\frac{S_{x+a}}{S_x}}$$

$$\overline{{}_a q_x} = 1 - \sqrt[a]{\frac{S_{x+a}}{S_x}}$$

$$\overline{{}_4 q_1} = 1 - \sqrt[4]{\frac{S_5}{S_1}}$$

$$\overline{{}_{15} q_5} = 1 - \sqrt[15]{\frac{S_{20}}{S_5}}$$

b1) Calcul des quotients de mortalité annuels moyens à partir de la série des quotients pluri-annuels (pour le Sénégal)

$${}_a q_x = 1 - {}_a p_x$$

$${}_a \bar{p}_x = \sqrt[a]{{}_a p_x}$$

$${}_a \bar{q}_x = 1 - \sqrt[a]{{}_a p_x}$$

$${}_{20} \bar{q}_{20} = 1 - \sqrt[20]{{}_{20} p_{20}}$$

$${}_{35} \bar{q}_{40} = 1 - \sqrt[35]{{}_{35} p_{40}} = 1 - \sqrt[35]{{}_{10} p_{40} \times {}_{10} p_{50} \times {}_{15} p_{60}}$$

b2) Calcul des quotients de mortalité annuels moyens à partir de la série des quotients annuels moyens (pour la France)

$${}_a \bar{q}_x = 1 - \sqrt[a]{{}_a p_x}$$

$${}_{35} \bar{q}_{40} = 1 - \sqrt[35]{{}_{35} p_{40}} = 1 - \sqrt[35]{{}_{10} \bar{p}_{40} \times {}_{10} \bar{p}_{50} \times {}_{15} \bar{p}_{60}} = 1 - \sqrt[35]{\left({}_{10} \bar{p}_{40}\right)^{10} \times \left({}_{10} \bar{p}_{50}\right)^{10} \times \left({}_{15} \bar{p}_{60}\right)^{15}}$$

Résultats et commentaires

Quotients annuels moyens de mortalité (pour 100 000) et mesure de la surmortalité au Sénégal par rapport à la France

Age	France	Sénégal	Risque relatif Sénégal / France
0 an	341	5 100	15,0
entre 1 et 5 ans	19	1 128	59,4
entre 5 et 20 ans	16	141	8,8
entre 20 et 40 ans	69	320	4,6
entre 40 et 75 ans	743	2 296	3,1

Les risques de mortalité au Sénégal sont considérablement plus importants que ceux de la France, en particulier aux très jeunes âges : un Sénégalais a 15 fois plus de « chance » de décéder avant son premier anniversaire qu'un Français ; entre 1 et 5 ans le risque est 59 fois plus élevé au Sénégal qu'en France. Bien que la surmortalité au Sénégal (par rapport à la France) soit beaucoup moins forte à partir de 20 ans, les écarts n'en restent pas moins très élevés.

Annexes : Données

Données partielles de la table de mortalité du Sénégal (Hommes et femmes réunis) en 2009

Age x	S_x	$D_{x,x+a}$	${}_a q_x$	e_x
0	100 000		0,051	
1		4 210		
5			0,021	
20			0,062	49,1
40			0,064	31,6
50			0,129	23,4
60			0,456	16,1
75			0,982	7,6
95			0,858	2,2
100			1,000	1,7

Source : OMS, 2012

Données de la table de mortalité abrégée de la France (hommes et femmes réunis) en 2009

Age x	S_x	e_x	${}_1 q_x$ moyen entre les âges x et x+a (pour 100 000)
0	100 000	81,4	341
1	99 659	80,7	19
5	99 584	76,7	16
20	99 342	61,9	69
40	97 973	42,6	219
50	95 847	33,4	518
60	90 998	24,9	1 241
75	75 459	13,3	7 790
95	14 904	3,4	20 150
100	4838	2,4	

Source : OMS, 2012