

L'équilibre de Nash

28 mars 2024

L'équilibre de Nash pour un jeu à deux joueurs : $(s_1^*; s_2^*)$:

1. $U_1(s_1^*; s_2^*) \geq U_1(s_1; s_2^*)$ pour tout $s_1 \neq s_1^*$
2. $U_2(s_1^*; s_2^*) \geq U_2(s_1^*; s_2)$ pour tout $s_2 \neq s_2^*$

Deux éléments :

- a. Les deux joueurs sont sur leur meilleure réponse
- b. Les croyances sur les stratégies adoptées par les joueurs sont correctes

Commentaire 1 : l'équilibre de Nash comme condition nécessaire d'une issue au jeu

Pourquoi choisir l'équilibre de Nash ?

Réponse de R. Myerson : "**pourquoi pas**" ?

Si une issue du jeu apparaît "**évidente**", elle doit nécessairement être un **équilibre de Nash** :

J1/J2	b_1	b_2
a_1	10 ; 10	0 ; 0
a_2	0 ; 0	1 ; 1

Ex. : les deux joueurs pensent que l'issue du jeu est $(a_1; b_2)$.

$(a_1; b_2)$: pas EN donc un des deux joueurs **n'est pas** sur sa MR

EN : **condition nécessaire** pour une issue d'un jeu.

Si les joueurs **communiquent** avant de jouer, ils ne se mettront d'accord **que** sur un EN.

Accord oral sur $(C; J)$:

H/F	Classique	Jazz
Classique	4,3	2,2
Jazz	0,0	3,4

Le joueur H se dira : si F joue J , je vais plutôt jouer J
EN : condition **nécessaire** si **communication** avant le jeu

Commentaire 3 : quel équilibre de Nash si multiplicité ?

S'il existe plusieurs équilibres de Nash, sur **lequel** les joueurs se coordonnent ?

H/F	Classique	Jazz
Classique	4,3	2,2
Jazz	0,0	3,4

Moyens de coordination ?

- Communication
- Convention :
 - c'est toujours H qui décide
 - on décide à tour de rôle

Quel lien entre l'**optimum de Paréto** et l'**EN** ?

- Un EN n'est **pas toujours** un OP

F1/F2	\underline{p}	\bar{p}
\underline{p}	100 ; 100	200 ; 0
\bar{p}	0 ; 200	150 ; 150

- Le critère de Pareto peut être un **critère de sélection** de l'EN s'il en existe plusieurs :

J1/J2	b_1	b_2
a_1	10 ; 10	0 ; 0
a_2	0 ; 0	1 ; 1

- Mais **pas toujours** :

F1/F2	Désarmement	Armement
Désarmement	200 ;200	-200 ;100
Armement	100 ; -200	50 ;50

Le **risque** associé à une stratégie peut expliquer un EN plutôt qu'un autre :

F1/F2	Désarmement	Armement
Désarmement	200 ; 200	-200 ; 100
Armement	100 ; -200	50 ; 50

Commentaire 6 : relation entre les 3 critères de solution présentés

Quel **lien** entre **solution en stratégie strictement dominante**, **EISSD** et **EN** ? :

- ① Une solution en stratégie strictement dominante est un EISSD (réciproque fausse)
- ② Une EISSD est un EN (réciproque fausse)