

Exercice 4

**L'espérance de vie des Français en 2014**

Corrigé

- 1) Indiquez, sur un diagramme de Lexis :
  - Les décès des garçons en 2014 en fonction de l'âge révolu et de la génération ;
  - Les effectifs des garçons par âge révolu détaillé les 1<sup>er</sup> janvier 2014 et 2015.
- 2) Calculez, pour l'année 2014 :
  - Le taux de mortalité à 0 an révolu des garçons ;
  - Le taux de mortalité à 1-4 ans révolus des garçons.
- 3) Estimez par la méthode du passage taux – quotient :
  - Le quotient de mortalité entre 0 et 1 an ;
  - Le quotient de mortalité entre 1 et 5 ans.
  - Quelles hypothèses sont nécessaires pour légitimer ce type de calcul. Sont-elles vérifiées en pratique ?
- 4) Indiquez sur un nouveau diagramme de Lexis :
  - Les décès des garçons en 2014 à 5-9 ans et 10-14 ans atteints dans l'année ;
  - Les effectifs des garçons par groupe d'âges révolus quinquennaux les 1<sup>er</sup> janvier 2014 et 2015.
- 5) Estimez les taux de mortalité à 5-9 et 10-14 ans révolus. Précisez vos hypothèses de calcul.
- 6) En déduire les probabilités de décéder entre 5 et 10 ans puis entre 10 et 15 ans par la méthode de passage taux – quotient.
- 7) Complétez la table de mortalité des hommes en France pour l'année 2014 et calculez l'espérance de vie à la naissance en 2014.
- 8) Estimez l'espérance de vie des femmes en 2014 puis :
  - Comparez-la à celle des hommes ;
  - Commentez rapidement l'évolution de l'écart d'espérance de vie entre hommes et femmes en France (cf. document en annexe).

---

## Corrigé

Cet exercice a pour objectif de déterminer l'espérance de vie des hommes en 2014 et de comparer cette valeur à celle des femmes. Il faut au préalable établir la table de mortalité des hommes à partir des observations :

- les décès dénombrés et classés par l'état civil selon diverses caractéristiques (l'âge, la génération, l'année et le sexe) ;
- les populations soumises au risques de décéder issues des estimations de l'enquête annuelle de recensement.

Pour calculer les probabilités de décès, de nombreuses méthodes existent. La plus simple est probablement la méthode de passage des taux ( $t_{x,x+a-1}$ ) aux quotients ( ${}_a q_x$ ). On a montré en cours que sous certaines conditions :

$${}_a q_x = \frac{2 \times a \times t_{x,x+a-1}}{2 + a \times t_{x,x+a-1}}$$

On va ici calculer les taux de deux façons différentes :

- en utilisant les décès classés par âge détaillé atteint dans l'année, génération et année d'observation (questions 1 et 2). Ces informations sont les plus détaillées dont on dispose et ne nécessitent de faire aucune hypothèse pour les calculs ;
- en utilisant les décès classés par classe de 5 âges atteints dans l'année. Cette information présente l'inconvénient de ne pas correspondre tout à fait au classement des décès par âge révolu une année donnée. Leur utilisation suppose donc de faire quelques hypothèses (questions 4 et 5).

### Questions 1 à 3 : du diagramme de Lexis à l'estimation des quotients de mortalité à 0 an et entre 1 et 5 ans

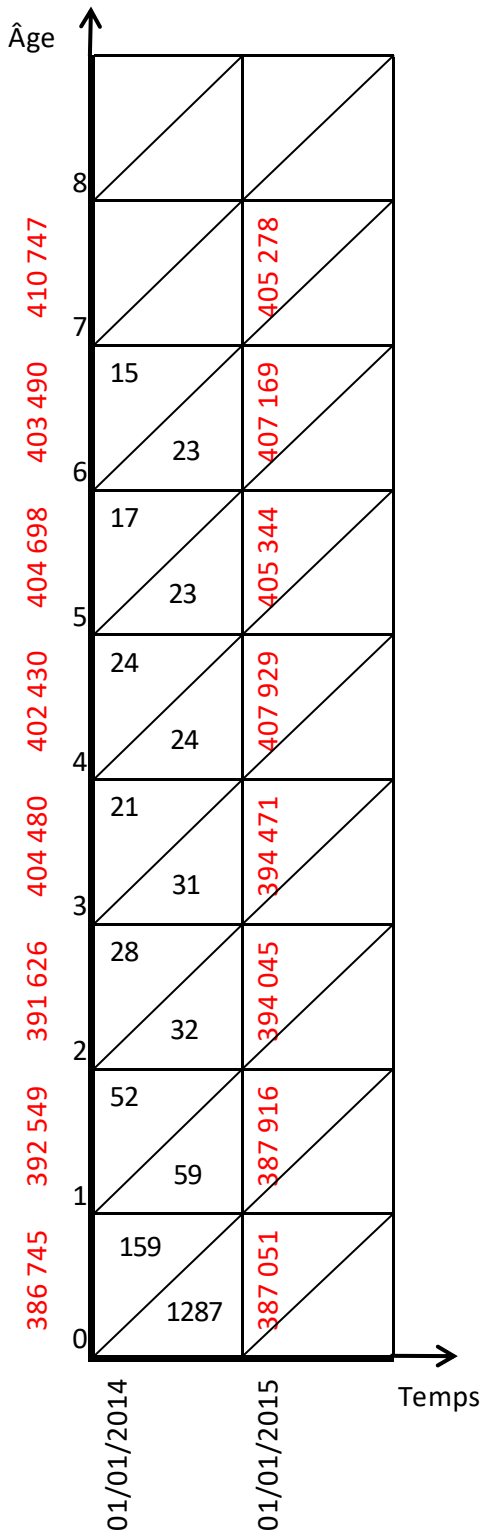
On commence par placer les données des tableaux 1 à 3 sur un diagramme de Lexis (figure 1). Puis on regroupe les informations mentionnées sur ce graphique afin de calculer les taux de mortalité. En général, le taux de mortalité infantile est calculé en divisant les décès à 0 an révolu dénombrés une année donnée par les naissances de la même année. Comme les naissances de l'année 2014 ne sont pas précisées, on peut utiliser la définition classique d'un taux : événements rapportés à la population moyenne.

$$t_{0;2014} = \frac{D_{0;2014}}{P_{0;2014} + P_{0;2015}} = \frac{1\ 287 + 159}{386\ 745 + 387\ 051} = \frac{1\ 446}{386\ 898} = 0,00374$$

Le taux de mortalité à 1-4 ans révolus est la valeur moyenne prise par le taux de mortalité à chacun des âges révolus compris entre 1 et 5 ans exacts. Son ordre de grandeur est le même que celui de chacun des taux par âge détaillé entre 1 et 5 ans :

$$t_{0;2014} = \frac{\sum_{i=1}^4 D_{i;2014}}{\sum_{i=1}^4 P_{i;2014} + \sum_{i=1}^4 P_{i;2015}} = \frac{111 + 60 + 52 + 48}{(392\ 549 + \dots + 402\ 430) + (387\ 916 + \dots + 407\ 929)} = \frac{271}{2}$$

$$t_{0;2014}^{271} = \frac{1591085 + 1584361}{2} \times \frac{271}{1587723} = 0,00017$$



À partir de ces taux, il est donc possible d'estimer les risques de mortalité à condition de supposer que :

- 1) la population pour un même âge révolu varie peu d'une année à l'autre. Les observations pour les années 2014 et 2015 valident cette hypothèse ;
- 2) la répartition des décès selon les triangles au sein d'un carré est à peu près équitable. Là encore, à l'exception de la distribution des décès à 0 an révolu, cette hypothèse est globalement vérifiée.

La méthode de passage des taux aux quotients peut donc être appliquée dans de bonnes conditions.

$${}_1q_0 = \frac{2 \times 1 \times t_0}{2 + 1 \times t_0} = \frac{2 \times 0,00374}{2 + 0,00374} = 0,00373$$

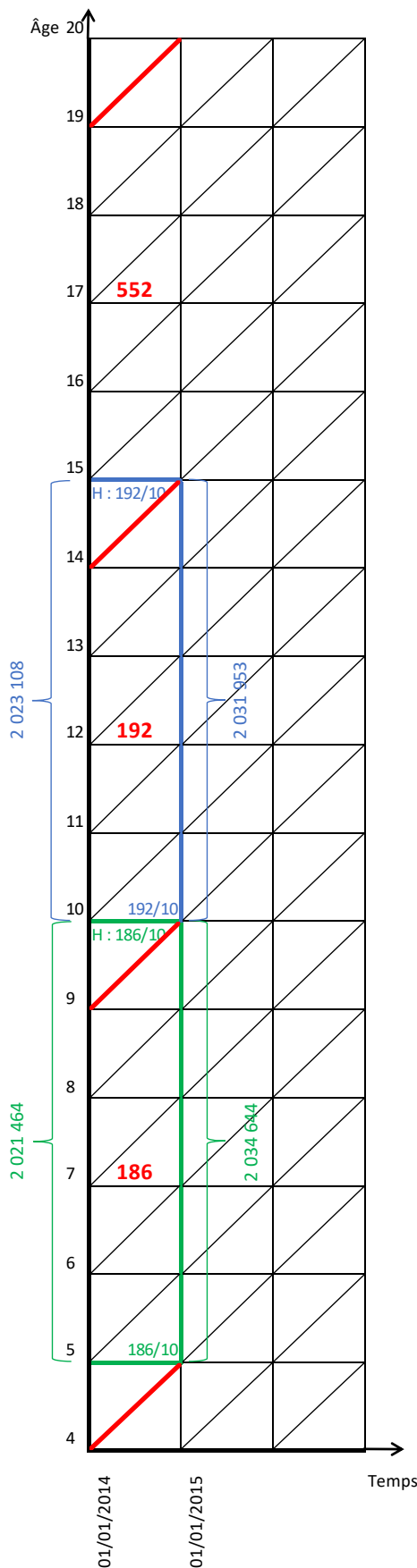
$${}_4q_1 = \frac{2 \times 4 \times t_{1,4}}{2 + 4 \times t_{1,4}} = \frac{2 \times 4 \times 0,00017}{2 + 4 \times 0,00017} = 0,00068$$

#### Questions 4 à 6 : du diagramme de Lexis à l'estimation des quotients de mortalité entre 5 et 9 ans puis entre 10 et 15 ans

On place les données sur le diagramme de Lexis (figure 2). On aperçoit ainsi tout de suite qu'elles ne sont pas parfaites pour le calcul des taux de mortalité. Il va donc falloir procéder à quelques estimations. Le classement des données ne permet pas de connaître exactement la valeur des décès par groupe d'âges de 5 ans révolus au cours de l'année 2014. L'information utilisée recouvre ici les 9/10<sup>e</sup> de la catégorie d'âge qui nous intéresse.

Mais dans le cas présent, il est assez aisé d'estimer l'information manquante sans faire de grosse erreur. Le nombre de décès en 2014 pour les groupes d'âges atteints 5-9 et 10-14 ans sont quasiment les mêmes. On peut donc conserver pour le groupe d'âges révolus 5-9 ans en 2014 le nombre de décès dénombrés pour le groupe d'âges 5-9 ans atteints dans l'année.

Figure 2. Diagramme de Lexis



Pour le groupe suivant, la démarche est la même mais repose sur un constat différent : le nombre de décès en 2014 pour le groupe d'âges atteints dans l'année 15-19 ans est près de 3 fois plus important que pour le groupe d'âges atteints précédent (552 contre 192). Nous faisons ici l'hypothèse que la mortalité ne bondit pas brusquement entre 14 ans atteints dans l'année et 15 ans atteints dans l'année, et qu'elle demeure relativement proche d'un âge à l'autre. De ce fait, nous avons estimé que dans le triangle « manquant » du groupe d'âges révolus 10-14 ans, le nombre de décès était le 10<sup>e</sup> de la valeur du groupe d'âges 10-14 ans atteints dans l'année. Cela conduit vraisemblablement à sous-estimer un peu les décès pour les 10-14 ans révolus en 2014, mais nous aurions sûrement beaucoup trop surestimé cette même mortalité en adoptant le 10<sup>e</sup> de la valeur du groupe d'âges suivant.

De ce fait, les valeurs approchées des taux de mortalité à 5-9 et 10-14 ans révolus en 2014 sont :

$$t_{5-9} \approx \frac{186}{\frac{2\,021\,464 + 2\,034\,644}{2}} = \frac{186}{2\,028\,054} = 0,00009$$

$$t_{10-14} \approx \frac{192}{\frac{2\,023\,108 + 2\,031\,953}{2}} = \frac{192}{2\,027\,531} = 0,00009$$

On estime les quotients par la formule rappelée et utilisée précédemment :

$${}_5q_5 = \frac{2 \times 5 \times t_{5,9}}{2 + 5 \times t_{5,9}} = \frac{2 \times 5 \times 0,00009}{2 + 5 \times 0,00009} = 0,00045$$

$${}_5q_{10} = \frac{2 \times 5 \times t_{10,14}}{2 + 5 \times t_{10,14}} = \frac{2 \times 5 \times 0,00009}{2 + 5 \times 0,00009} = 0,00045$$

### Question 7 : calcul de l'espérance de vie à la naissance des hommes en 1994

Grâce à l'estimation des risques de mortalité à partir de données observées, il est possible de compléter la table de mortalité des hommes en 2014 puis d'en déduire l'espérance de vie à la naissance.

On commence par mentionner dans le tableau la valeur des quotients de mortalité puis on en déduit les autres séries. Deux démarches sont possibles :

- on estime d'abord la série des survi-

vants puis la série des décès :

$$S_{x+a} = S_x \times (1 - {}_a q_x) \text{ puis } D_{x,x+a} = S_x - S_{x+a}$$

- ou bien on commence par estimer les décès puis on en déduit les survivants :

$$D_{x,x+a} = S_x \times {}_a q_x \text{ puis } S_{x+a} = S_x - D_{x,x+a}$$

Tableau 6. Extrait de la table de mortalité des hommes en 2014. France métropolitaine

Âge exact	$S_{x,x+a}$	$D_{x,x+a}$	${}_a q_x$
0	100 000	373	0,00373
1	99 627	68	0,00068
5	99 559	45	0,00045
10	99 514	45	0,00045
15	99 469		

À partir de ces données, on peut calculer l'espérance de vie. Le plus simple ici est de passer par la série des décès et de calculer la moyenne des durées moyennes de vie pondérée par la distribution des décès selon l'âge. Cela suppose de faire l'hypothèse que les décès se répartissent de manière linéaire au sein de chaque intervalle d'âge.

$$e_0 = \frac{0,5 \times D_0 + 3 \times D_{1,4} + 7,5 \times D_{5,9} + 12,5 \times D_{10,14} + (15 + e_{15}) \times D_{15+}}{S_0}$$

$$e_0 = \frac{0,5 \times D_0 + 3 \times D_{1,4} + 7,5 \times D_{5,9} + 12,5 \times D_{10,14} + (15 + e_{15}) \times S_{15}}{S_0}$$

$$e_0 = \frac{0,5 \times 373 + 3 \times 68 + 7,5 \times 45 + 12,5 \times 45 + (15 + 64,7) \times 99\,469}{100\,000} = 79,3 \text{ ans}$$

L'espérance de vie à la naissance dans les conditions de mortalité de l'année 2014 est donc pour les hommes en France métropolitaine de 79,3 ans.

### Question 8 : Comparaison avec l'espérance de vie à la naissance des femmes

À partir du tableau 7, on peut estimer facilement l'espérance de vie des femmes. Les années vécues à partir de la naissance ( $AV_{0+}$ ) peuvent s'écrire :

$$AV_{0+} = e_0 \times S_0 = AV_{0-5} + AV_{5+}$$

Si l'on fait l'hypothèse que les décès se répartissent de manière linéaire entre 0 et 1 an, les années vécues à partir de la naissance peuvent s'écrire :

$$AV_{0-5} = 2,5 \times (S_0 - S_5) + 5 \times S_5 = 2,5 \times (S_0 + S_5)$$

$$AV_{5+} = e_5 \times S_5$$

$$AV_{0+} = 2,5 \times (S_0 + S_5) + e_5 \times S_5 = 2,5 \times S_0 + S_5 \times (e_5 + 2,5)$$

En rapprochant les deux formulations des années vécues à partir de la naissance, on estime aisément l'espérance de vie à la naissance :

$$e_0 \times S_0 = 2,5 \times S_0 + S_1 \times (e_1 + 2,5)$$

$$e_0 = \frac{2,5 \times S_0 + S_1 \times (e_1 + 2,5)}{S_0} = 2,5 + \frac{S_1}{S_0} \times (e_1 + 2,5)$$

$$e_0 = 2,5 + \frac{99\,604}{100\,000} \times (80,0 + 2,5) = 84,7 \text{ ans}$$

L'espérance de vie des femmes est donc en France métropolitaine, dans les conditions de mortalité de l'année 2014, de 84,7 ans, soit 5,4 ans de plus que celle des hommes. Cet écart est inférieur à celui constaté en 1950 (cf. tableau 1 en annexe). Il confirme aussi la baisse de l'écart d'espérance de vie entre hommes et femmes amorcée depuis le début des années 1990 (cf. figure 1 en annexe). En effet, jusqu'à la fin des années 1970, cet écart n'a cessé d'augmenter pour atteindre plus de 8 ans tout au long des années 1980. Mais depuis maintenant une quinzaine d'années, cet écart diminue.

Ce phénomène n'est pas spécifique à la France. Il est par exemple observé en Suède et aux États-Unis depuis le début des années 1980. En Angleterre, cette convergence des espérances de vie à la naissance entre hommes et femmes fut encore plus précoce puisqu'elle fut amorcée dès le début des années 1970. C'est d'ailleurs dans ce pays, ainsi qu'en Suède, que cette différence est aujourd'hui la plus faible (moins de 5 années).

Ce phénomène n'est toutefois pas universel. Si l'Italie suit bien la même tendance, ce n'est pas le cas au Japon où, au contraire, l'écart ne cesse de croître. Il était toutefois encore inférieur à celui de la France au début des années 2000 (6,9 contre 7,5).

L'adoption par les hommes de comportements de plus en plus proches de ceux des femmes en matière d'alimentation et de santé, et des modes de vie de plus en plus semblables (par exemple les taux d'activité professionnelle des femmes se rapprochent de ceux des hommes) expliquent la diminution des écarts d'espérance de vie.

## Annexes : données de l'exercice

Tableau 1. Décès des garçons selon l'âge en années révolues et la survenance du décès avant ou après l'anniversaire de naissance. France métropolitaine. Année 2014

<i>Décès avant ou après anniversaire</i>	<b>Ensemble</b>	Décès avant anniversaire	Décès le jour ou après anniversaire
<i>Âge en années révolues</i>			
0 an	1 446	159	1 287
1 an	111	52	59
2 ans	60	28	32
3 ans	52	21	31
4 ans	48	24	24
5 ans	40	17	23
6 ans	38	15	23

Lecture : En 2014, 1 446 garçons sont décédés à 0 an c'est-à-dire avant d'avoir atteint leur premier anniversaire : 159 étaient nés en 2013 et 1 287 étaient nés en 2014.

En 2014, 111 garçons sont décédés à 1 an révolu : 52 étaient nés en 2012 et 59 étaient nés en 2013.

Ainsi, en 2014, 218 (159+59) garçons nés en 2013 sont décédés.

N.B. Pour les enfants décédés à 0 an, la date du premier anniversaire n'étant pas atteinte, seule l'année de naissance partage les enfants décédés.

Tableau 2. Distribution des garçons selon l'âge révolu et l'année de naissance. France métropolitaine. 1<sup>er</sup> janvier 2014.

<b>Année de naissance</b>	<b>Âge révolu</b>	<b>Nombre d'hommes</b>
2013	0	386 745
2012	1	392 549
2011	2	391 626
2010	3	404 480
2009	4	402 430
2008	5	404 698
2007	6	403 490
2006	7	410 747

Source : Insee, estimations de population (résultats provisoires arrêtés à fin 2014)

Tableau 3. Distribution des garçons selon l'âge révolu et l'année de naissance. France métropolitaine. 1<sup>er</sup> janvier 2015.

<b>Année de naissance</b>	<b>Âge révolu</b>	<b>Nombre d'hommes</b>
2014	0	387 051
2013	1	387 916
2012	2	394 045
2011	3	394 471
2010	4	407 929
2009	5	405 344
2008	6	407 169
2007	7	405 278

Source : Insee, estimations de population (résultats provisoires arrêtés à fin 2014)

Tableau 4. Décès des garçons selon le groupe d'âges atteints dans l'année. France métropolitaine. Année 2014

<i>Groupe d'âges atteints dans l'année</i>	<b>Ensemble</b>
De 5 à 9 ans	186
De 10 à 14 ans	192
De 15 à 19 ans	552

Lecture : En 2014, 186 garçons qui ont fêté ou devaient atteindre leur 5<sup>e</sup>, 6<sup>e</sup>, 7<sup>e</sup>, 8<sup>e</sup> ou 9<sup>e</sup> anniversaire sont décédés.

Source : Insee, estimations de population (résultats provisoires arrêtés à fin 2014)

Tableau 5. Distribution des garçons selon le groupe d'âges révolus les 1<sup>er</sup> janvier 2014 et 2015. France métropolitaine

<b>Groupe d'âges révolus</b>	<b>1<sup>er</sup> janvier 2014</b>	<b>1<sup>er</sup> janvier 2015</b>
5-9 ans	2 021 464	2 034 644
10-14 ans	2 023 108	2 031 953

Source : Insee, estimations de population (résultats provisoires arrêtés à fin 2014)

Tableau 6. Table abrégée de mortalité des hommes. France métropolitaine. Année 2014

Âge exact	$S_{x,x+a}$	$D_{x,x+a}$	${}_a q_x$	$e_x$
0	<b>100 000</b>			
1				
5				
10				
15				<b>64,7</b>

Source : d'après Insee.

Tableau 7. Table abrégée de mortalité des femmes. France métropolitaine. Année 2014

Âge exact	$S_x$	$e_x$
0	<b>100 000</b>	
5	<b>99 604</b>	<b>80,0</b>

Source : d'après Insee.

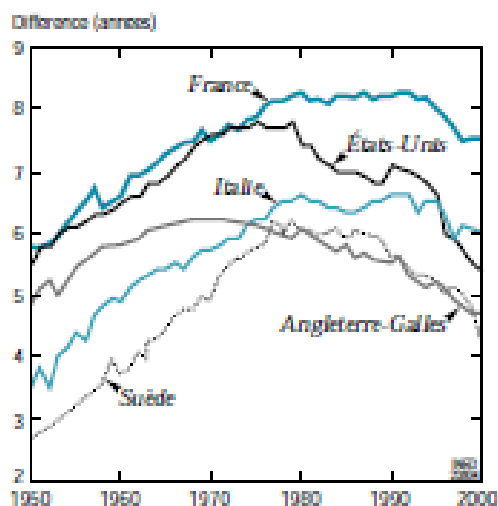


Documents annexes (question 8)

*Tableau 1 - Évolution des espérances de vie masculine et féminine et de l'écart entre les sexes depuis 1950 dans quelques pays industrialisés*

Pays		Espérance de vie (années)			
		1950	1970	1980	2000
Angleterre-Galles	Hommes	66,4	68,8	71,0	75,7
	Femmes	71,2	75,0	77,1	80,4
	écart F-H	4,8	6,2	6,1	4,7
États-Unis	Hommes	65,6	67,1	70,0	74,1
	Femmes	71,1	74,7	77,4	79,5
	écart F-H	5,5	7,6	7,4	5,4
Suède	Hommes	69,8	72,2	72,8	77,4
	Femmes	72,4	77,2	78,9	81,7
	écart F-H	2,6	5,0	6,1	4,3
France	Hommes	63,5	68,4	70,2	75,3
	Femmes	69,2	75,8	78,4	82,8
	écart F-H	5,8	7,5	8,2	7,5
Italie	Hommes	62,4	68,2	71,0	76,5
	Femmes	66,0	74,0	77,8	82,5
	écart F-H	3,6	5,8	6,9	6,0
Japon	Hommes	57,5	69,3	73,4	77,7
	Femmes	60,8	74,7	78,7	84,6
	écart F-H	3,3	5,4	5,3	6,9

*Figure 1 - Évolution de l'écart d'espérance de vie entre les sexes dans 5 pays industrialisés depuis 1950*



Source : F. Meslé, « Espérance de vie : un avantage féminin menacé ? », *Population & sociétés*, N°402, juin 2004.

Diagrammes de Lexis

