

## Exercice 7

**La mortalité masculine en Serbie et en France en 2014****CORRIGÉ**

- 1) Complétez la table abrégée de mortalité masculine en Serbie en 2014 (tableau 1).
- 2) À partir des données du tableau 2, complétez la série des survivants de la table abrégée de mortalité masculine de la France en 2014.
- 3) À l'aide d'un graphique, comparez les fonctions de survie des Serbes et des Français de sexe masculin en 2014.
- 4) Calculez les espérances de vie à la naissance, à 50 ans, 60 ans et 70 ans des Français de sexe masculin en 2014. On fixera à 6,5 ans l'espérance de vie à 85 ans.
- 5) Dans un commentaire de 15-20 lignes, comparez la mortalité des hommes en Serbie et en France en 2014.

**Corrigé****1) La table de mortalité des hommes en Serbie en 2014**

On commence par compléter les séries des survivants aux âges exacts  $x$ , des décès entre les âges exacts  $x$  et  $x+a$  et des quotients de mortalité entre les âges exacts  $x$  et  $x+a$ .

$$D_{0,1} = S_0 - S_1 = 100\,000 - 99\,340 = 660$$

$${}_1q_0 = \frac{D_{0,1}}{S_0} = \frac{660}{100\,000} = 0,00660$$

$$D_{1,5} = S_1 - S_5 = 99\,340 - 99\,245 = 95$$

$${}_4q_1 = \frac{D_{1,5}}{S_1} = \frac{95}{99\,340} = 0,00096$$

$${}_{15}q_5 = \frac{D_{5,20}}{S_5} = \frac{378}{99\,245} = 0,00381$$

$$S_{20} = S_5 - D_{5,20} = 99\,245 - 378 = 98\,867$$

$$D_{20,50} = S_{20} \times {}_{30}q_{20} = 98\,867 \times 0,05244 = 5\,185$$

On calcule ensuite les survivants et les décès de la même façon jusqu'à  $S_{80}$  :

$$S_{x+a} = S_x - D_{x;x+a}$$

$$D_{x+a;x+a+n} = S_{x+a} \times_n q_{x+a}$$

Enfin :

$$D_{80,85} = S_{80} - S_{85} = 34\,569 - 18\,477 = 16\,092$$

$${}_5q_{80} = \frac{D_{80,85}}{S_{80}} = \frac{16\,092}{34\,569} = 0,4655$$

On complète ensuite la série des années vécues au cours de chaque tranche d'âges ( $AV_{x,x+a}$ ). On adopte une hypothèse de répartition uniforme des décès sur chaque tranche d'âges. De ce fait, on considère que les personnes qui décèdent entre les âges exacts  $x$  et  $x+a$  vivent en moyenne  $a/2$  années. Sur ce même intervalle d'âges, les personnes qui atteignent l'âge exact  $x+a$  ont vécu  $a$  années.

Au total, les années vécues entre les âges  $x$  et  $x+a$  par l'ensemble des personnes encore en vie à l'âge exact  $x$  correspondent à la somme :

- des  $a/2$  années vécues par les  $(S_x - S_{x+a})$  personnes décédées entre les âges exacts  $x$  et  $x+a$
- et des  $a$  années vécues par toutes celles encore en vie à l'âge exact  $x+a$ .

$$AV_{x,x+a} = a \times S_{x+a} + \frac{a}{2} \times (S_x - S_{x+a}) = a \times S_{x+a} + \frac{a}{2} \times S_x - \frac{a}{2} \times S_{x+a} = \frac{a}{2} \times S_x + \frac{a}{2} \times S_{x+a}$$

$$AV_{x,x+a} = \frac{a}{2} \times (S_x + S_{x+a})$$

Exemples de calcul :

$$AV_{0,1} = \frac{1}{2} \times (S_0 + S_1) = 0,5 \times (100\,000 + 99\,340) = 99\,670$$

$$AV_{1,5} = \frac{4}{2} \times (S_1 + S_5) = 2 \times (99\,340 + 99\,245) = 397\,170$$

Pour les années vécues à partir de 85 ans, on utilise l'espérance de vie à cet âge. Comme il reste en moyenne 4,5 ans à vivre à partir de 85 ans, les 18 477 personnes encore en vie à cet âge cumulent 83 146,5 années :

$$AV_{\geq 85} = S_{85} \times e_{85} = 18\,477 \times 4,5 = 83\,146,5$$

À partir de cette série des années vécues pour chaque tranche d'âges, on cumule les années vécues depuis l'intervalle d'âges [85 ans ou plus] jusqu'à l'intervalle d'âges [0-1 an]. Il est ensuite aisé de déterminer les espérances de vie à chaque âge  $x$  de la table en rapportant le cumul des années vécues à partir de cet âge par le nombre de personnes qui ont contribué à ce cumul, soit toutes celles encore en vie à cet âge  $x$ .

$$e_x = \frac{AV_{\geq x}}{S_x}$$

Exemples de calcul :

$$e_0 = \frac{AV_{0-1} + AV_{1-5} + \dots + AV_{85+}}{S_0} = \frac{AV_{\geq 0}}{S_0} = \frac{7\,253\,457}{100\,000} = 72,5 \text{ ans}$$

$$e_{20} = \frac{AV_{20,50} + AV_{50,60} + \dots + AV_{85+}}{S_{20}} = \frac{AV_{\geq 20}}{S_{20}} = \frac{5\,270\,777}{98\,867} = 53,3 \text{ ans}$$

Tableau récapitulatif des résultats : table de mortalité abrégée des hommes en Serbie. Année 2014

Âge	$S_x$	$D_{x,x+a}$	${}_a q_x$	$AV_{x,x+a}$	$AV_{\geq x}$	$e_x$
0	100 000	660	0,00660	99 670	7 253 457	72,5
1	99 340	95	0,00096	397 170	7 153 787	72,0
5	99 245	378	0,00381	1 485 840	6 756 617	68,1
20	98 867	5 185	0,05244	2 916 418	5 270 777	53,3
50	93 682	10 617	0,11333	889 603	2 354 359	25,1
60	83 065	17 462	0,21022	748 135	1 464 757	17,6
70	65 603	31 034	0,47306	505 910	721 672	11,0
80	34 569	16 092	0,46550	132 615	215 762	6,4
85	18 477			83 146		4,5

## 2) Fonction de survie de la table de mortalité masculine en France en 2014

Pour déterminer la série des survivants à chaque âge exact, il faut commencer par déterminer la série des probabilités de survie entre les âges exacts  $x$  et  $x+a$  ( ${}_a s_x$ ). En effet, les survivants à l'âge exact  $x+a$  sont le produit des survivants à l'âge exact  $x$  par la probabilité de rester en vie entre ces deux âges.

On connaît pour chaque intervalle d'âges  $x,x+a$  le quotient de mortalité annuel moyen. On peut en déduire la probabilité annuelle moyenne de rester en vie, à partir de laquelle il est possible de calculer la probabilité « cumulée » de rester en vie entre les âges  $x$  et  $x+a$ .

$${}_a \bar{q}_x = 1 - {}_a \bar{s}_x$$

$${}_a \bar{s}_x = 1 - {}_a \bar{q}_x$$

$${}_a s_x = ({}_a \bar{s}_x)^a = (1 - {}_a \bar{q}_x)^a$$

$$S_{x+a} = S_x \times {}_a s_x = S_x \times (1 - {}_a \bar{q}_x)^a$$

Exemples de calcul :

$$S_1 = S_0 \times {}_1 s_0 = S_0 \times (1 - {}_1 \bar{q}_0)^1 = S_0 \times (1 - {}_1 q_0) = 100\,000 \times (1 - 0,00400) = 99\,600$$

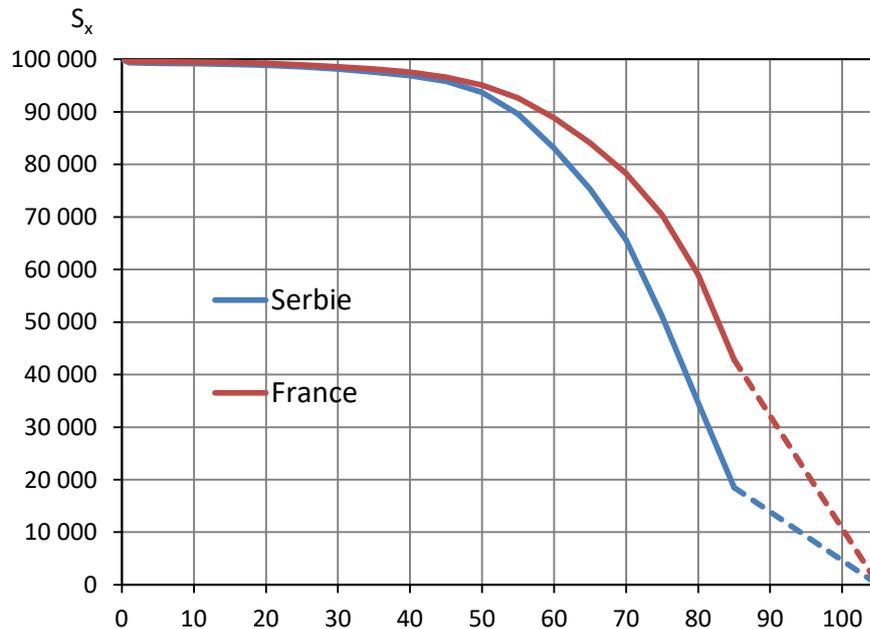
$$S_5 = S_1 \times {}_4 s_1 = S_1 \times (1 - {}_4 \bar{q}_1)^4 = 99\,600 \times (1 - 0,00020)^4 = 99\,520$$

Tableau de résultats : série des survivants de la table abrégée de mortalité des hommes en France en 2014.

Âge	${}_a q_x$ moyen	$S_x$
0	0,00400	100 000
1	0,00020	99 600
5	0,00018	99 520
20	0,00142	99 252
50	0,00683	95 110
60	0,01259	88 810
70	0,02784	78 241
80	0,06199	58 995
85		42 840
105		0

### 3) Comparaison des fonctions de survie des tables de mortalité masculines des Serbes et des Français en 2014

Graphique : Fonctions de survie des hommes en Serbie et France en 2014



Si la mortalité des hommes en Serbie s'avère peu différente de celle des hommes en France avant 50 ans, des écarts se manifestent dès cet âge et conduisent à une réduction de l'effectif initial d'une génération beaucoup plus rapide en Serbie qu'en France. On peut illustrer ce constat en trois chiffres :

- l'effectif initial est amputé de 20 % peu après 60 ans en Serbie (c'est-à-dire qu'un homme sur cinq meurt avant cet âge) tandis que cette proportion n'est atteinte que peu avant 70 ans en France.

- Cet écart se maintient par la suite. Ainsi, l'âge médian au décès (l'âge avant lequel 50 % d'une génération meurt) est environ de 75 ans en Serbie et de 83 ans en France.
- Enfin, à 85 ans, dans les conditions de mortalité de l'année 2014, il reste encore plus de 40 % de l'effectif initial d'une génération masculine en France, soit deux fois plus qu'en Serbie où à cet âge il reste moins d'un membre sur cinq de la cohorte initiale (18,5 %).

#### 4) Calcul des espérances de vie pour les Français dans les conditions de mortalité de l'année 2014

Pour effectuer ce calcul, on adopte la démarche utilisée pour le calcul des espérances de vie des hommes en Serbie (cf. Q1), soit :

a) Calcul des années vécues pour chaque tranche d'âges :

$$AV_{x,x+a} = \frac{a}{2} \times (S_x + S_{x+a})$$

Sauf à 85 ans :  $AV_{\geq 85} = e_{85} \times S_{85}$

b) Cumul croissant des années vécues en partant de  $AV_{\geq 85}$  jusqu'à  $AV_{0,1}$ .

c) Calcul des espérances de vie :

$$e_x = \frac{AV_{\geq x}}{S_x}$$

Tableau de résultats : calcul des espérances de vie des hommes. France, 2014

Âge	${}_a q_x$ moyen	$S_x$	$AV_{x,x+a}$	$AV_{\geq x}$	$e_x$
<b>0</b>	0,00400	100 000	99 800	7 878 343	<b>78,8</b>
1	0,00020	99 600	398 240	7 778 543	78,1
5	0,00018	99 520	1 490 790	7 380 303	74,2
20	0,00142	99 252	2 915 430	5 889 513	59,3
<b>50</b>	0,00683	95 110	919 600	2 974 083	<b>31,3</b>
<b>60</b>	0,01259	88 810	835 255	2 054 483	<b>23,1</b>
<b>70</b>	0,02784	78 241	686 180	1 219 228	<b>15,6</b>
80	0,06199	58 995	254 588	533 048	9,0
85		42 840	278 460	278 460	6,5
105		0			

#### 5) Commentaires

Dans les conditions de mortalité de l'année 2014, un Serbe peut espérer vivre 72,5 ans, soit 6,2 de moins qu'un Français (78,8 ans). À tous les âges, la mortalité des hommes en Serbie est supérieure à celle des Français. Mais c'est à partir de 50 ans que les écarts sont les plus importants : quelle que soit la tranche d'âges comprise entre 50 et 85 ans, les risques de

décéder en Serbie sont au moins 1,7 fois plus élevés qu'en France<sup>1</sup>. Cela se traduit par une disparition plus rapide des hommes d'une même génération en Serbie par rapport à la France à partir de 50 ans. À cet âge, dans ces deux pays, la part d'une génération encore en vie est très proche (94 % en Serbie et 95 % en France). Ce n'est plus le cas vingt ans plus tard : alors que plus des trois-quarts d'une génération d'hommes en France atteint les 70 ans, ils ne sont que les deux tiers en Serbie. Et à 85 ans, il reste en proportion deux fois plus d'hommes d'une même génération en France qu'en Serbie (43 % contre 18 %).

C'est donc bien à partir de 50 ans que se creuse le déficit d'espérance de vie à la naissance entre Serbes et Français. Un chiffre le révèle clairement : l'écart d'espérance de vie à 50 ans entre ces deux nationalités est de 6,2 ans (25,1 ans contre 31,3 ans), soit le même qu'à la naissance ou à 20 ans.

---

<sup>1</sup> Pour obtenir ce résultat, on divise pour chaque tranche d'âges la probabilité de décéder de la Serbie par celle de la France. On peut le faire avec les probabilités « cumulées » (les  ${}_a q_x$ ) ou bien avec les quotients annuels moyens de décéder. Cela supposait donc soit de calculer les valeurs moyennes des quotients pour les Serbes, soit les valeurs « cumulées » pour les Français.

Tableau 1. Extrait de la table de mortalité abrégée des hommes. Serbie, 2014.

Âge	Sx	Dx,x+a	aqx	Avx,x+a	Avx+	ex
0	100 000					
1	99 340					
5	99 245	378				
20			0.05244	2 916 418		
50			0.11333	889 603		
60			0.21022	748 135		
70			0.47306		721 672	
80						
85	18 477					4.5

Source : <http://apps.who.int/gho/data/view.main.60580?lang=en>

Tableau 2. Série des quotients de mortalité annuels moyens. Table de mortalité des Hommes. France, 2014.

Âge	aqx moyen
0	0.00400
1	0.00020
5	0.00018
20	0.00142
50	0.00683
60	0.01259
70	0.02784
80	0.06199
85	

Source : <http://apps.who.int/gho/data/view.main.60580?lang=en>

## Annexe. La Serbie

