

TD6 : QUELQUES EXEMPLES SUPPLÉMENTAIRES DE
REPRÉSENTATION MATRICIELLE

Exercice 1 On considère l'application

$$f : (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mapsto (x - y, x + y - z) \in \mathbb{R}^2$$

1. Quelle est la taille d'une matrice qui représente f dans des bases quelconques de \mathbb{R}^3 et \mathbb{R}^2 ?
2. Donner la matrice de f dans les bases canoniques de \mathbb{R}^3 et \mathbb{R}^2 .
3. Donner la matrice de f dans les bases suivantes de \mathbb{R}^3 et \mathbb{R}^2 :

$$\mathcal{B} = \{(-1, 1, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 1)\} \subset \mathbb{R}^3, \mathcal{B}' = \{(0, 1), (-1, 2)\} \subset \mathbb{R}^2$$

Exercice 2 On considère l'application

$$f : (a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mapsto (a + b + c) + aX + bX^2 + cX^3 \in \mathbb{R}_3[X]$$

et les familles de vecteurs

$$\mathcal{B} = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\} \subset \mathbb{R}^3, \quad \mathcal{B}' = \{1, 1 + X, 1 + X^2, 1 + X^3\} \subset \mathbb{R}_3[X]$$

On admet que f est linéaire et que $\mathcal{B}, \mathcal{B}'$ sont des bases respectivement de \mathbb{R}^3 et de $\mathbb{R}_3[X]$.

1. Donner la matrice de f dans les bases \mathcal{B} et \mathcal{B}' .
2. f est-elle injective ? surjective ? bijective ?