IDUP / avril 22

L 3 : Evolution des phénomènes démographiques (JF Léger)

2nd semestre

La fécondité

Exercice 1 : Etude longitudinale de la fécondité générale à partir de l'observation continue

CORRIGÉ

Le tableau ci-après présente, pour les années 1964 à 1989, les taux de fécondité générale (pour 10 000 femmes) de la France, établis par l'INSEE. Chaque taux a été calculé, en rapportant les naissances d'une génération féminine à son effectif au premier janvier, augmenté de la moitié de son solde migratoire de l'année.

A. En quoi ce dénominateur diffère-t-il de celui utilisé habituellement dans le calcul d'un taux ? Quelle conséquence cela entraîne-t-il ?

Corrigé :

Le taux de fécondité générale (f_i) est le rapport entre le nombre annualisé de naissances (N) « issues » de femmes d'un âge donné au cours d'une période particulière (t) et l'effectif moyen de femmes de cet âge au cours de la période d'observation (P_m).

$$f_i^t = \frac{\overline{N_i^t}}{Pm_i^t}$$

(1) Si le taux est un taux défini pour une année donnée à un âge révolu donné, il concerne donc :

- *une même* année d'observation ;
- *un même* âge révolu ;
- et les mères appartenant à *deux* générations *différentes*.

Il se place donc, sur un diagramme de Lexis, dans un carré et il est donné par la relation suivante :

$$f_i^t = \frac{N_i^t}{\frac{P_i^t + P_i^{t+1}}{2}}$$

(2) Si le taux est défini pour une année d'observation donnée mais pour un âge atteint dans l'année (comme c'est le cas ici), il concerne donc :

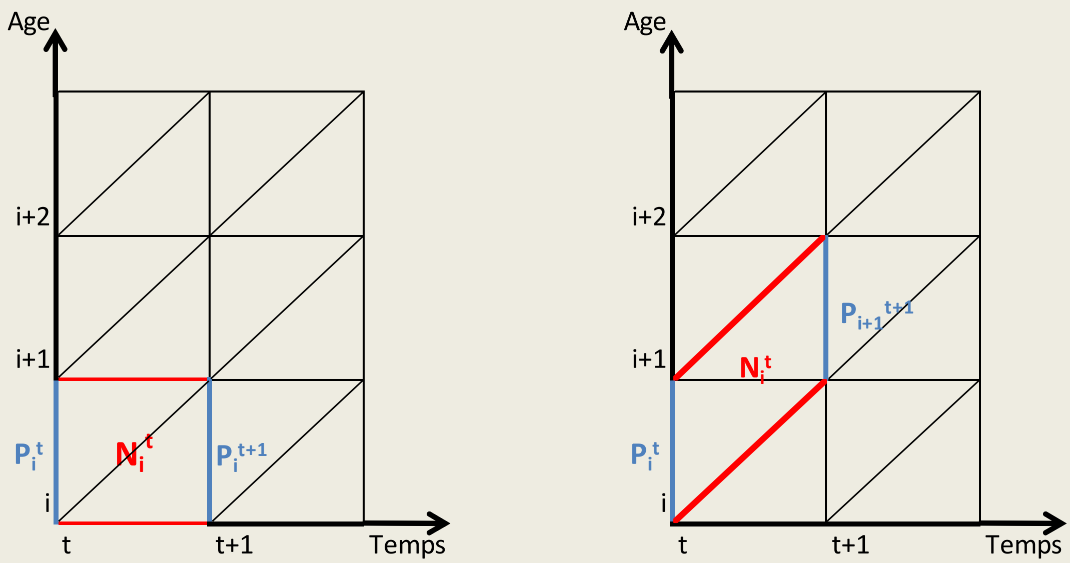
- *une même* année d'observation ;
- un même âge exact atteint dans l'année. Il est donc situé entre *deux* âges révolus *différents* ;
- *une même* génération.

Il se place donc, sur un diagramme de Lexis, dans un parallélogramme à base verticale et il est donné par la relation suivante :

$$f_i^t = \frac{N_i^t}{\frac{P_i^t + P_{i+1}^{t+1}}{2}}$$

Représentation graphique des taux :

(1) Taux dans un carré (2) Taux dans un parallélogramme



Ici, on a des taux dans des parallélogrammes à base verticale.

Les taux sont rapportés à la population présente le 1[er] janvier à laquelle on a ajouté la moitié du solde migratoire. Ce dénominateur ne correspond pas tout à fait à la population moyenne.

Dénominateur des taux de cet exercice : $P_i^t + \frac{SM_{i;i+1}^t}{2}$

La Population moyenne : $\frac{P_i^t + P_{i+1}^{t+1}}{2} = P_i^t - \frac{D_{i;i+1}^t}{2} + \frac{SM_{i;i+1}^t}{2}$

Le dénominateur des taux utilisés ici est donc supérieur à la population moyenne, mais de très peu puisque les décès de femmes entre 15 et 50 ans sont peu nombreux en France. De ce fait les taux utilisés dans cet exercice sous-estiment très légèrement les taux « classiques ». La fécondité estimée va donc être très légèrement inférieure à la réalité.

B. Etablissez la série des descendances atteintes aux divers âges (révolus) de la génération 1949 et représentez-la sur un graphique.

- Evaluez sa descendance complète :

1) en extrapolant graphiquement la série précédente ;

2) en remplaçant les taux manquants par ceux de l'année la plus récente.

- En partant de cette dernière évaluation, calculez l'âge moyen à la maternité de ces femmes.

Corrigé :

a) La descendance atteinte à l'âge révolu x est le cumul des taux de fécondité par âge atteint dans l'année jusqu'à cet âge. On l'écrit de la manière suivante :

$$D_x = \sum_{i=15}^{x} f_i$$

Par exemple, la descendance atteinte à 20 ans révolu est donnée par la relation suivante :

$$D_{20} = \sum_{i=15}^{20} f_i = f_{15} + f_{16} + f_{17} + f_{18} + f_{19} + f_{20}$$

La descendance à 20 ans révolu est le nombre d'enfants que les femmes ont en moyenne à 20 ans révolu. Si l'on rapporte la descendance à 20 ans à la descendance finale, on obtient la proportion de la descendance finale atteinte à 20 ans. Plus le calendrier de la fécondité est précoce, plus cette proportion est forte, et vice versa.

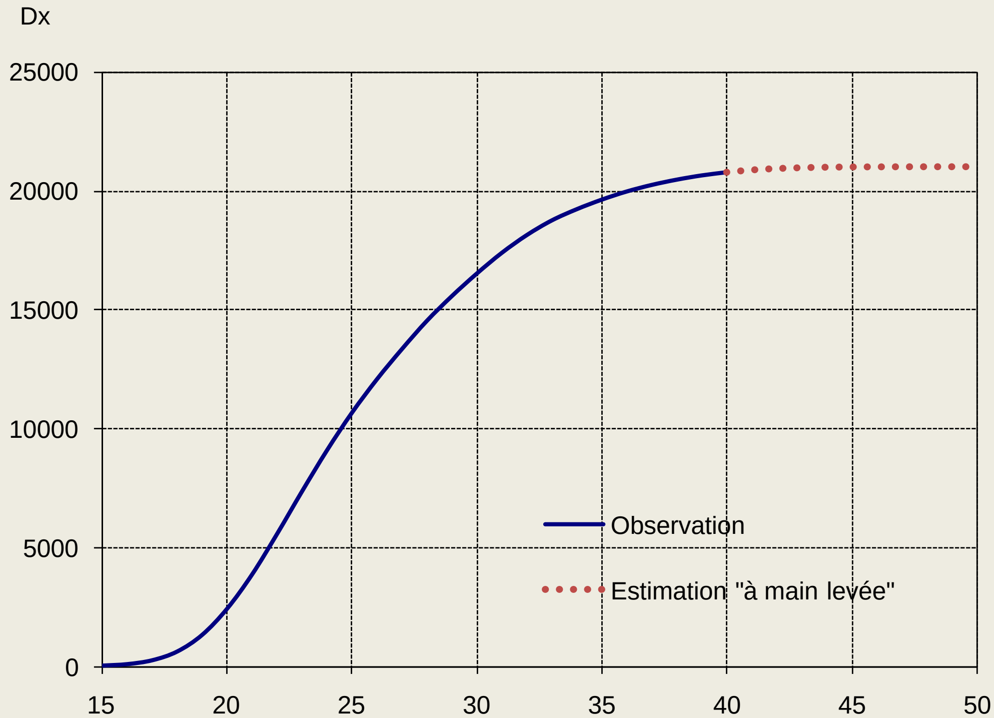
Les femmes de la génération 1949 vont fêter leur 15^{e} anniversaire en 1964 (1949 + 15). Elles auront 16 ans en 1965, 17 ans en 1966, etc. En 1989, dernière année d'observation dans ce tableau, les femmes de la génération fêteront leur 40^{e} anniversaire (1989 – 1949). Les données à utiliser pour cette génération se situent donc dans la diagonale qui relie le taux de fécondité à 15 ans (atteints dans l'année) en 1964 au taux de fécondité à 40 ans (atteints dans l'année) en 1989.

Exemple :

$$D_{20} = \sum_{i=15}^{20} f_i = \frac{12}{10\,000} + \frac{62}{10\,000} + \frac{163}{10\,000} + \frac{368}{10\,000} + \frac{701}{10\,000} + \frac{1102}{10\,000} = \frac{2\,408}{10\,000} = 0,2408$$

A vingt ans révolus, les femmes de la génération 1949 ont en moyenne 0,24 enfant.

Figure 1 : Descendance atteinte pour la génération de femmes nées en 1949 et estimation graphique de la descendance finale (pour 100 000 femmes).



b) La descendance finale estimée à partir du cumul des taux de fécondité par âge est d'environ 21 000 enfants pour 100 000 femmes, soit 2,1 enfants/femme. On remarque que le premier enfant est obtenu en moyenne à 25 ans et le second un peu après 35 ans.

On peut estimer la descendance au-delà de 40 ans en intégrant dans le calcul de la descendance atteinte les taux des générations les plus proches. Par exemple, au cumul des taux de fécondité par âge entre 15 et 40 de la génération 1949, on va ajouter le taux à 41 ans en 1989 de la génération 1948, le taux à 42 ans de la génération 1947, etc. :

$$D_{50}^{estimée} = \sum_{i=15}^{40} f_i^{\,G\,1949} + \left[f_{41}^{\,G\,1948} + f_{42}^{\,G\,1947} + f_{43}^{\,G\,1946} + \ldots + f_{48}^{\,G\,1941} + f_{49}^{\,G\,1940} \right]$$

Application numérique :

$$D_{50}^{estimée} = \frac{20\,768}{10\,000} + \left[\frac{93+58+34+\ldots+1+1}{10\,000} \right] = \frac{20\,768+225}{10\,000} = 20\,993\text{‱} = 2{,}099 \cong 2{,}1$$

Le résultat est le même que celui déterminé plus simplement de manière graphique.

c) Cette estimation permet toutefois de disposer d'une série complète de taux de fécondité par âge, utile au calcul de l'âge moyen à la maternité (que l'on note *a*). Cet indicateur correspond à la moyenne des âges à la maternité (l'âge auquel on donne naissance à un enfant) pondérée par la distribution des naissances selon l'âge (ou des taux de fécondité).

d) Comme ici les âges sont les âges atteints dans l'année, c'est-à-dire l'âge exact atteint dans l'année, il n'est pas nécessaire de calculer un centre de classe puisque l'âge exact x se situe au centre de l'intervalle d'âge révolu (x-1 ;x).

$$a = \frac{\sum_{x=15}^{49}(f_x \times x)}{\sum_{x=15}^{49} f_x} = \frac{\sum_{x=15}^{49}(f_x \times x)}{D_f}$$

Application numérique :

$$a = \frac{(12 \times 15) + (62 \times 16) + (163 \times 17) + \ldots + (1 \times 48) + (1 \times 49)}{(12 + 62 + 163 + \ldots + 1 + 1)} = 26{,}3\ ans$$

C. On a établi la table de mortalité de cette génération* jusqu'au 20ème anniversaire, où il reste 93 660 survivantes pour 100 000 naissances. Au-delà de cet âge, on peut admettre que la mortalité de ces femmes a été proche de celle de la table de la période 1966-70, dont le tableau ci-dessous donne un extrait.

x	S_x	x	S_x	x	S_x	x	S_x
20	97 371	23	97 187	26	96 997	29	96 788
21	97 313	24	97 121	27	96 926	30	96 712
22	97 249	25	97 061	28	96 853	31	96 643

- En vous servant de ces données et après avoir déduit des deux évaluations précédentes une valeur unique de descendance complète, calculez le taux net de reproduction de cette génération.

Corrigé :

L'objectif est d'estimer le taux net de reproduction, soit la capacité d'une génération à se renouveler sur le plan démographique (au moins une fille par femme).

Le taux net de reproduction tient compte (1) du nombre moyen d'enfants par femme, (2) de la proportion de filles parmi les naissances (pour estimer le nombre de filles par mère) et (3) de la proportion de femmes d'une génération qui peuvent avoir des enfants (afin que le nombre de fille par femme féconde compense le fait que des femmes n'atteignent pas l'âge moyen à la maternité en raison de la mortalité – cf. cours). Cette dernière proportion correspond à la probabilité pour une femme de la génération concernée d'être encore en vie à l'âge moyen à la maternité (notée s_a).

* Vallin J., 1973 "La mortalité par génération en France, depuis 1899" INED-PUF, Travaux et Documents, 63.

$$TNR = D_f \times \frac{100}{205} \times s_a$$

Il faut donc déterminer au préalable s_a.

On connaît la probabilité des femmes de la génération 1949 d'être encore en vie à 20 ans (${}_{20}p_0$) d'après la table de mortalité de leur génération :

$${}_{20}p_0 = \frac{S_{20}}{S_0}$$

A partir de la table de mortalité 1966-70, on peut déterminer la probabilité de rester en vie entre 20 et 26,3 ans (${}_{6,3}p_{20}$) :

$${}_{6,3}p_{20} = \frac{S_{26,3}}{S_{20}} = \frac{S_{26} - \left[\frac{3}{10} \times (S_{26} - S_{27})\right]}{S_{20}} = \frac{S_{26} - \left(\frac{3}{10} \times S_{26}\right) + \left(\frac{3}{10} \times S_{27}\right)}{S_{20}}$$

$${}_{6,3}p_{20} = \frac{S_{26,3}}{S_{20}} = \frac{\left(\frac{7}{10} \times S_{26}\right) + \left(\frac{3}{10} \times S_{27}\right)}{S_{20}}$$

Et s_a est le produit de la probabilité de survivre entre 0 et 20 ans et 20 et 26,3 ans :

$$s_a = {}_{20}p_0 \times {}_{6,3}p_{20}$$

Application numérique :

$$s_a = \frac{S_{26,3}}{S_0} = \frac{S_{20}}{S_0} \times \frac{S_{26,3}}{S_{20}} = \frac{S_{20}}{S_0} \times \frac{\left(\frac{7}{10} \times S_{26}\right) + \left(\frac{3}{10} \times S_{27}\right)}{S_{20}}$$

$$s_a = \frac{93\,660}{100\,000} \times \frac{\frac{7}{10} 96\,997 + \frac{3}{10} 96\,926}{97\,371}$$

$$s_a = \frac{93\,660}{100\,000} \times \frac{99\,976}{97\,371} = 0,933$$

$$TNR = 2,1 \times \frac{100}{205} \times 0,933 = 0,96$$

Le taux net de reproduction de la génération 1949 est légèrement inférieur à 1, ce qui signifie que cette génération n'assure pas (mais de très peu) son propre renouvellement démographique. Mais comme les taux sont légèrement sous-estimés par la méthode de calcul utilisé ici, le taux net de reproduction est en fait supérieur à 0,95 et, sans toutefois atteindre la valeur de 1, s'en approche vraisemblablement beaucoup.

D. Etablissez les séries de descendances atteintes des générations 1952, 1955, 1958, 1961 et 1964 et représentez-les sur le graphique précédent.

- Que peut-on dire de l'évolution de la fécondité dans ces générations ?

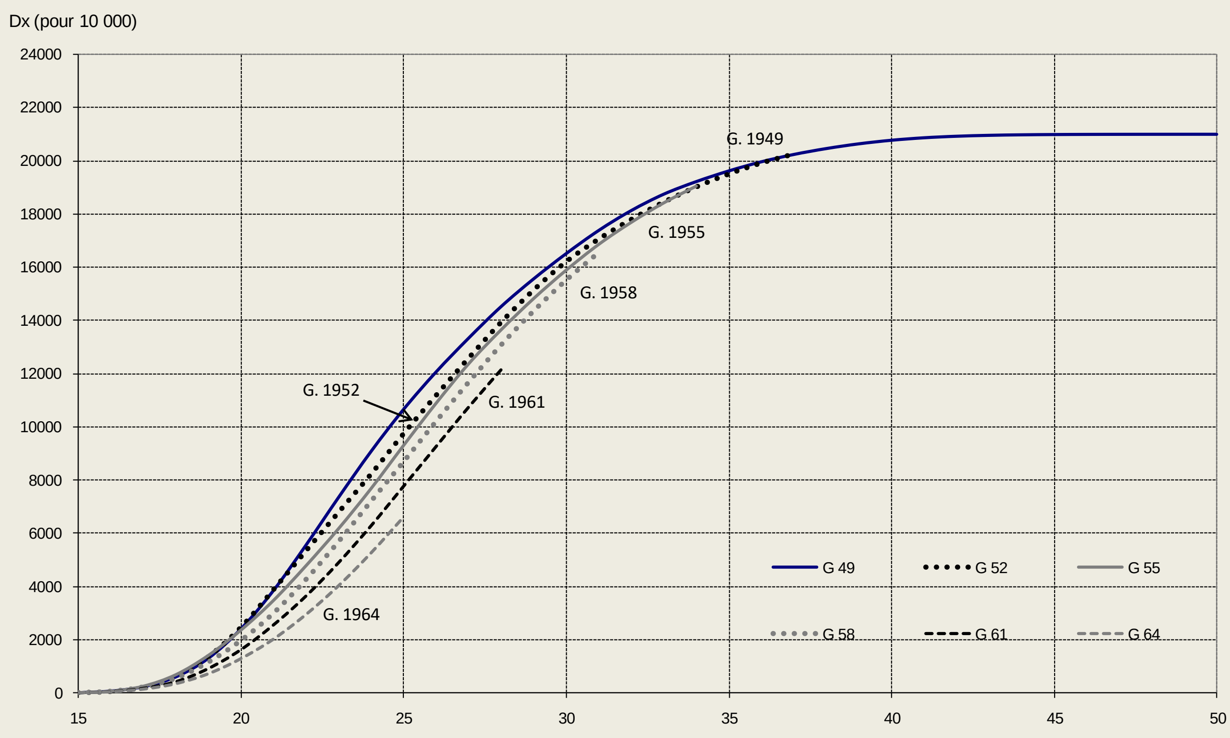
Corrigé :

On détermine de la même manière que précédemment les descendances atteintes des générations 1952, 1955, 1958, 1961 et 1964.

La génération 1952 a 15 ans en différence de millésimes en 1967. On va donc suivre sa fécondité de 1967 à 1989, soit de 15 ans à 37 ans. L'intervalle d'âge d'observation va être encore plus réduit pour les autres générations :

- De 15 à 34 ans pour la G. 1955 ;
- De 15 à 31 ans pour la G. 1958 ;
- De 15 à 28 ans pour la G. 1961 ;
- De 15 à 25 ans pour la G. 1964.

Figure 2 : Descendance atteinte selon la génération



Ce qui apparaît nettement est un « vieillissement » du calendrier de la fécondité. Plus les générations sont récentes, plus le cumul des naissances avant 25 ans diminue. Pour la génération 1949, les femmes avaient en moyenne plus de 1 enfant à cet âge. On ne compte que 0,6 enfant pas femme en moyenne à 25 ans pour la génération 1964.

Il n’est pas assuré pour autant que ce vieillissement annonce une baisse de la descendance finale. Par exemple, les femmes de la génération 1958 ont en moyenne eu leur premier enfant à 26 ans environ, soit un an plus tard que les femmes de la génération 1949. Mais elles tendent, comme le montre la courbe du cumul des naissances pour cette génération, à refaire leur retard : à 32 ans, elles ont en moyenne 1,6 enfant contre 1,7 pour la génération la plus ancienne, soit une différence de 0,1 enfant. A 25 ans, l’écart était de 0,2 enfant.

Ces générations ne semblent pas différer par le nombre souhaité d’enfant (environ 2 par femme). En revanche, le calendrier de la fécondité les distingue, les plus jeunes reculant sans cesse le moment de faire le premier enfant.

Taux de fécondité pour 10 000 femmes. Age atteint en cours d'année*

Age	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
15	12	11	12	11	12	11	11	11	12	13	14	13	13	11	10	10	9	8	9	8	9	8	8	7	7	7	5	7
16	51	51	53	62	51	49	48	49	50	56	59	58	56	53	45	43	37	35	36	33	31	29	28	26	24	23	21	20
17	166	164	166	170	163	155	158	162	162	172	187	186	179	162	145	134	120	109	108	99	93	83	80	71	65	60	56	55
18	375	404	394	394	382	368	370	378	389	405	427	432	411	368	328	314	280	250	245	225	206	184	169	154	145	136	127	119
19	682	745	788	782	746	710	701	699	721	752	780	770	725	673	621	605	544	508	496	457	426	373	353	312	299	274	258	247
20	1 073	1 164	1 236	1 257	1 215	1 133	1 100	1 102	1 103	1 136	1 105	1 127	1 037	949	899	883	812	772	769	708	677	605	567	512	486	439	430	403
21	1 472	1 563	1 654	1 644	1 642	1 538	1 473	1 431	1 440	1 454	1 461	1 416	1 286	1 162	1 112	1 117	1 053	1 027	1 024	985	930	848	803	733	691	628	601	573
22	1 803	1 891	1 949	1 946	1 932	1 829	1 771	1 701	1 689	1 705	1 671	1 612	1 460	1 332	1 260	1 303	1 257	1 244	1 264	1 211	1 185	1 086	1 048	990	926	846	798	767
23	2 002	2 106	2 099	2 053	2 041	1 961	1 895	1 854	1 816	1 820	1 791	1 716	1 569	1 447	1 388	1 430	1 390	1 406	1 454	1 421	1 371	1 287	1 254	1 220	1 165	1 080	1 025	971
24	2 083	2 137	2 131	2 080	2 028	1 964	1 920	1 863	1 842	1 835	1 807	1 729	1 601	1 486	1 438	1 484	1 487	1 506	1 568	1 549	1 519	1 406	1 421	1 386	1 361	1 280	1 236	1 189
25	2 087	2 119	2 126	2 050	2 003	1 899	1 859	1 818	1 796	1 818	1 768	1 692	1 581	1 490	1 451	1 518	1 488	1 526	1 619	1 604	1 579	1 484	1 494	1 505	1 489	1 444	1 408	1 350
26	1 961	2 030	2 004	1 946	1 889	1 804	1 728	1 716	1 688	1 702	1 660	1 580	1 485	1 406	1 394	1 442	1 441	1 502	1 577	1 584	1 574	1 472	1 517	1 523	1 540	1 494	1 490	1 450
27	1 842	1 883	1 881	1 831	1 797	1 709	1 645	1 603	1 575	1 591	1 524	1 469	1 365	1 289	1 270	1 334	1 334	1 402	1 478	1 495	1 480	1 391	1 431	1 471	1 497	1 484	1 482	1 464
28	1 669	1 737	1 711	1 678	1 656	1 589	1 516	1 477	1 413	1 444	1 397	1 337	1 235	1 159	1 135	1 188	1 209	1 258	1 348	1 362	1 345	1 278	1 319	1 355	1 403	1 402	1 407	1 408
29	1 520	1 553	1 561	1 515	1 490	1 443	1 399	1 347	1 311	1 288	1 240	1 185	1 092	1 011	1 004	1 044	1 041	1 111	1 181	1 213	1 211	1 144	1 174	1 222	1 259	1 277	1 297	1 295
30	1 361	1 409	1 400	1 374	1 344	1 300	1 271	1 240	1 185	1 163	1 099	1 048	966	885	861	893	909	949	1 037	1 067	1 063	999	1 029	1 066	1 114	1 131	1 160	1 168
31	1 212	1 245	1 249	1 206	1 200	1 142	1 105	1 098	1 048	1 038	988	905	836	764	734	747	766	804	870	907	902	852	877	921	967	984	1 017	1 036
32	1 069	1 101	1 099	1 075	1 065	1 017	980	965	931	917	874	819	717	650	613	627	621	659	727	747	753	706	737	773	819	827	873	877
33	937	975	977	941	937	880	859	840	797	809	761	714	628	560	510	523	516	545	589	624	616	588	604	653	678	707	732	753
34	815	850	846	824	813	783	749	739	703	697	659	618	554	488	433	429	428	441	479	507	510	473	503	531	569	588	617	628
35	718	743	733	721	712	675	656	629	608	605	566	535	476	415	363	355	346	365	391	402	409	387	401	441	462	486	509	522
36	628	634	641	614	611	588	564	547	534	531	489	460	402	345	309	287	282	285	311	330	323	305	324	343	372	391	414	427
37	522	548	539	524	507	491	477	469	446	445	417	382	333	287	245	244	223	225	242	264	252	234	245	264	276	304	321	338
38	447	451	456	431	430	412	401	387	368	367	347	320	276	234	195	185	182	178	185	195	198	186	183	199	216	222	245	257
39	375	370	374	355	346	333	321	319	299	301	284	258	226	189	156	141	132	143	142	145	145	140	143	145	158	169	178	193
40	295	300	297	284	284	264	255	249	239	233	223	204	178	150	119	110	102	96	110	109	109	99	106	111	114	120	126	134
41	224	227	230	215	213	199	192	187	178	179	165	154	131	104	88	80	73	71	68	82	75	71	70	76	79	80	85	93
42	162	163	162	156	152	141	139	131	124	126	120	108	97	78	62	55	52	48	48	46	55	46	49	50	52	55	54	58
43	120	112	110	104	102	95	94	92	84	84	83	77	61	53	41	37	32	31	30	30	31	34	33	32	31	33	33	34
44	73	72	67	62	64	62	57	56	51	51	48	43	42	32	25	23	21	20	19	17	20	18	21	20	19	20	20	20
45	42	41	38	39	35	33	33	33	31	30	26	24	21	18	14	13	12	11	11	11	10	10	10	13	11	10	9	10
46	19	20	22	22	18	16	16	17	14	16	14	12	12	9	8	7	6	5	5	6	5	5	6	5	7	5	5	5
47	9	9	11	8	8	8	6	8	8	7	6	5	5	4	3	4	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	3
48	4	4	4	5	4	3	4	2	3	3	3	3	2	2	1	1	2	1	1	2	2	2	1	1	2	1	2	1
49	1	1	2	2	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
50	1	1	1	0	2	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0