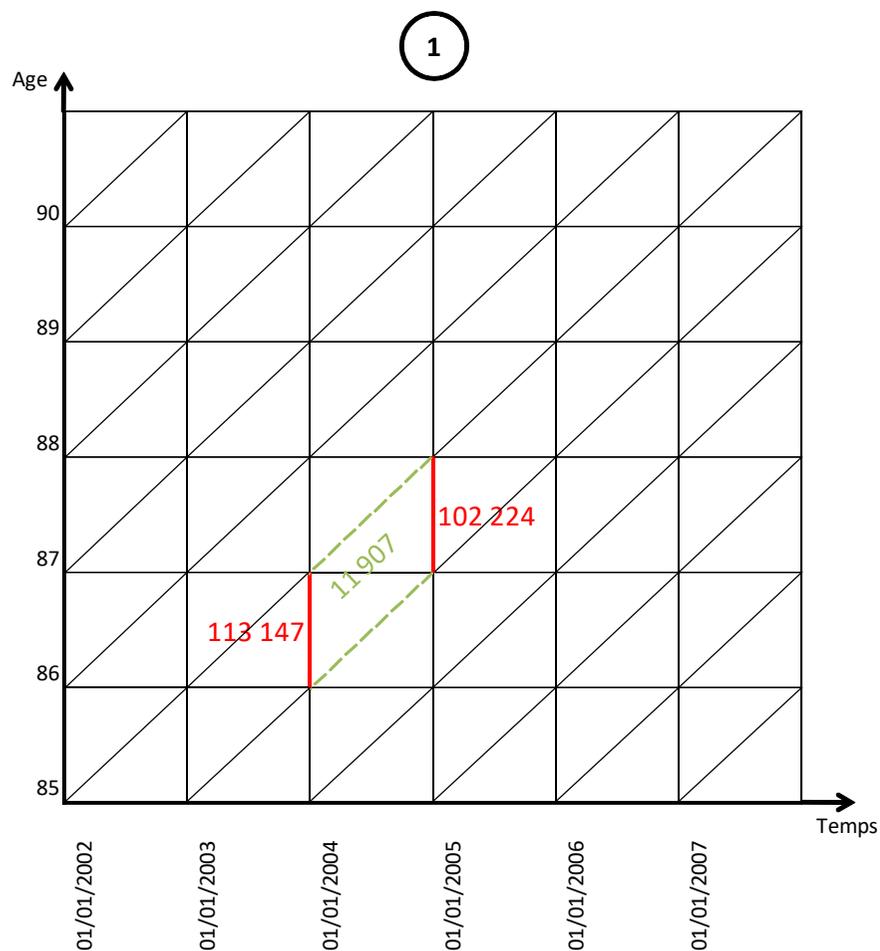


Exercice 5- CORRIGÉ

Le diagramme de Lexis



Placez sur le diagramme de Lexis ci-contre les données suivantes relatives à la génération 1917 :

- Effectif au 01/01/2004 : 113 147
- Effectif au 01/01/2005 : 102 224
- Décès en 2004 : 11 907

La génération née en 1917 a fêté en 2003 son 86^e anniversaire (2003-1917). Le 01/01/2004, cette génération est donc âgée de 86 ans révolus. Elle a 87 ans révolus l'année suivante.

Les décès correspondant à cette génération au cours de l'année 2004 figurent dans un parallélogramme à base verticale et couvrent deux âges révolus.

Quel est le solde migratoire de cette génération en 2004 ?

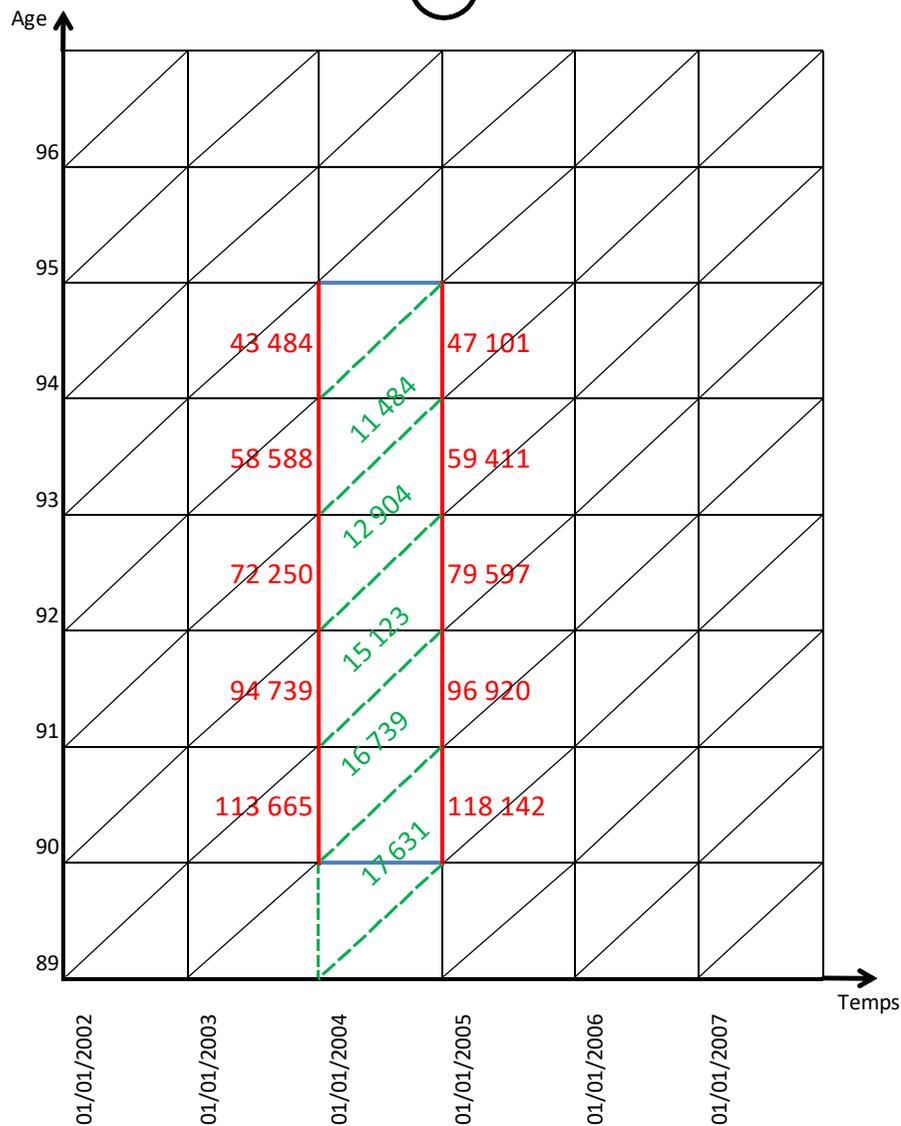
$$P_{2005} = P_{2004} - D_{2004} + SM_{2004}$$

$$SM_{2004} = P_{2005} - P_{2004} + D_{2004}$$

$$SM_{2004} = 102\,224 - 113\,147 + 11\,907$$

$$SM_{2004} = 984$$

2



Placez sur le diagramme de Lexis ci-contre :

- L'effectif de personnes âgées de 90-94 ans révolus le 1/1/2004. A quelle(s) génération(s) appartiennent ces personnes ?

Les plus jeunes ont 90 ans révolus le 01/01/2004. Elles ont donc fêté leur 90^e anniversaire en 2003. Elles sont nées en 1913 (2003 – 90). Les plus âgées ont 94 ans révolus le 01/01/2004. Elles vont fêter leur 95^e anniversaire en 2004. Elles sont nées en 1909 (2004 – 95). Les personnes âgées de 90-94 ans révolus le 01/01/2004 appartiennent donc aux générations 1909-1913.

- L'effectif de personnes âgées de 90-94 ans révolus le 1/1/2005. A quelle(s) génération(s) appartiennent ces personnes ?

Ces personnes appartiennent aux générations 1910-1914.

- Les décès en 2004 à 90, 91, 92, 93, 94, 95 ans (en âge atteint dans l'année).

Le tableau ci-dessous ne permet pas de connaître les décès à 95 ans atteints dans l'année. On peut seulement placés ceux à 90, 91, 92, 93 et 94 atteints dans l'année. Ils figurent dans des parallélogrammes à base verticale (décès pour un âge atteint une année donnée, soit pour une génération entre deux âges révolus).

Estimez les décès à 90-94 ans révolus en 2004 le plus précisément possible, en indiquant vos hypothèses.

La surface correspondant aux décès à 90-94 ans révolus en 2004 figurent dans un rectangle composé de 10 triangles. La somme des décès contenus dans huit d'entre eux est connue. Il y a deux inconnues :

- Les décès entre 90 ans exacts et 90 ans révolus (triangle du bas). On va supposer une répartition linéaire des décès dans le parallélogramme qui

contient ce triangle. On suppose donc qu'il y a autant de décès dans le triangle supérieur que dans le triangle inférieur, soit la moitié de 17 631 (8 815).

- Les décès entre 94 ans révolus et 95 ans exacts, soit le triangle supérieur du rectangle. On va ici supposer que l'écart relatif entre le nombre de décès à 95 ans atteint dans l'année par rapport au nombre de décès à 94 ans atteints est le même qu'entre les effectifs de décès à 94 et 93 ans atteints dans l'année, soit 89 % (11 484/12 904). Puis que les décès entre 94 et 95 ans révolus (c'est-à-dire à 95 ans atteints) se répartissent uniformément dans le parallélogramme. On estime ainsi le nombre de décès « contenus » dans le triangle supérieur à 5 110 (11 484*0,89*0,5).

Au total, le nombre estimé de décès à 90-94 ans révolus en 2004 est de :

$$\sum_{x=90}^{94} D_x = 8\,815 + 16\,739 + \dots + 11\,484 + 5\,110 = 70\,575$$

Calculez le taux de mortalité à 90-94 ans révolus en 2004.

Pour calculer le taux brut de mortalité, il faut également définir la population moyenne :

$$Pm_{90-94}^{2004} = \frac{P_{90-94}^{01/01/2004} + P_{90-94}^{01/01/2005}}{2}$$

$$Pm_{90-94}^{2004} = \frac{(113\,665 + \dots + 43\,484) + (118\,142 + \dots + 47\,101)}{2}$$

$$Pm_{90-94}^{2004} = \frac{382\,726 + 401\,171}{2} = 391\,948$$

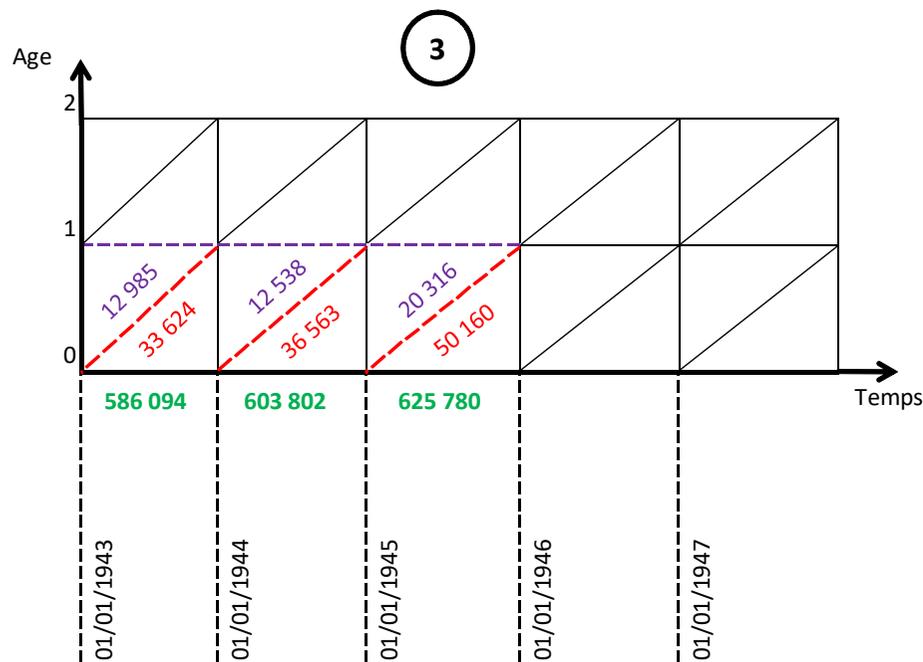
Et le taux de mortalité à 90-94 ans en 2004 est égal à :

$$TBM = 1000 \times \frac{70\,575}{391\,948} = 180 \text{ ‰}$$

Avec des données plus précises, sans faire d'hypothèses, on trouverait un taux de mortalité de 178 ‰.

Données de l'exercice

Age atteint dans l'année	Décès en 2004	Age révolu	Effectif au 01/01	
			2004	2005
87	10 907	89	135 741	89 763
88	9 962	90	113 665	118 142
89	12 312	91	94 739	96 920
90	17 631	92	72 250	79 597
91	16 739	93	58 588	59 411
92	15 123	94	43 484	47 101
93	12 904	95	32 702	33 900
94	11 484	96	23 183	25 045



Le quotient de mortalité infantile est le rapport entre le nombre de décès entre 0 et 1 an exact et le nombre de naissances de la génération concernée. Dans le cas présent, on ne dispose de toutes ces informations que pour les générations 1943 et 1944 :

$${}_1q_0^{G.43} = \frac{33\,624 + 12\,538}{586\,094} = 0,079 = 79\text{‰}$$

$${}_1q_0^{G.44} = \frac{36\,563 + 20\,316}{603\,802} = 0,094 = 94\text{‰}$$

Placez sur le diagramme de Lexis ci-contre :

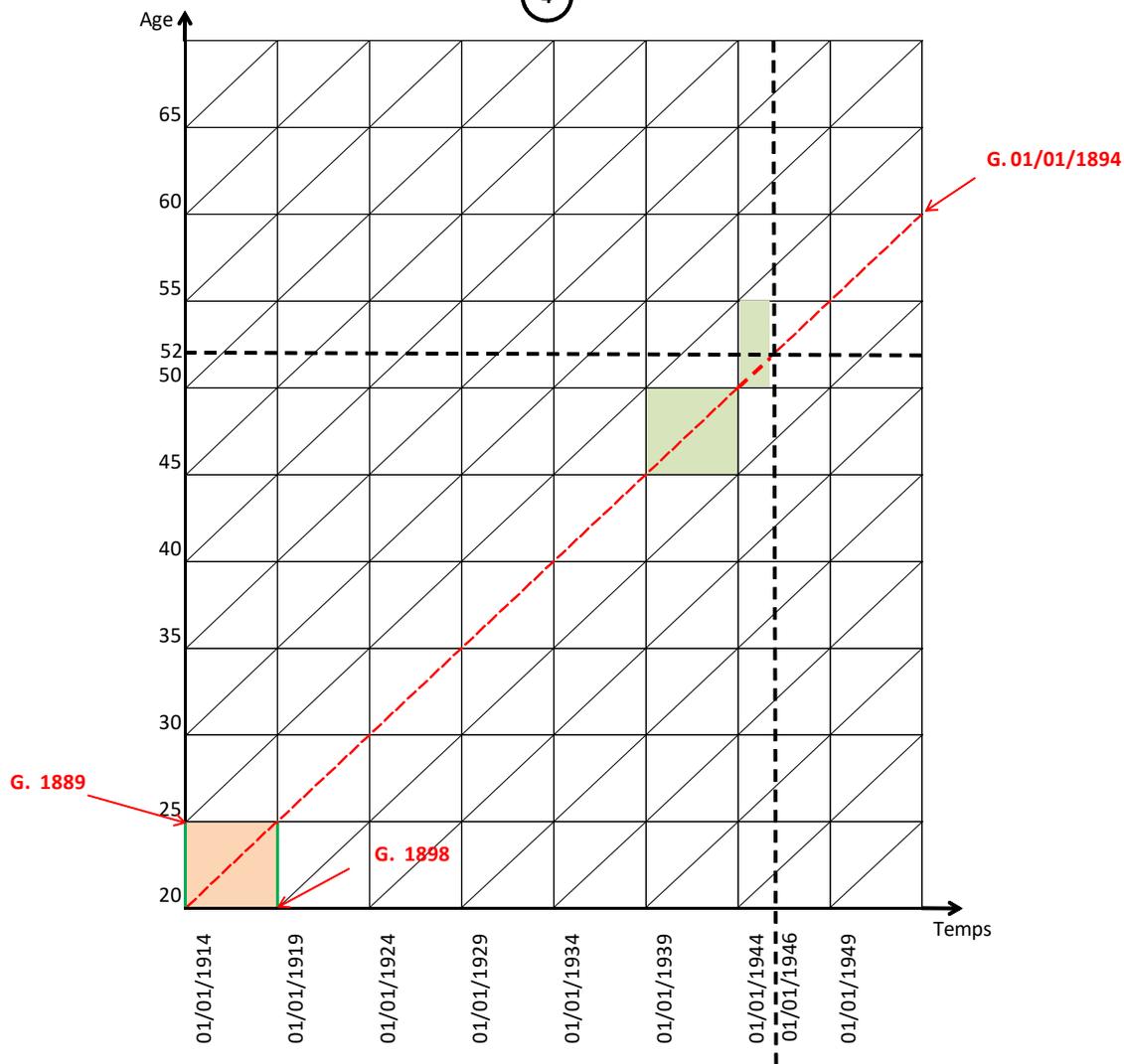
- Les décès entre 0 et 1 an exact classés selon l'année d'observation, la génération et l'âge révolu.
- Le nombre de naissances des années 1943 à 1945.

Pour chacune des générations pour lequel ce calcul est possible, calculez la probabilité de décéder entre 0 et 1 an (${}_0q_1$) en faisant l'hypothèse que le solde migratoire est nul.

Naissances, Décès par âge et par génération, de 1943 à 1945, ensemble des deux sexes

Année	Naissances	Décès				
		Âge révolu				
		0	0	1	1	2
		Génération g = année - âge (g est la génération ayant atteint l'âge exact x dans l'année, la génération $g-1$ l'ayant atteint l'année précédente)				
		g	$g-1$	g	$g-1$	g
1943	586 094	33 624	12 985	3 148	2 301	1 185
1944	603 802	36 563	12 538	3 809	2 465	1 302
1945	625 780	50 160	20 316	5 161	3 049	1 649

4



Placez sur le diagramme de Lexis ci-contre les données nécessaires au calcul du taux brut de mortalité des hommes à 20-24 ans pour la période 1914-1918 :

- Effectif d'hommes âgés de 20-24 ans le 01/01/1914. A quelle(s) génération(s) appartiennent-ils ?

Les plus âgés ont 24 ans révolus le 01/01/1914. Ils vont donc fêter leur 25^e anniversaire en 1914. Ils sont donc nés en 1889 (1914 – 25). Les plus jeunes ont fêté leur 20^e anniversaire en 1913 (ils ont 20 ans révolus le 01/01/1914). Ils sont nés en 1893 (1913 – 20). Les personnes âgées de 20-24 ans le 01/01/1914 appartiennent donc aux générations 1889-1893.

- Effectif d'hommes âgés de 20-24 ans le 01/01/1919. A quelle(s) génération(s) appartiennent-ils ?

On adopte la même démarche que précédemment. Les personnes qui ont 20-24 ans le 01/01/1919 sont nées au cours des années 1894-1898.

- Nombre de décès masculins à 20-24 ans révolus enregistrés entre le 01/01/1914 et le 01/01/1919. A quelle(s) génération(s) appartiennent les hommes qui ont pu décéder au cours de cette période entre 20 et 25 ans exacts ?

Les décès concernent des personnes appartenant aux générations 1889-1898 (10 générations).

A quelle(s) génération(s) apparten(en)t les hommes qui ont, tout au long des années 1914-1918, entre 20 et 25 ans exacts ?

Seuls les hommes qui ont 20 ans exacts le 01/01/1914 vont rester tout au long de la période 1914-1918 au sein du groupe des 20-24 ans révolus. Ils sont nés le 01/01/1894. Ils auront 24 ans et 364 jours le 31/12/1918.

Quel(s) âge(s) révolu(s) auront-ils au cours des années 1939-1945 ?

Au cours des années 1939-45, ils vont avoir de 45 à 52 ans exacts, soit de 45 à 51 ans révolus.