

Exercice 6

Surmortalité masculine contemporaine dans la Fédération de Russie

CORRIGÉ

1) Expliquez le plus simplement possible le sens des chiffres encadrés dans le tableau 1 (S_{80} , $D_{80,90}$, ${}_{10}q_{80}$, e_{80}).

Corrigé

S_{80} : Dans les conditions de mortalité de la période 2015-2020, pour 100 000 femmes d'une même génération, 54 016 atteignent l'âge de 80 ans. On peut aussi exprimer les survivantes à 80 ans exacts de la table de mortalité de la période 2015-2020 autrement : si les risques de mortalité mesurés en 2015-2020 restent les mêmes au cours des prochaines décennies, 54,0 % des filles nées au cours de cette période atteindront l'âge de 80 ans.

$D_{80,90}$: Dans les conditions de mortalité de la période 2015-2020, pour 100 000 femmes d'une même génération, 35 418 décèdent entre les âges de 80 et 90 ans exacts. Ou : si les risques de mortalité mesurés en 2015-2020 restent les mêmes au cours des prochaines décennies, 35,4 % des filles nées au cours de cette période décèderont entre 80 et 90 ans exacts.

${}_{10}q_{80}$: au cours de la période 2015-2020, la probabilité de décéder entre 80 et 90 ans exacts est de 65,6 %. Une femme âgée de 80 ans exacts a donc, dans les conditions de mortalité de cette période, deux chances sur trois de mourir avant d'atteindre son 90^e anniversaire.

e_{80} : dans les conditions de mortalité de la période 2015-2020, une femme âgée de 80 ans exacts a une espérance de vie de 8,2 ans ; à 80 ans exacts, une femme peut donc en moyenne espérer encore vivre 8,2 ans.

2) Complétez la table de mortalité récente (période 2015-2020) de la population féminine de la Fédération de Russie (tableau 1). En déduire l'espérance de vie à la naissance, à 20 ans et 60 ans pour cette période.

Corrigé

$$D_{0,1} = S_0 \times {}_1q_0 = 100\,000 \times 0,00515 = 515$$

$$S_1 = S_0 - D_{0,1} = 100\,000 - 515 = 99\,485$$

$$D_{1,5} = S_1 - S_5 = 99\,485 - 99\,365 = 120$$

$${}_4q_1 = \frac{D_{1,5}}{S_1} = \frac{120}{99\,485} = 0,00121$$

$${}_{10}q_5 = \frac{D_{5,15}}{S_5} = \frac{189}{99\,365} = 0,00190$$

$$S_{15} = S_5 - D_{5,15} = 99\,365 - 189 = 99\,176$$

$$D_{15,20} = S_{15} - S_{20} = 99\,176 - 98\,980 = 196$$

$${}_5q_{15} = \frac{D_{15,20}}{S_{15}} = \frac{196}{99\,176} = 0,00198$$

$$D_{20,30} = S_{20} \times {}_{10}q_{20} = 98\,980 \times 0,00697 = 690$$

$$S_{30} = S_{20} - D_{20,30} = 98\,980 - 690 = 98\,290$$

Pour calculer les espérances de vie, on détermine au préalable les années vécues pour chaque tranche d'âges.

Rappel : entre les âges x et $x+a$, les personnes encore en vie à l'âge exact $x+a$ (S_{x+a}) ont vécu a années. Celles qui sont décédées entre les âges exacts x et $x+a$ ($D_{x,x+a}$) ont vécu en moyenne $a/2$ années si l'on fait l'hypothèse que les décès se répartissent de manière régulière sur cet intervalle d'âges. De ce fait, les années vécues sur cet intervalle d'âges ($AV_{x,x+a}$) par les personnes encore en vie à x ans exacts (S_x) correspondent au calcul suivant :

$$\begin{aligned} AV_{x,x+a} &= S_{x+a} \times a + D_{x,x+a} \times \frac{a}{2} = S_{x+a} \times a + (S_x - S_{x+a}) \times \frac{a}{2} \\ &= S_{x+a} \times a + S_x \times \frac{a}{2} - S_{x+a} \times \frac{a}{2} = S_x \times \frac{a}{2} + S_{x+a} \times \frac{a}{2} = \frac{a}{2} \times (S_x + S_{x+a}) \\ &= a \times \left(\frac{S_x + S_{x+a}}{2} \right) \end{aligned}$$

Exemple : années vécues entre 20 et 30 ans

$$AV_{20,30} = 10 \times \left(\frac{S_{20} + S_{30}}{2} \right) = 10 \times \left(\frac{98\,980 + 98\,290}{2} \right) = 986\,350 \text{ années}$$

Pour calculer les espérances de vie à l'âge x , on rapporte le cumul des années vécues à partir de cet âge au nombre de personnes de la table de mortalité encore en vie à ce même âge.

$$e_x = AV_{\geq x} / S_x$$

$$e_0 = \frac{AV_{0,1} + AV_{1,5} + AV_{5,15} + AV_{15,20} + AV_{20,30} + AV_{30,40} + AV_{40,50} + AV_{50,60} + AV_{60,70} + AV_{\geq 70}}{S_0}$$

$$AV_{\geq 70} = S_{70} \times e_{70} = 77\,265 \times 14,4 = 1\,113\,616 \text{ années}$$

$$e_0 = \frac{99\,742,5 + 397\,700 + \dots + 908\,040 + 827\,110 + 1\,112\,616}{100\,000} = \frac{7\,742\,808,5}{100\,000} = 77,4 \text{ ans}$$

$$e_{20} = \frac{AV_{20,30} + AV_{30,40} + AV_{40,50} + AV_{50,60} + AV_{60,70} + AV_{\geq 70}}{S_{20}} = \frac{986\,350 + \dots + 1\,112\,616}{98\,980} = \frac{5\,757\,271}{98\,980} = 58,2 \text{ ans}$$

$$e_{60} = \frac{AV_{60,70} + AV_{\geq 70}}{S_{60}} = \frac{827\,110 + 1\,112\,616}{88\,157} = \frac{1\,939\,726}{88\,157} = 22,0 \text{ ans}$$

Tableau de synthèse des résultats :

Âge x	S _x	D _{x,x+a}	^a q _x	e _x	AV _{x,x+a}	AV _{≥x}
0	100 000	515	0,00515	77,4	99 742,5	7 742 808,5
1	99 485	120	0,00121	76,8	397 700,0	7 643 066,0
5	99 365	189	0,00190	72,9	992 705,0	7 245 366,0
15	99 176	196	0,00198	63,0	495 390,0	6 252 661,0
20	98 980	690	0,00697	58,2	986 350,0	5 757 271,0
30	98 290	1 845	0,01877	48,5	973 675,0	4 770 921,0
40	96 445	2 994	0,03104	39,4	949 480,0	3 797 246,0
50	93 451	5 294	0,05665	30,5	908 040,0	2 847 766,0
60	88 157	10 892	0,12355	22,0	827 110,0	1 939 726,0
70	77 265	23 249	0,30090	14,4		1 112 616,0
80	54 016	35 418	0,65569	8,2		
90	18 598	17 169	0,92316	4,4		
100	1 429			2,4		

3) Complétez la série des survivants, celle des quotients de mortalité entre les âges x et x+a et celle des risques annuels moyens de décéder entre les âges x et x+a de la table de mortalité récente de la population masculine de la Fédération de Russie (tableau 2).

Corrigé

Détermination des quotients de mortalité (^aq_x) entre les âges x et x+a à partir de la valeur moyenne prise par le risque de mortalité sur cet intervalle d'âges :

On cherche tout d'abord à déterminer la probabilité de survivre (${}_a s_x$) entre les âges x et $x+a$ à partir de la valeur moyenne prise par cette probabilité sur cet intervalle d'âges :

$${}_a \bar{q}_{x+} + {}_a \bar{s}_x = 1$$

$${}_a \bar{s}_x = 1 - {}_a \bar{q}_{x+}$$

La survie est un événement renouvelable. Et la probabilité de survivre à un âge donné est indépendante de celle de survivre à l'âge suivant. De ce fait :

$$\begin{aligned} {}_a s_x &= \frac{S_{x+a}}{S_x} = \frac{S_{x+1}}{S_x} \times \frac{S_{x+2}}{S_{x+1}} \times \frac{S_{x+3}}{S_{x+2}} \times \dots \times \frac{S_{x+a}}{S_{x+a-1}} = {}_1 s_x \times {}_1 s_{x+1} \times {}_1 s_{x+2} \times \dots \times {}_1 s_{x+a-1} \\ &= \underbrace{{}_a \bar{s}_x \times {}_a \bar{s}_x \times {}_a \bar{s}_x \times \dots \times {}_a \bar{s}_x}_{a \text{ fois}} = {}_a \bar{s}_x^a \end{aligned}$$

On peut donc en déduire ${}_a q_x$:

$${}_a q_x = 1 - {}_a s_x = 1 - {}_a \bar{s}_x^a = 1 - (1 - {}_a \bar{q}_x)^a$$

Une fois les quotients de mortalité entre les âges x et $x+a$ déterminés, on en déduit les survivants à l'âge $x+a$:

$$S_{x+a} = S_x - D_{x,x+a} = S_x - S_x \times {}_a q_x = S_x \times (1 - {}_a q_x)$$

Exemple de calcul :

$${}_4 q_1 = 1 - (1 - {}_4 \bar{q}_1)^4 = 1 - (1 - 0,00038)^4 = 0,00152$$

$$\begin{aligned} S_5 &= S_1 \times (1 - {}_4 q_1) = S_0 \times (1 - {}_1 q_0) \times (1 - {}_4 q_1) = 100\,000 \times (1 - 0,00633) \times (1 - 0,00152) \\ &= 99\,485 \times (1 - 0,00152) = 99\,216 \end{aligned}$$

Détermination de la probabilité moyenne de décéder chaque année sur un intervalle d'âges à partir de la probabilité de décéder sur ce même intervalle d'âges :

On adopte la démarche inverse de celle développée ci-dessus :

$${}_a s_x = 1 - {}_a q_x$$

$${}_a s_x = {}_a \bar{s}_x^a$$

Donc :

$$({}_a s_x)^{1/a} = ({}_a \bar{s}_x^a)^{1/a}$$

$$\sqrt[a]{{}_a s_x} = {}_a \bar{s}_x^{a \times \frac{1}{a}} = {}_a \bar{s}_x^{\frac{a}{a}} = {}_a \bar{s}_x$$

$${}_a \bar{q}_x = 1 - {}_a \bar{s}_x = 1 - \sqrt[a]{{}_a s_x} = 1 - \sqrt[a]{1 - {}_a q_x}$$

Exemple de calcul :

$${}_{10}\bar{q}_{20} = 1 - {}_{10}\bar{s}_{20} = 1 - \sqrt[10]{10s_{20}} = 1 - \sqrt[10]{1 - {}_{10}q_{20}} = 1 - \sqrt[10]{1 - 0,02158} = 0,00218$$

Tableau de synthèse des calculs

Âge x	Sx	aqx	aqx moyen	ex
0	100 000	0,00633	0,00633	66,8
1	99 367	0,00152	0,00038	66,2
5	99 216	0,00260	0,00026	62,3
15	98 954	0,00423	0,00085	52,5
20	98 535	0,02158	0,00218	47,7
30	96 409	0,05434	0,00557	38,6
40	91 169	0,08607	0,00896	30,5
50	83 321	0,15662	0,01689	22,9
60	70 271	0,29813	0,03478	16,1
70	49 321	0,50221	0,06738	10,8
80	24 551	0,77279	0,13773	6,5
90	5 578	0,95696	0,2699	3,6
100	240			2,2

4) [2 pts] Pour chaque tranche d'âges, calculez les risques de mortalité relatifs entre hommes et femmes dans la Fédération de Russie afin de compléter le graphique 1.

Corrigé

Pour calculer le risque relatif de mortalité des hommes par rapport aux femmes entre les âges x et $x+a$ ($rr_{x,x+a}$), on divise pour chaque tranche d'âges le risque de décéder des hommes par celui des femmes :

$$rr_{x,x+a} = \frac{a q_x^{\text{Hommes}}}{a q_x^{\text{Femmes}}}$$

Exemple de calcul entre 20 et 30 ans :

$$rr_{20,30} = \frac{10 q_{20}^{\text{Hommes}}}{10 q_{20}^{\text{Femmes}}} = \frac{0,02158}{0,00697} = 3,1$$

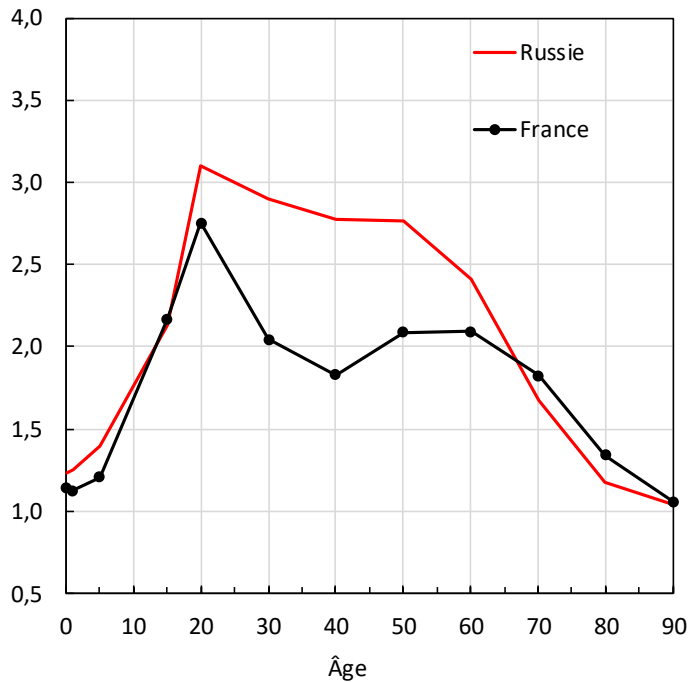
Entre 20 et 30 ans, le risque de mortalité des hommes est trois plus élevé que celui des femmes.

Tableau de synthèse des calculs

Âge x	${}_a q_x$ Hommes	${}_a q_x$ Femmes	$RR_{x,x+a}$
0	0,00633	0,00515	1,2
1	0,00152	0,00121	1,3
5	0,00260	0,00190	1,4
15	0,00423	0,00198	2,1
20	0,02158	0,00697	3,1
30	0,05434	0,01877	2,9
40	0,08607	0,03104	2,8
50	0,15662	0,05665	2,8
60	0,29813	0,12355	2,4
70	0,50221	0,30090	1,7
80	0,77279	0,65569	1,2
90	0,95696	0,92316	1,0
100			

Représentation graphique de la surmortalité masculine selon la tranche d'âges dans la Fédération de Russie. Années 2015-2020

${}_a q_x$ Hommes / ${}_a q_x$ Femmes



[4 pts] Dans un commentaire d'une vingtaine de lignes, comparez, à partir de vos résultats et des documents annexes, la mortalité de la Fédération de Russie à celle de la France en mettant l'accent sur les inégalités de mortalité entre hommes et femmes.

Corrigé

La mortalité dans la Fédération de Russie est aujourd'hui (période 2015-2020) encore bien supérieure à celle des pays d'Europe de l'Ouest comme la France. Ainsi, l'espérance de vie des femmes russes est actuellement de 77,5 ans, soit 10 ans de moins qu'en France par exemple. L'écart est encore plus important quand on compare les espérances de vie des hommes : il est en effet de 12,6 ans (66,8 ans dans la Fédération de Russie contre 79,4 ans en France). Ce constat est la conséquence d'une surmortalité masculine encore plus importante dans la Fédération de Russie par rapport à celle observée en France.

Dans ces deux pays, à tous les âges, les risques de mortalité des hommes sont supérieurs à ceux des femmes. Jusqu'à 20 ans, cette surmortalité, comparable dans les deux pays, ne cesse de s'accroître. Puis elle atteint un pic entre 20 et 30 ans : elle est un peu plus marquée en Russie où les hommes ont 3 fois plus de chance de mourir que les femmes qu'en France (2,7).

Mais tandis qu'en France la surmortalité tend à décroître jusqu'à 40 ans (entre 40 et 50 ans, les hommes ont 1,8 fois plus de chance de mourir que les femmes) avant de connaître un léger rebond entre 50 et 70 ans (2,0), en Russie, la surmortalité des hommes reste à un niveau élevé jusqu'entre 60 et 70 ans (au moins 2,5 fois plus de chance de mourir pour les hommes entre 30 et 70 ans environ).

Au-delà de 70 ans, la surmortalité retrouve un niveau comparable à celui mesuré en France et on tend alors vers un rapprochement des risques de mortalité entre hommes et femmes.

D'une manière générale, les morts violentes (accidents de la route, suicides) expliquent en grande partie la surmortalité masculine chez les jeunes adultes. Puis, chez les adultes plus âgés (entre 30 et 80 ans), la surmortalité masculine s'explique davantage par les maladies cardiovasculaires et certains cancers qui touchent davantage les hommes que les femmes ; elles sont en partie la conséquence de comportements différenciés (plus forte consommation d'alcool et de tabac, alimentation plus grasse chez les hommes, etc.). En Russie, la très forte consommation d'alcool expliquerait une partie de l'écart d'espérance de vie avec la France et aussi de la forte surmortalité masculine entre 30 et 70 ans (cf. doc. Annexe).

Annexes : Tableaux 1 et 2, graphique 1 à rendre avec votre copie.

Tableau 1.

Table de mortalité abrégée des femmes. Fédération de Russie. Années 2015-2020. À compléter

Âge x	S_x	$D_{x,x+a}$	${}_a q_x$	e_x
0	100 000		0,00515	
1				
5	99 365	189		
15				
20	98 980		0,00697	
30		1 845	0,01877	
40	96 445	2 994	0,03104	
50	93 451	5 294	0,05665	
60	88 157	10 892	0,12355	
70	77 265	23 249	0,30090	14,4
80	54 016	35 418	0,65569	8,2
90	18 598	17 169	0,92316	4,4
100	1 429			2,4

Source : United Nations, Population Division, Department of Economic and Social Affairs, *World Population Prospects : The 2019 Revisions, 2019*.

Tableau 2.

Table de mortalité abrégée des hommes. Fédération de Russie. Années 2015-2020. Série des S_x , des ${}_a q_x$ et des risques annuels moyens de décéder. À compléter

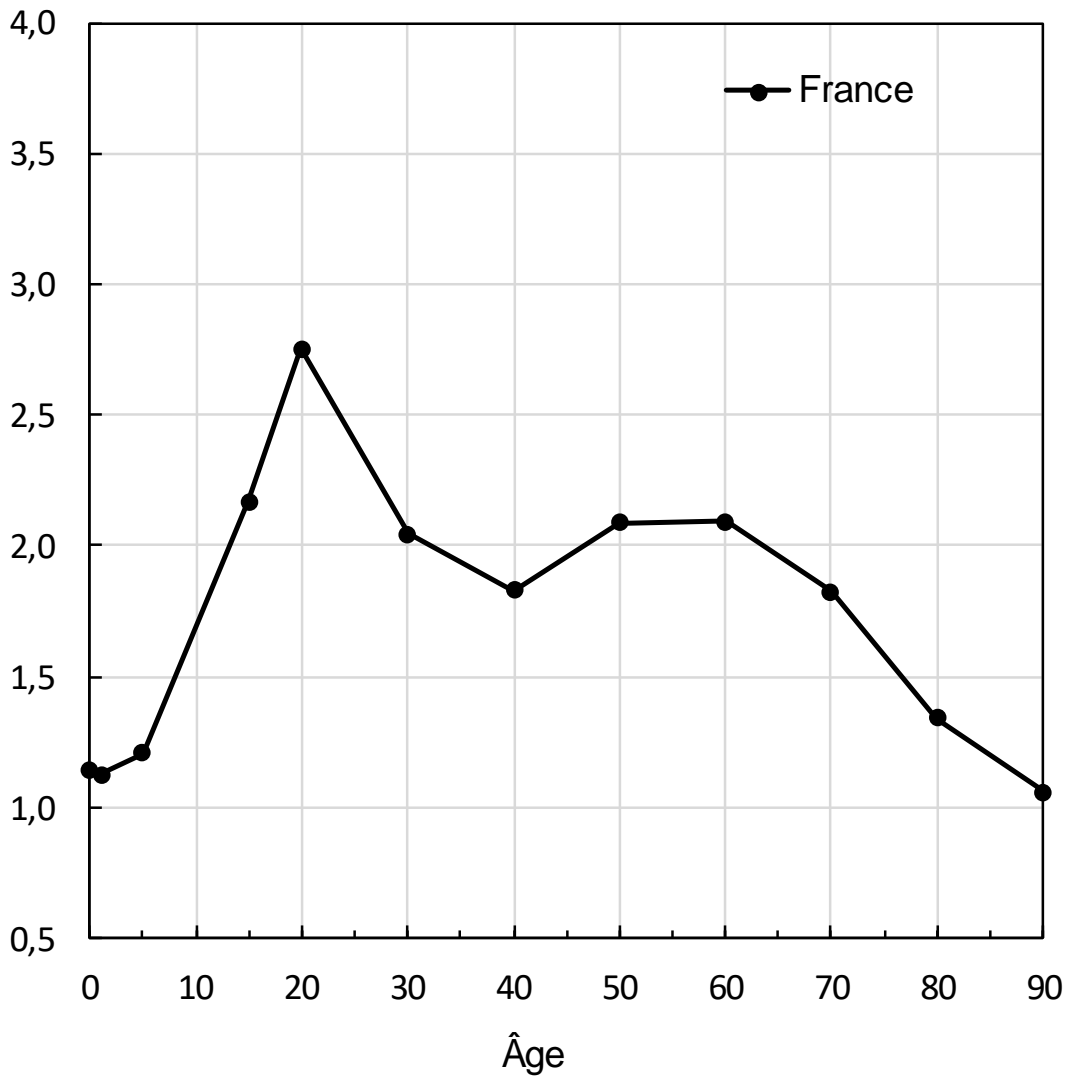
Âge x	S_x	${}_a q_x$	${}_a q_x$ moyen	e_x
0	100 000	0,00633	0,00633	66,8
1			0,00038	66,2
5			0,00026	62,3
15	98 954	0,00423	0,00085	52,5
20		0,02158		47,7
30		0,05434		38,6
40	91 169		0,00896	30,5
50	83 321		0,01689	22,9
60	70 271	0,29813	0,03478	16,1
70	49 321	0,50221	0,06738	10,8
80	24 551	0,77279	0,13773	6,5
90	5 578	0,95696	0,2699	3,6
100	240			2,2

Source : United Nations, Population Division, Department of Economic and Social Affairs, *World Population Prospects : The 2019 Revisions, 2019*.

Graphique 1.

Risques relatifs de mortalité des hommes par rapport aux femmes selon l'intervalle d'âges en France et Fédération de Russie. Période 2015-2020. À compléter

${}_a q_x$ Hommes / ${}_a q_x$ Femmes



Source : United Nations, Population Division, Department of Economic and Social Affairs, *World Population Prospects : The 2019 Revisions*, 2019.

Documentation annexe

Tableau 3. Table de mortalité abrégée des femmes. France. Années 2015-2020.

Âge x	S_x	$D_{x,x+a}$	${}^a q_x$ (pour 100 000)	e_x
0	100 000	282	282	85,4
1	99 718	56	56	84,6
5	99 662	68	68	80,6
15	99 593	77	77	70,7
20	99 517	223	224	65,8
30	99 294	448	452	55,9
40	98 846	1 319	1 334	46,1
50	97 527	2 948	3 023	36,7
60	94 579	5 261	5 562	27,6
70	89 318	12 015	13 452	18,9
80	77 303	34 320	44 397	11,0
90	42 983	38 263	89 021	5,2
100	4 719			2,3

Source : United Nations, Population Division, Department of Economic and Social Affairs, *World Population Prospects : The 2019 Revisions, 2019*.

Tableau 4. Table de mortalité abrégée des hommes. France. Années 2015-2020.

Âge x	S_x	$D_{x,x+a}$	${}^a q_x$ (pour 100 000)	e_x
0	100 000	323	323	79,4
1	99 677	63	63	78,7
5	99 614	82	82	74,7
15	99 533	167	167	64,8
20	99 366	613	617	59,9
30	98 753	914	925	50,2
40	97 839	2 388	2441	40,7
50	95 451	6 026	6313	31,5
60	89 425	10 405	11636	23,3
70	79 020	19 382	24528	15,6
80	59 638	35 521	59560	8,9
90	24 118	22 683	94052	4,2
100	1 435			2,0

Source : United Nations, Population Division, Department of Economic and Social Affairs, *World Population Prospects : The 2019 Revisions, 2019*.