

Exercice 5

L'effondrement de l'URSS et l'évolution de la mortalité en Russie

Corrigé

1) Compléter la table de mortalité de la population masculine au cours des années 1985-1990.
En déduire l'espérance de vie à la naissance pour cette période.

2) À partir des risques annuels moyens de mortalité de la période 2005-2010, calculez les quotients de mortalité entre les âges x et $x+a$ et en déduire la série des survivants de la table de mortalité (S_x) masculine de cette période en Russie.

En déduire l'espérance de vie à la naissance pour cette période.

3) Formaliser le calcul de l'espérance de vie à la naissance des hommes en Russie au cours des années 2010-2015 à partir de S_0 , S_1 et e_1 . Faire ensuite l'application numérique.

4) Représenter sur un même graphique les risques relatifs de mortalité par tranche d'âges afin de comparer :

- d'une part, l'évolution de la mortalité entre les années 1985-1990 et 2005-2010 ;

- d'autre part, l'évolution de la mortalité entre les années 1985-1990 et 2010-2015.

5) Commentez et expliquez (en vous appuyant sur les documents diffusés sur l'EPI) les évolutions de la mortalité des hommes en Russie entre la deuxième moitié des années 1980 et la première moitié des années 2010.

Précision : quelle que soit la période considérée, on considère que l'espérance de vie à 100 ans exacts des Russes de sexe masculin est de 1,5 an.

1) Compléter la table de mortalité de la période 1985-1990

On utilise les relations entre les différentes séries de la table de mortalité pour compléter celle des hommes en Russie au cours de la période 1985-1990.

$$D_{0,1} = S_0 - S_1 = 100\,000 - 97\,283 = 2\,717$$

$${}_1q_0 = \frac{D_{0,1}}{S_0} = \frac{2\,717}{100\,000} = 0,02717$$

$${}_4q_1 = \frac{D_{1,5}}{S_1} = \frac{512}{97\,283} = 0,00526$$

$$S_5 = S_1 - D_{1,5} = 97\,283 - 512 = 96\,771$$

$$D_{5,15} = S_5 - S_{15} = 96\,771 - 96\,142 = 629$$

$${}_{10}q_5 = \frac{D_{5,15}}{S_5} = \frac{629}{96\,771} = 0,0065$$

$$D_{15,25} = S_{15} \times {}_{10}q_{15} = 96\,142 \times 0,01864 = 1\,792$$

$$S_{25} = S_{15} - D_{15,25} = 96\,142 - 1\,792 = 94\,350$$

$$D_{25,45} = S_{25} \times {}_{20}q_{25} = 94\,350 \times 0,08968 = 8\,461$$

$$S_{45} = S_{25} - D_{25,45} = 94\,350 - 8\,461 = 85\,889$$

$${}_{20}q_{45} = \frac{D_{45,65}}{S_{45}} = \frac{28\,706}{85\,889} = 0,33422$$

$$S_{65} = S_{45} - D_{45,65} = 85\,889 - 28\,706 = 57\,183$$

$$D_{65,85} = S_{65} - S_{85} = 57\,183 - 8\,793 = 48\,390$$

$${}_{20}q_{65} = \frac{D_{65,85}}{S_{65}} = \frac{48\,390}{57\,183} = 0,84623$$

$$D_{85,100} = S_{85} \times {}_{15}q_{85} = 8\,793 \times 0,99136 = 8\,717$$

$$S_{100} = S_{85} - D_{85,100} = 8\,793 - 8\,717 = 76$$

Table de mortalité des hommes en Russie. Période 1985-1990

Âge x	S_x	$D_{x,x+a}$	${}_a q_x$	$AV_{x,x+a}$	e_x
0	100 000	2 717	0,02717	98 641,5	63,6
1	97 283	512	0,00526	388 108,0	64,4
5	96 771	629	0,00650	964 565,0	60,7
15	96 142	1 792	0,01864	952 460,0	51,1
25	94 350	8 461	0,08968	1 802 390,0	42,0
45	85 889	28 706	0,33422	1 430 720,0	25,1
65	57 183	48 390	0,84623	659 760,0	12,7
85	8 793	8 717	0,99136	66 517,5	7,6
100	76			114,0	1,5

Pour calculer l'espérance de vie, une méthode parmi d'autres consiste à calculer les années vécues pour chaque tranche d'âges ($AV_{x,x+a}$) :

$$AV_{x,x+a} = a \times \left(\frac{S_x + S_{x+a}}{2} \right)$$

Exemple :

Entre 5 et 15 ans, les personnes toujours en vie à 15 ans ont vécu 10 ans. On fait l'hypothèse que celles qui sont mortes entre ces deux âges ont vécu en moyenne 5 ans (10/2). La somme des années vécues entre 5 et 15 ans s'écrit donc :

$$AV_{5,15} = 10 \times S_{15} + 5 \times (S_5 - S_{15}) = 10 \times S_{15} + 5 \times S_5 - 5 \times S_{15}$$

$$AV_{5,15} = 5 \times (S_5 + S_{15}) = 10 \times \left(\frac{S_5 + S_{15}}{2} \right) = 10 \times \left(\frac{96\,771 + 96\,142}{2} \right) = 964\,565$$

Pour les années vécues à partir de 100 ans, on multiplie les personnes présentes à 100 ans par le nombre moyen d'années qu'il leur reste à vivre à partir de cet âge :

$$AV_{\geq 100} = S_{100} \times e_{100}$$

L'espérance de vie à la naissance est le rapport entre la somme des années vécues depuis la naissance et l'effectif initial de cette cohorte fictive soumise aux risques de mortalité de la période 1985-1990 :

$$e_0 = \frac{AV_{0,1} + AV_{1,5} + AV_{5,15} + \dots + AV_{85,100} + AV_{100+}}{S_0} = 63,6 \text{ ans}$$

Dans les conditions de mortalité des années 1985-1990 en Russie, un nouveau-né de sexe masculin pouvait espérer vivre en moyenne 63,6 ans.

2) Espérance de vie des hommes au cours de la période 2005-2010

On dispose des risques annuels moyens de décéder pour les différentes tranches d'âges. On veut déterminer à partir de ces valeurs les risques cumulés de mortalité pour chacun de ces intervalles d'âges.

Ce calcul suppose de faire un détour par les probabilités de survie, qui est un événement (heureusement) renouvelable !

On sait que la probabilité de rester en vie au cours d'une période de a années est le produit des probabilités annuelles de rester en vie au cours de cette période :

$${}_a S_x = {}_1 S_x \times {}_1 S_{x+1} \times {}_1 S_{x+2} \times \dots \times {}_1 S_{x+a-1}$$

Exemple avec la probabilité de rester en vie entre les âges exacts 1 et 5 ans (${}_4 S_1$) :

$${}_4 S_1 = {}_1 S_1 \times {}_1 S_2 \times {}_1 S_3 \times {}_1 S_4$$

De ce fait, la probabilité de survivre entre 1 et 5 ans est aussi le produit de la probabilité moyenne de survivre d'une année à l'autre au cours de cet intervalle d'âges par elle-même autant de fois qu'il y a d'années (ici 4) :

$${}_4 S_1 = \bar{s} \times \bar{s} \times \bar{s} \times \bar{s} = \bar{s}^4$$

Comme le risque de décéder est le complément à l'unité du risque de survivre, on en déduit facilement la probabilité de décéder entre 1 et 5 ans exacts :

$${}_4 q_1 = 1 - {}_4 S_1 = 1 - \bar{s}^4 = 1 - (1 - \bar{q})^4 = 1 - (1 - 0,00099)^4 = 0,00395$$

Généralisation :

$${}_a q_x = 1 - {}_a S_x = 1 - \bar{s}^a = 1 - (1 - \bar{q})^a$$

À partir de cette série de quotients de mortalité, on en déduit la série des survivants de la table de mortalité des hommes en Russie au cours de cette période. Les survivants à l'âge $x+a$ s'obtiennent en effet en multipliant les survivants à l'âge x par la probabilité de survivre entre les âges x et $x+a$:

$$S_{x+a} = S_x \times (1 - {}_a q_x)$$

Exemple :

$$S_1 = S_0 \times (1 - {}_1 q_0) = 100\,000 \times (1 - 0,01835) = 98\,165$$

$$S_5 = S_1 \times (1 - {}_4 q_1) = 98\,165 \times (1 - 0,00395) = 97\,777$$

L'espérance de vie se calcule en adoptant la même démarche que précédemment. On obtient ainsi 58,6 ans pour la période 2005-2010, soit cinq ans de moins qu'au cours de la période 1985-1990.

Table de mortalité des hommes en Russie. Fonction de survie et espérance de vie.
Période 2005-2010

Âge	${}_a q_x$ moyen	${}_a q_x$	S_x	$AV_{x,x+a}$	e_x
0	0,01835	0,01835	100 000	99 083	58,6
1	0,00099	0,00395	98 165	391 884	58,7
5	0,00055	0,00549	97 777	975 085	54,9
15	0,00304	0,02999	97 240	957 820	45,2
25	0,00911	0,16726	94 324	1 728 710	36,5
45	0,03131	0,47071	78 547	1 201 210	21,8
65	0,09753	0,87157	41 574	469 130	12,3
85	0,30725	0,99594	5 339	40 208	7,5
100			22	33	1,5

3) Espérance de vie à la naissance des hommes en Russie pour la période 2010-2015

On raisonne à partir des années vécues. Les années vécues depuis la naissance par l'ensemble des personnes de la cohorte initiale de la table ($AV_{\geq 0}$) correspondent à la somme des années vécues entre 0 et 1 an (AV_{0-1}) et les années vécues à partir de 1 an ($AV_{\geq 1}$).

$$AV_{\geq 0} = AV_{0-1} + AV_{\geq 1}$$

$$e_0 \times S_0 = \frac{(S_0 + S_1)}{2} + (e_1 \times S_1) = 0,5 \times (S_0 + S_1) + (e_1 \times S_1)$$

$$e_0 \times S_0 = 0,5 \times S_0 + 0,5 \times S_1 + e_1 \times S_1$$

$$e_0 \times S_0 = 0,5 \times S_0 + S_1 \times (e_1 + 0,5)$$

$$e_0 = \frac{0,5 \times S_0 + S_1 \times (e_1 + 0,5)}{S_0} = \frac{0,5 \times S_0}{S_0} + \frac{S_1 \times (e_1 + 0,5)}{S_0} = 0,5 + \frac{S_1}{S_0} \times (e_1 + 0,5)$$

Application numérique :

$$e_0 = 0,5 + \frac{S_1}{S_0} \times (e_1 + 0,5) = 0,5 + \frac{99\,049}{100\,000} \times (64 + 0,5) = 64,4 \text{ ans}$$

L'espérance de vie à la naissance des hommes dans les conditions de mortalité des années 2010-2015 en Russie est de 64,4 ans, soit un an de plus que vingt-cinq ans auparavant.

4) Mesure de l'évolution de la mortalité par âge d'une période à l'autre à l'aide des risques relatifs

Les risques relatifs correspondent aux rapports entre deux séries de quotients :

- au numérateur se trouve le risque de mortalité de la période étudiée ;
- au dénominateur celui de la période de référence (ici la période 1985-1990).

Dans le cas présent, on mesure l'évolution de la mortalité par rapport à la fin des années 1980 (période 1985-1990). Le tableau 4 présente les rapports entre les risques par tranche d'âges de la période 2010-2015 à ceux de la période 1985-1990. Si le résultat est supérieur à 1, alors la mortalité de la période la plus récente est supérieure à celle de la période la plus ancienne. Si le résultat est inférieur à 1, c'est l'inverse. Si le résultat est égal à 1, cela signifie que la mortalité est la même au cours des deux périodes.

Par exemple, au cours des années 2010-2015, la mortalité infantile (entre 0 et 1 an) est 0,35 fois supérieure à celle des années 1985-1990. Comme la valeur de ce rapport est inférieure à 1, cela signifie que la mortalité infantile récente est inférieure à celle des années 1985-1990. On peut écrire les choses autrement en utilisant l'inverse de cette valeur : $1/0,35 = 2,86$, qui correspond au rapport entre la mortalité infantile de la période 1985-1990 et celle des années 2010-2015. La mortalité infantile ancienne est donc 2,86 fois supérieure à la plus récente. En d'autres termes, la mortalité infantile des années 2010-2015 est presque trois fois moins élevée que celle des années 1985-1990, ou encore la mortalité infantile a été divisée par presque trois en l'espace de vingt-cinq ans.

En revanche, la mortalité entre 25 et 45 ans a été multipliée par 1,37 entre les années 1985-1990 et 2010-2015 (la mortalité pour cette tranche d'âges au cours de la période la plus récente est 1,37 fois plus élevée que celle des années 1985-1990).

On calcule ces mêmes indicateurs afin de comparer la mortalité au cours des années 2005-2010 à celle des années 1985-1990 :

$$RR_{x,x+a} = \frac{{}_a q_x^{2005-2010}}{{}_a q_x^{1985-1990}}$$

Exemple : risque relatif entre 25 et 45 ans

$$RR_{25,45} = \frac{{}_{20}q_{25}^{2005-2010}}{{}_{20}q_{25}^{1985-1990}} = \frac{0,16726}{0,08968} = 1,87$$

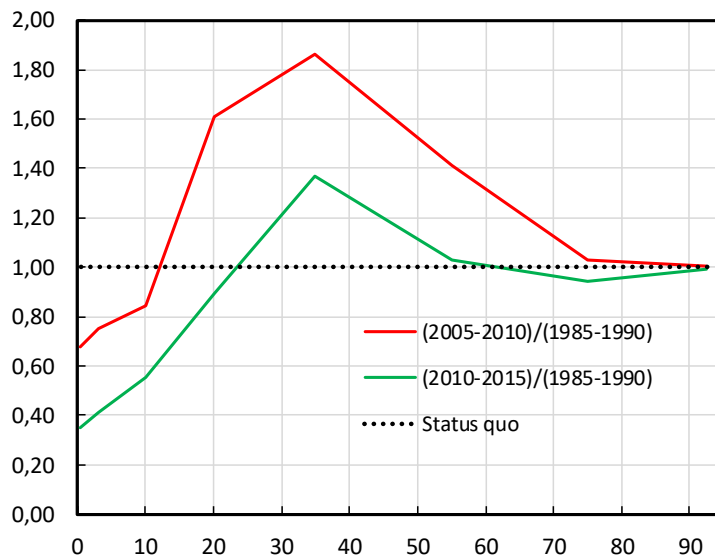
Au cours des années 2005-2010, la mortalité masculine entre 25 et 45 ans en Russie est 1,9 fois supérieure à celle de la fin des années 1980. Cela signifie que pour cette tranche d'âges, la mortalité a augmenté de 87 % en vingt ans.

Tableau de synthèse des risques relatifs

Tranche d'âges exacts $x, x+a$	$aq_x(2010-2015)/$	$aq_x(2005-2010)/$
	$aq_x(1985-1990)$	$aq_x(1985-1990)$
0-1	0,35	0,68
1-5	0,41	0,75
5-15	0,55	0,84
15-25	0,89	1,61
25-45	1,37	1,87
45-65	1,03	1,41
65-85	0,94	1,03
85-100	0,99	1,00

Pour la représentation graphique, on dispose chaque valeur au centre de l'intervalle d'âges correspondant.

Risques relatifs de mortalité masculine en Russie



Lecture : au cours des années 2005-2010, la mortalité masculine en Russie entre 25 et 45 ans (à 35 ans en moyenne) est 1,8 fois plus élevée que vingt ans plus tôt. En revanche, celle de la période suivante (2010-2015) n'est que 1,4 fois plus élevée qu'au cours de la période 1985-1990, ce qui révèle une baisse de la mortalité pour cette tranche d'âges entre la fin des années 2000 et le début des années 2010.

5) Commentaire

Tandis qu'en Europe l'espérance de vie a continué d'augmenter depuis la fin des années 1980, elle a au contraire reculé en Russie. À la fin des années 1980, la Russie accusait déjà un déficit

par rapport aux pays européens les plus avancés en matière d'espérance de vie. Par exemple, alors que l'espérance de vie d'un Russe était proche de 64 ans dans les conditions de mortalité des années 1985-1990, celle d'un Français atteignait les 72 ans au même moment. Vingt ans plus tard, de 8 années, l'écart est passé à près de 19 ans. En effet, tandis que l'espérance de vie des hommes diminuait en Russie pour atteindre 58,6 ans en 2005-2010, elle approchait au même moment les 78 ans en France. À la fin des années 2000, l'espérance de vie en Russie avait un niveau comparable à celle des pays en voie de développement (elle était par exemple de 60 ans environ dans des pays comme le Sénégal ou le Gabon).

Ce recul aussi inédit que spectaculaire de l'espérance de vie en Russie a des causes originales. En effet, en vingt ans, la mortalité infantile, et plus généralement la mortalité des enfants de moins de 15 ans, a nettement diminué. En fait, la réduction de l'espérance de vie des hommes en Russie est la conséquence d'une augmentation considérable de la mortalité aux âges adultes, et tout particulièrement entre 15 et 65 ans. Par exemple, au cours des années 2005-2010, un homme en Russie avait près de deux fois plus de chance de décéder entre 25 et 45 ans que vingt ans plus tôt (17 % contre 9 %). À la fin des années 2000, un homme a dorénavant presque une chance sur deux de mourir entre 45 et 65 ans (47 %) alors que ce risque était de 33 % vingt ans plus tôt.

D'une façon générale, la consommation importante d'alcool, en particulier la vodka, est à l'origine de cette surmortalité des adultes russes par rapport aux Européens. Et l'augmentation spectaculaire des risques de décéder entre la fin des années 1980 et la fin des années 2000 serait précisément liée à un accroissement de cette consommation d'alcool. Alors que des politiques de prévention menées dans les dernières années de l'Union soviétique par Andropov et Gorbatchev avaient contribué à réduire la mortalité liée à l'alcoolisme, leur abandon après la chute de l'URSS s'est traduit par une nouvelle augmentation de la consommation. L'alcoolisme est aussi responsable d'un nombre considérable de morts violentes. L'augmentation de la consommation d'alcool n'est toutefois pas la seule cause de cette augmentation de la mortalité. Après la chute de l'URSS, la crise économique et la désorganisation du pays se sont aussi traduites par un affaiblissement du système de santé russe qui assurait un suivi médical minimal gratuit à l'ensemble de la population.

Très récemment toutefois, des mesures ont à nouveau été prises pour limiter la consommation d'alcool (augmentation du prix de la vodka, interdiction de la publicité). Les effets ont été immédiats puisque la mortalité aux âges adultes a baissé. Au début des années 2010, elle reste toutefois encore plus élevée qu'à la fin des années 1980. Par exemple, au cours des années 2010-2015, la mortalité des hommes entre 25 et 45 ans reste 1,4 fois supérieur à celle des années 1985-1990. Mais ce recul, conjugué à une poursuite de la baisse de la mortalité des moins de 15 ans, a contribué au rebond de l'espérance de vie à la naissance qui atteint dorénavant pour les hommes 64,4 ans, soit un an de plus qu'un quart de siècle plus tôt. Ce résultat encourageant laisse toutefois la Russie encore loin des pays d'Europe de l'Ouest ; en France, en 2015, l'espérance de vie des hommes atteint en effet 79 ans.

Annexes

Tableau 1.

Table de mortalité des hommes. Russie. Années 1985-1990. À compléter

Âge x	S_x	$D_{x,x+a}$	${}_a q_x$
0	100 000		
1	97 283	512	
5			
15	96 142		0,01864
25			0,08968
45		28 706	
65			
85	8 793		0,99136
100			

Source : United Nations, Population Division, Department of Economic and Social Affairs, *World Population Prospects : The 2017 Revisions, 2017*.

Lecture : Pour une cohorte initiale de 100 000 personnes, dans les conditions de mortalité des années 1985-1990, il en reste 97 283 à 1 an exact. Sur ces 100 000 personnes, 512 décèdent entre 1 et 5 ans exacts et 28 706 entre 45 et 65 ans exacts. La probabilité de décéder entre 15 et 25 ans exacts est de 0,01864 soit 1,864 %.

Tableau 2.

Table de mortalité des hommes. Russie. Années 2005-2010. Série des risques annuels moyens

Âge	${}_a q_x$ moyen
0	0,01835
1	0,00099
5	0,00055
15	0,00304
25	0,00911
45	0,03131
65	0,09753
85	0,30725
100	

Source : United Nations, Population Division, Department of Economic and Social Affairs, *World Population Prospects : The 2017 Revisions, 2017*.

Lecture : Entre 1 et 5 ans exacts, dans les conditions de mortalité de la période 2005-2010, un enfant a chaque année 0,00099 « chance » de décéder. La probabilité moyenne de décéder chaque année entre 1 et 5 ans exacts est donc de 0,099 %.

Tableau 3.

Table de mortalité des hommes. Russie. Années 2010-2015. Survivants à 0 et 1 an exact ; espérance de vie à 1 an exact

Âge	S_x	e_x
0	100 000	
1	99 049	64,0

Source : United Nations, Population Division, Department of Economic and Social Affairs, *World Population Prospects : The 2017 Revisions, 2017*.

Lecture : À 1 an exact, dans les conditions de mortalité de la période 2010-2015, il reste 99 049 des 100 000 personnes composant cette cohorte fictive à 0 an exact. À cet âge de 1 an exact, il leur reste en moyenne 64,0 ans à vivre.

Tableau 4.

Risques relatifs de mortalité par tranche d'âges entre les années 2010-2015 et 1985-1990. Russie, population masculine

Tranche d'âges exacts $x, x+a$	$\frac{{}_a q_{x(2010-2015)}}{{}_a q_{x(1985-1990)}}$
0-1	0,35
1-5	0,41
5-15	0,55
15-25	0,89
25-45	1,37
45-65	1,03
65-85	0,94
85-100	0,99

Source : United Nations, Population Division, Department of Economic and Social Affairs, *World Population Prospects : The 2017 Revisions, 2017*. Calculs: JFL