

**PANTHÉON SORBONNE**  
UNIVERSITÉ PARIS 1  
OMNIBUS SAPIENTIA UNICUIQUE EXCELLENTIA

**INSTITUT DE DÉMOGRAPHIE  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS**



*Cours d'analyse démographique (Master 1e année) par Alexandre Avdeev*

**Chapitre 2**

**Diagramme de Lexis, types des taux et des quotients par âge**

- Diagramme de W. Lexis : version d'origine et les modifications récentes
  - localisation des populations soumises au risque
  - localisation des événements démographiques dans le temps
- Notion de temps dans l'histoire de vie
- Représentation graphique des parcours et des événements
- Type des taux et calculs des taux,
- Données nécessaires et leur localisation sur le diagramme de Lexis,
- Comparaison et relations entre les taux de divers types,
- Quotients, ou les probabilités d'une événement,
- Taux/quotients de première et de deuxième catégorie.


Lecture : Grazielle Cazelli et Jacques Vallin « Variation dans le temps des taux par âge » // *Démographie : analyse et synthèse*, vol. I La dynamique des populations. (sous la dir. De G.Cazelli, J.Vallin et G.Wunsch), Paris, INED, 2001, p.85-111

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP) 1

1

## Méthode graphique de repérer les événements démographiques et les populations correspondants dans le temps

Le diagramme de Wilhelm Lexis (1837-1914)



« Analyse et modèles démographiques » par A.Avdeev (IDUP) 2

2

### À propos de quelques particularités des taux et quotients

- Le quotient est une proportion de personnes ayant eu l'expérience d'un événement dans la population exposée au risque **au début d'une période** déterminée : **plus la période est longue, plus la probabilité de l'événement est grande** (s'il est question d'un événement fatal, i.e. décès, alors avec  $t \rightarrow \infty$ ,  $q \rightarrow 1$ ).
  - Le quotient *est censé de mesurer la probabilité* dans le sens **de sa définition classique** (quand le nombre possible d'événements d'intérêt est strictement défini), or la probabilité a des propriétés (les probabilités indépendantes sont additives, les probabilités conditionnelles sont multiplicatives etc.), on attribue donc les propriétés de la probabilité aux quotients.
  - En réalité, quotient n'est qu'une intégrale (*la primitive*) de la fonction de densité de la probabilité (dont le taux est une mesure de la tendance centrale avec une hypothèse sous-jacente que sa distribution est linéaire ou uniforme sur l'intervalle d'intégration). Par conséquent, le score d'un quotient dépend de l'amplitude de l'intervalle d'intégration. Donc ce n'est pas un indicateur robuste (en plus la vraie distribution de la densité est inconnue dans la plupart des cas).
  - Pour calculer un quotient on suppose :
    - ✓ que le temps soit discret (et en réalité ce n'est jamais le cas) ;
    - ✓ qu'une population soit homogène (une condition qui est très difficile à remplir)
- p.ex. l'indice de croissance de la population dans le temps discret représente de fait un quotient, mais cet indice est certainement influencé par **l'amortissement démographique** (changements dans les structures sous l'influence des événements démographiques) et probablement – par **des compensations démographiques** (accumulations sous influences non démographiques) dans une population hétérogène (voir les pyramides démographiques irrégulières comme celle de la Russie en 1959)*
- Pour remplir les conditions de calcul des quotients et pour atténuer les problèmes de la hétérogénéité:
    - ✓ on choisit des **populations (groupes) très homogènes** (un groupe d'âge  $\rightarrow$  quotients de mortalité; célibataires à un âge donné  $\rightarrow$  quotient de primo-nuptialité, etc.)
    - ✓ on fait accourcir le période (t) qui rarement dépasse une année;  
**si  $t \rightarrow 0$ , quotient devient  $\equiv$  à un taux instantané**

« Analyse et modèles démographiques » par A.Avdeev (IDUP)

3

3

### Taux/quotient de « seconde » catégorie : une simplification pour pallier le problème d'hétérogénéité

**On considère comme les taux de « première » catégorie** ceux qui rapportent le nombre d'événements démographiques  $E$  à une population réellement soumise au risque de cet événement  $P_e$ .  
P.ex.: les mariages et les célibataires, les premières naissances et les femmes sans enfants etc.

Les calculs de ces taux ne sont pas toujours faciles à cause des autres événements qui entrent en concurrence avec les événements d'intérêt en les empêchant (p.ex. mariage et décès) ou en les perturbant (p.ex. mariage et migration).

**On calcule les taux de « seconde » catégorie** en rapportant le nombre d'événements démographiques l'effectif de la population soumise au risque de cet événement et non. Plus souvent à la population totale.

Les taux de « seconde » catégorie peuvent déformer fortement une image réelle des processus démographiques, puisque, par ex., ils sont chargés du passé (la natalité ou le mariage), mais ils sont souvent additifs, ce qui simplifie leur intégration dans le modèle additif comme celui du bilan démographique.

$$\text{Taux} = \frac{\text{Nombre d'occurrences durant une période } T}{\text{Nombre d'années vécues par la population exposée au risque et non}} = \frac{E}{P}$$

De fait, les taux de seconde catégorie sont plutôt les ratios

$$T_1 = \frac{E}{P_e} \quad T_2 = \frac{E}{P}$$

Soit  $T_1$  taux de première catégorie,  $T_2$  taux de seconde catégorie  
 $E$  – nombre d'événements,  
 $P_e$  – population réellement exposée au risque d'événement  $e$ ,  
 $P_{-e}$  – population non exposée au risque  $e$ ,  
 $P$  – population totale exposée et non au risque  $e \rightarrow P = P_e + P_{-e}$

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{P_e}{P} = \frac{E}{P_e} \cdot \frac{P_e}{P}$$

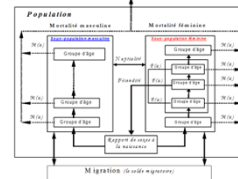
« Analyse et modèles démographiques » par A.Avdeev (IDUP)

4

4

### Le principe de correspondance ou la « règle d'or » de calcul des indicateurs démographiques: toujours rapporter les évènements à la population qui les a effectivement produits

- On a étudié les indicateurs du *mouvement général* de la population dont la construction est basée sur un concept de *la variation dans le temps* (croissance) et des composants de cette variation (bilan démographique)
- Ces indicateurs sont considérés comme étant « bruts » puisqu'ils sont calculés comme si la *population était un ensemble homogène* (réduit à un nombre) par rapport à l'évènement d'intérêt, tandis qu'en réalité ce n'est pas vrai (*la mortalité et la fécondité varient avec l'âge* etc...)
- Pour calculer les indicateurs du mouvement d'une population, *il faut assumer que les sous-populations* (pour lesquelles on calcule ces indicateurs) *soient homogènes* relativement aux caractéristiques des évènements qui sont caractérisés par ces indicateurs.
- On peut y rencontrer des problèmes puisque les données sur les ensembles d'évènements se réfèrent toujours à une période, tandis que les caractéristiques des populations se réfèrent à un moment.



Par ex. : taux de mortalité à l'âge \$x\$ durant une période \$t\$ :

$$m(x; t) = \frac{D(x; t)}{\bar{P}(x) \cdot t} \quad \text{avec} \quad \bar{P}(x) = \frac{P(x; t_0) + P(x; t_1)}{2}$$

Formellement, ici la condition de la homogénéité est respectée, quoi que \$P(x)\$ soit un mélange de différentes générations ; et \$P(x; t\_0)\$ – population en début de période et \$P(x; t\_1)\$ – celle à la fin de période soient liées par l'équation du bilan démographique

5

### Taux par âge

- On a vu que la structure par âge et par sexe était très variable (pyramidale)
- Notre expérience nous dit que la mortalité (probabilité de décéder) et la fécondité (probabilité d'accoucher un enfant) dépendant du sexe et varient avec l'âge

Les taux calculés pour les intervalles d'âge :

Soit \$D^x\_{0,t}\$ le nombre de décès à l'intervalle d'âge « \$x\$ » durant une période entre 0 et \$t\$;

\$B^x\_{0,t}\$ le nombre de naissance à l'âge « \$x\$ » durant une période entre 0 et \$t\$.

taux par âge

$$m^x_{0,t} = \frac{D^x_{0,t}}{t \cdot \bar{P}^x_{0,t}}$$

taux de mortalité pour âge « \$x\$ » et période [0,t]

événement par âge

$$D^x_{0,t} = m^x_{0,t} \cdot t \cdot \bar{P}^x_{0,t}$$

$$f^x_{0,t} = \frac{B^x_{0,t}}{t \cdot \bar{P}^x_{0,t}}$$

taux de fécondité pour âge « \$x\$ » et période [0,t]

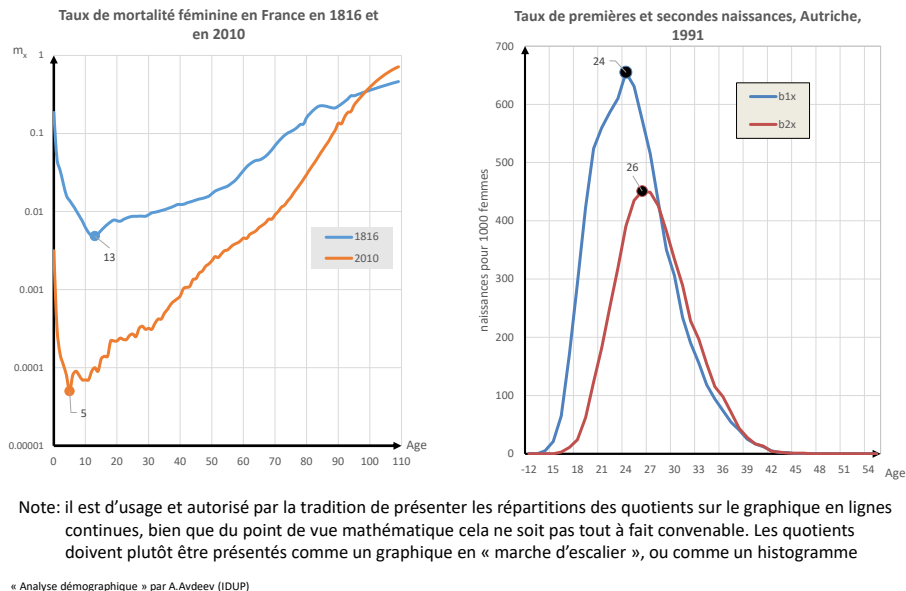
$$B^x_{0,t} = f^x_{0,t} \cdot t \cdot \bar{P}^x_{0,t}$$

**Les sommes d'événements et, par conséquent, les taux bruts, dépendent des taux par âge**

Etant donné que la durée de la période est une année (\$t = 1\$), nous pouvons nous passer du symbole \$t\$ des formules

6

## Taux ou quotient par âge (par groupes d'âge)



7

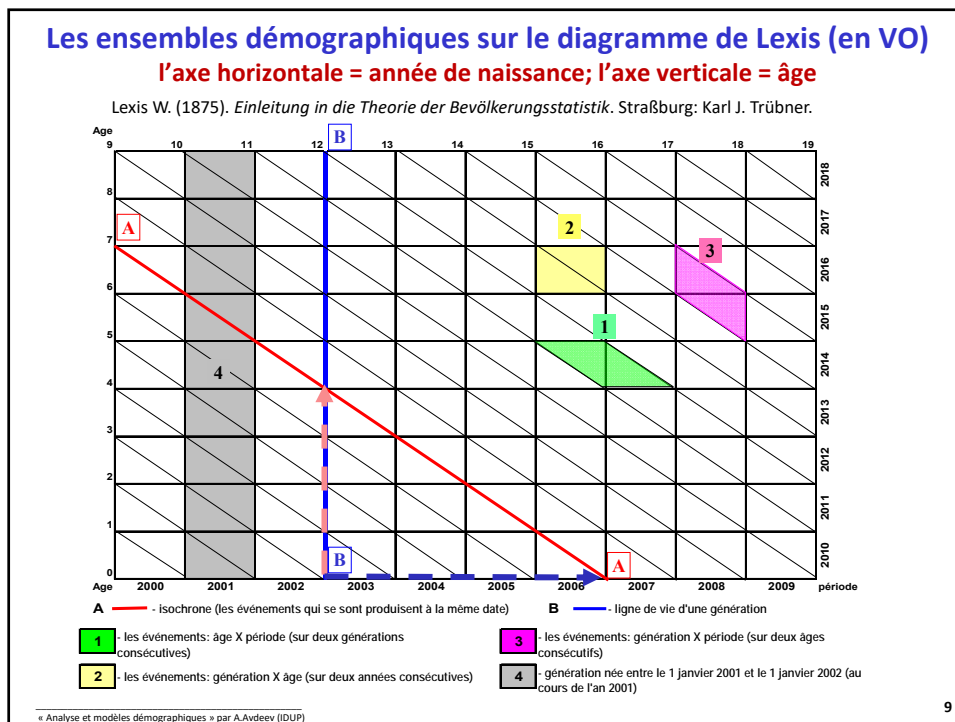
## Notion de temps en analyse démographique: temps général et temps individuel

- Dès qu'on passe d'une population globale, qui existe dans le temps, mais qui n'a pas d'âge à des sous-populations qui non seulement évoluent dans le temps, mais qui changent constamment leur âge, nous sommes obligé à préciser les notions de temps et de l'âge pour pouvoir mieux identifier des données démographiques.
- Mesure de temps = l'échelle d'intervalles (un enfant à l'âge de 10 ans a 5 ans de plus et deux fois plus âgé qu'un enfant à l'âge de 5 ans, et dans 50 ans ?)
- Hormis un temps « physique » ou « astronomique », général pour tous, nous devons définir un temps « individuel » qui est l'âge, ou le temps écoulé depuis un événement constituant (e.g. la naissance) et un moment de temps de calendrier choisi pour l'intérêt d'étude (e.g. fin de l'année civile).
- Les deux temps sont continus, mais on pourrait les quantifier convenablement par catégories d'unité de temps, (année d'âge et année civile), pour associer les indicateurs relatifs aux mouvements de la population aux intervalles de temps, le plus souvent les « annualiser ».
- Les deux temps sont isomorphes puisque un événement constituant est défini dans le temps de calendrier, mais leurs scores annualisés ne coïncident qu'exceptionnellement (on vive, le plus souvent, deux années d'âge durant une année civile et une année d'âge s'étend normalement sur deux années civiles, sauf si la naissance a eu lieu juste au début l'année civile)

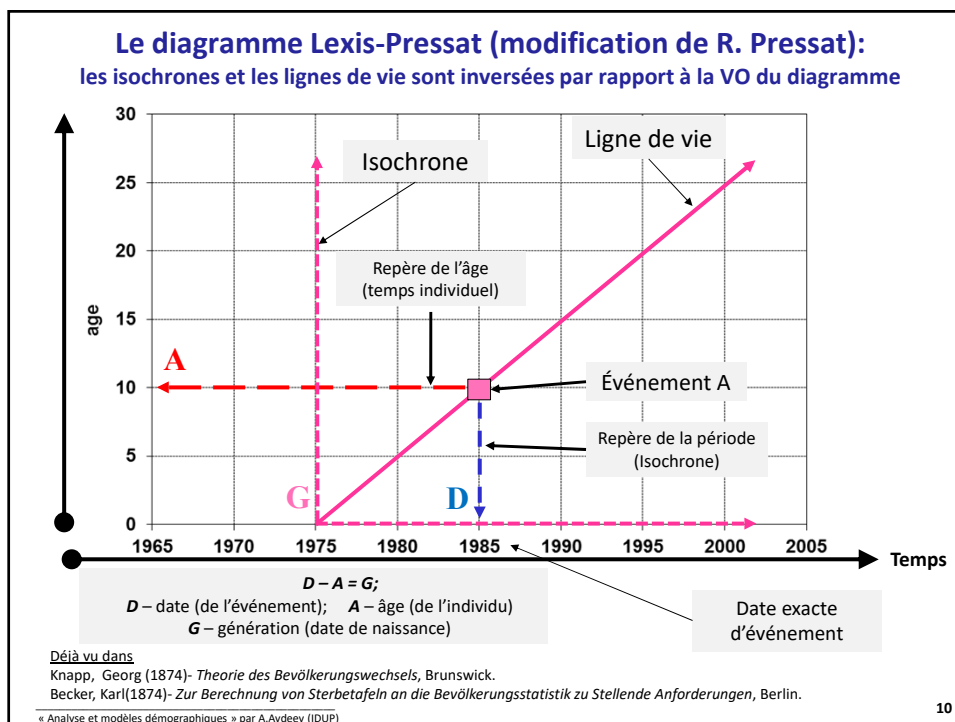
« Analyse et modèles démographiques » par A.Avdeev (IDUP)

8

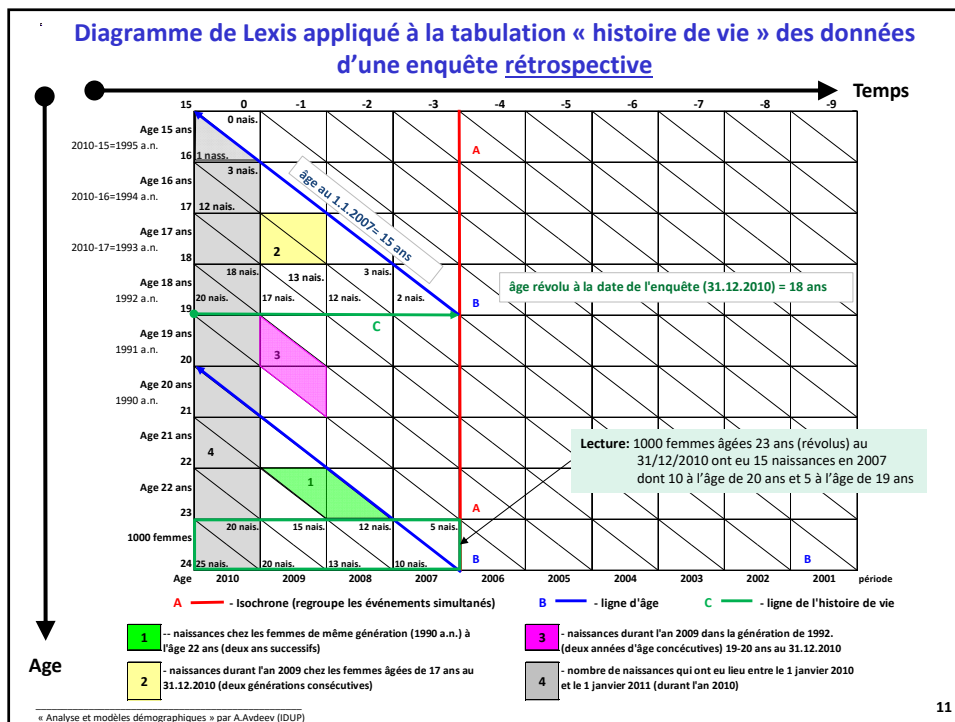
8



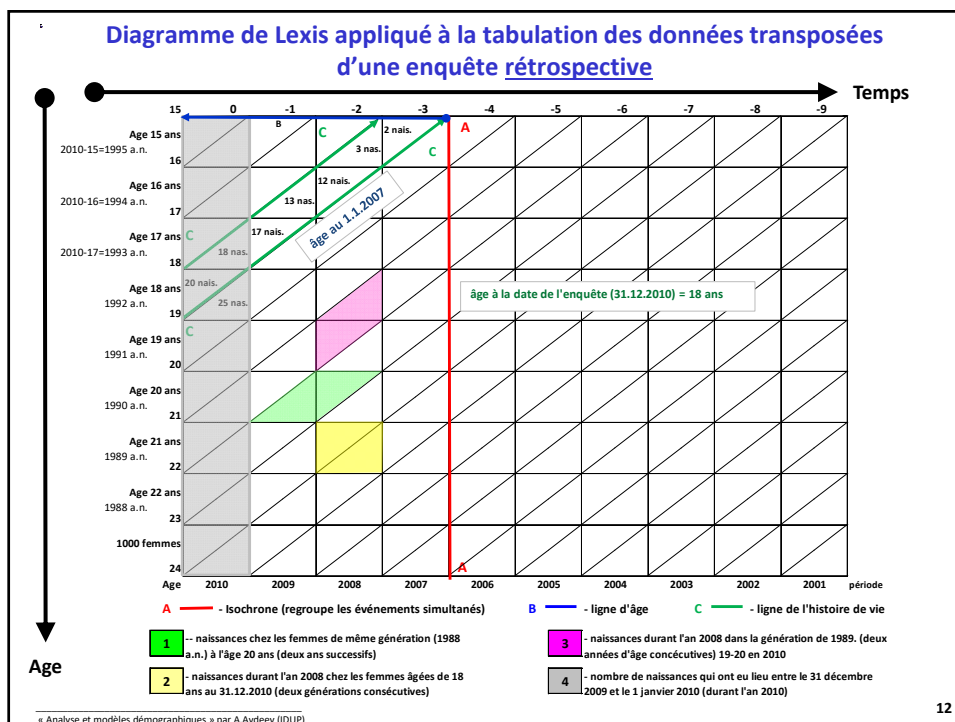
9



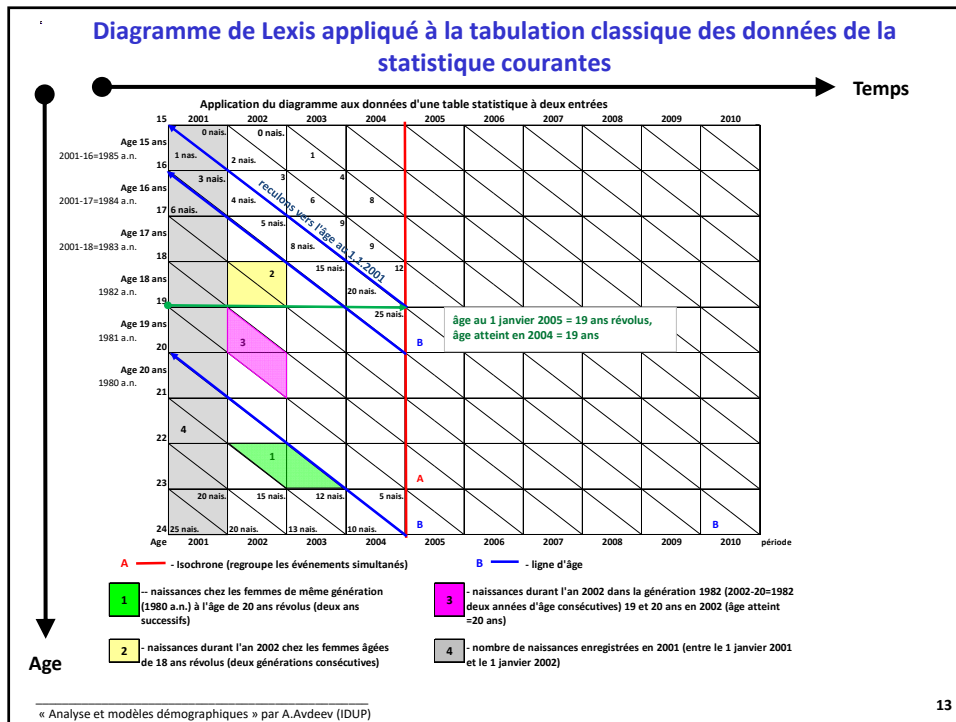
10



11



12



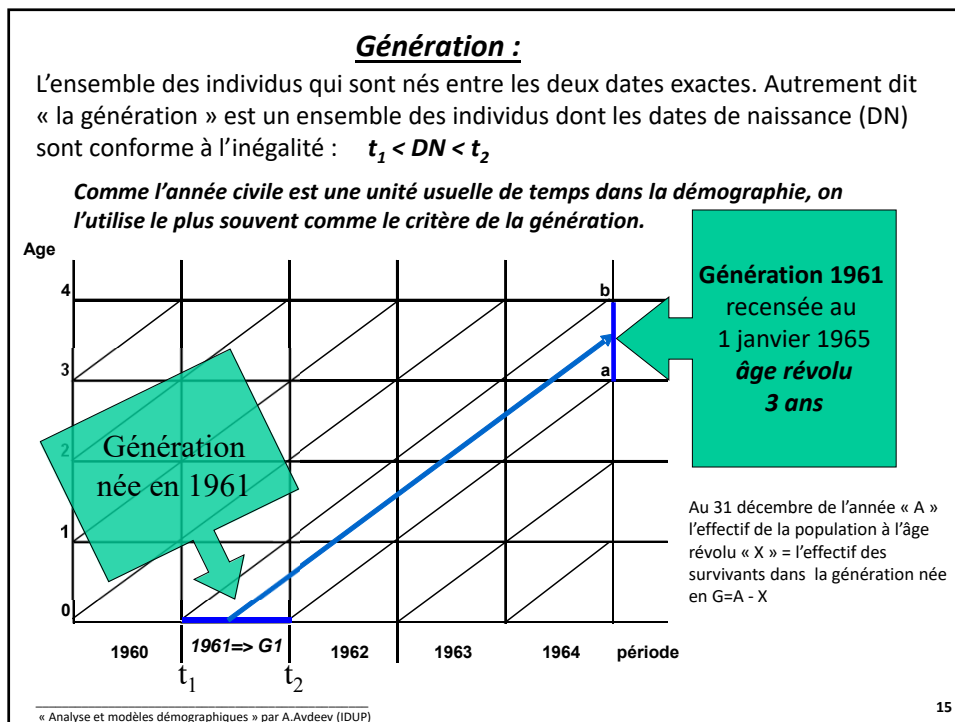
13

## 1. Repérage des populations

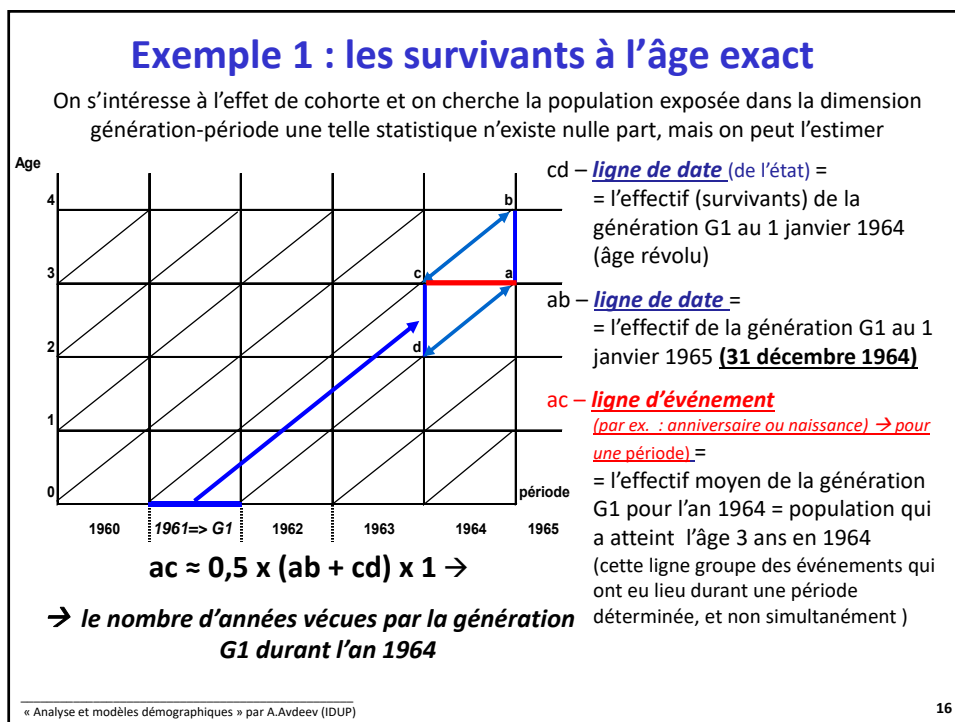
- ❖ Générations
- ❖ Age révolus
- ❖ Population moyenne

« Analyse et modèles démographiques » par A.Avdeev (IDUP) 14

14

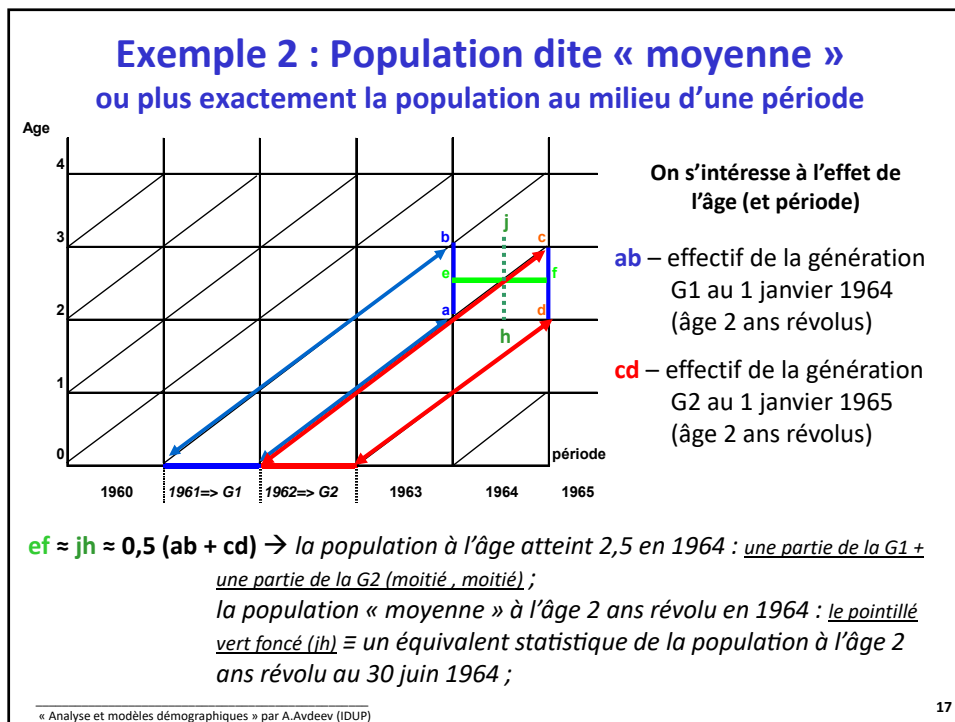


15

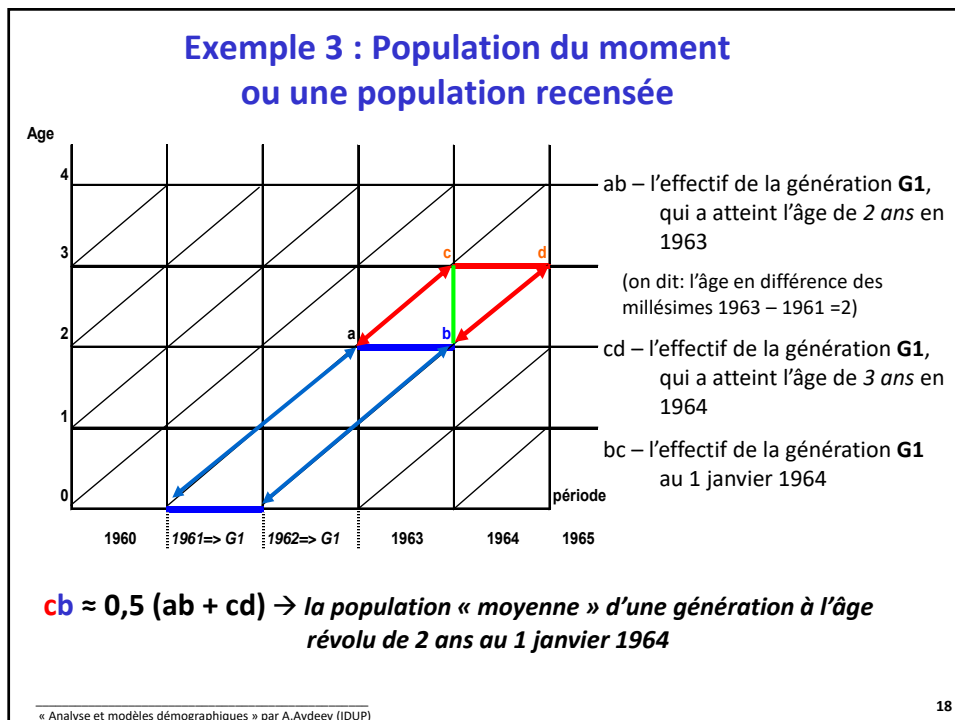


16





17



18

## 2. Repérage des événements démographiques

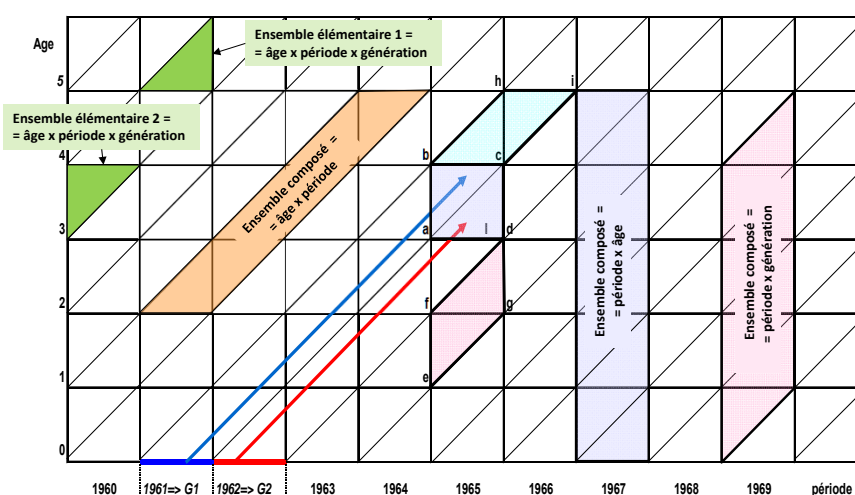
- Les ensembles d'événements démographiques (carré et parallélogrammes)
- Les ensembles élémentaires (triangles)

« Analyse et modèles démographiques » par A.Avdeev (IDUP)

19

19

### Localisation des événements démographiques sur le diagramme : les ensembles annuels et pluriannuels

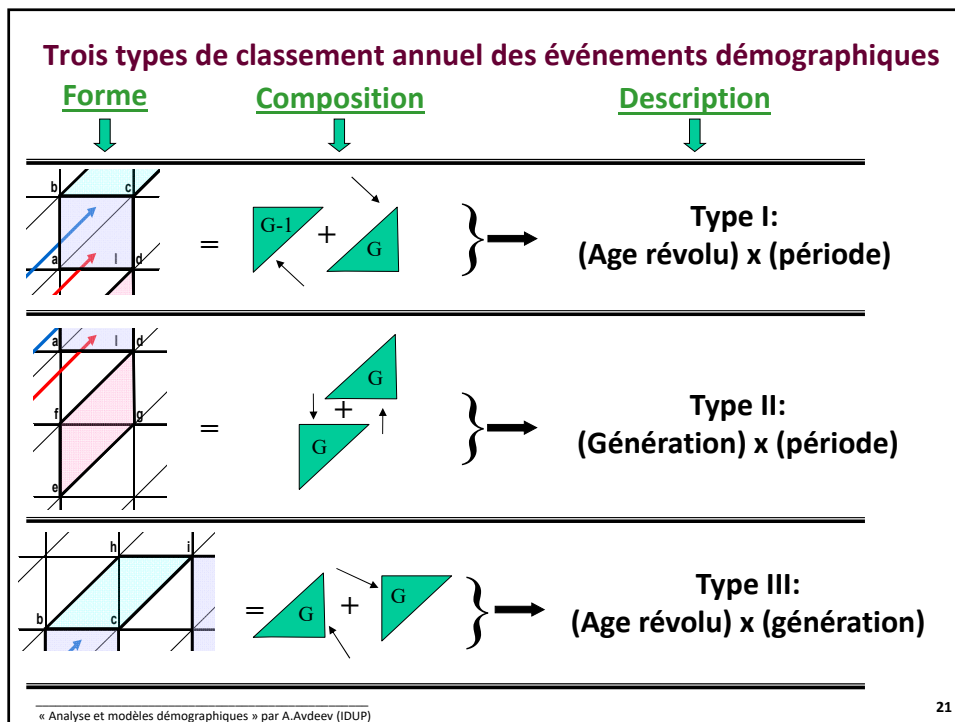


Carré ABCD identifie les événements selon l'âge et période produits par une population qui a vécu dans cet âge et durant cette période ( $\equiv$  Nombre d'Années Vécus, NAV)

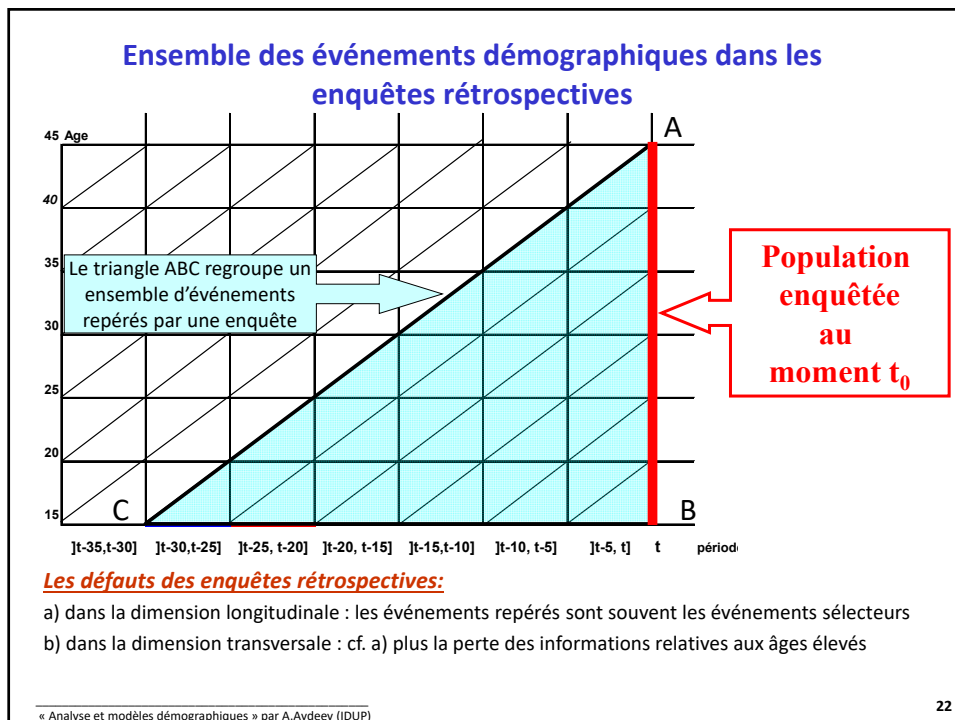
« Analyse et modèles démographiques » par A.Avdeev (IDUP)

20

20



21



22

### Quelles informations faut-il chercher, quelles questions faut-il poser ?

- La meilleure solution est de poser les questions **sur les dates exactes de chaque événement** (jour, moi, année), en commençant par la date de naissance du répondant ou d'une personne d'intérêt.
- Ces questions pourraient être complétées par des questions sur l'âge du répondant au moment de l'événement (surtout si ce dernier ne se souvient pas des dates, ou s'en trompe).
- Si les dates sont connues, il n'est pas inutile de créer telles variables de travail comme :
  - L'âge au moment de l'événement (en années révolue, ou éventuellement en mois) pour pouvoir préciser la durée exacte de la période de risque
  - L'âge atteint dans l'année (ou l'âge à la fin de l'année) **en différence des millésimes** (l'année d'événement moins l'année de naissance) qui utile pour l'analyse longitudinale (des générations).
  - Une durée d'intervalles en unité de temps plus petites, i.e. en mois, en semaines, en jours.  
(Si votre logiciel d'analyse statistique permet de travailler avec les variables au format de « date », vous pouvez en négliger)

### Qu'est-ce qu'on peut faire avec les informations sur les dates des événements ?

- Estimer l'effectif de la population dans le passé (pour une période antérieure d'une enquête exhaustive ou sur échantillon): cette procédure est nécessaire pour balancer les résultats de deux recensements successifs).
- Estimer le niveau et la structure par âge de la mortalité pour une période antérieure d'une enquête (**attention !** Il faut considérer telles estimations avec beaucoup de précaution).
- Estimer le niveau et l'évolution de la mortalité infantile.  
(Généralement, telles estimations de la mortalité infantile sont plus exactes que celles de la mortalité aux âges adulte, et surtout que celles aux âges élevés et des personnes seules)
- Estimer la fécondité pour une période antérieure d'une enquête avec des méthodes relativement simples comme P/F, e.g. , ainsi que avec celles plus sophistiquées basées sur l'analyse des biographies individuelles.

23

## 3. Calculs des taux et des quotients à l'aide du diagramme de Lexis-Pressat

- Calculs des taux de différents types
- Conversion des taux
- Calculs des quotients de différents types
- Conversion des quotients
- Taux/quotients de « première » et de « seconde » catégorie

24

## Rappel Taux en démographie

Taux =  $\frac{\text{Nombre d'occurrences}^1}{\text{Nombre de personnes - années d'exposition au risque}}$

**Trois types de classement des événements démographiques**

**Type I** (Âge) X (Période)

**Type II** (Génération) X (Période)

**Type III** (Âge) X (Génération)

<sup>1</sup> Occurrence : « Chaque apparition explicite d'un élément dans un énoncé. » © Hachette Livre, 1998  
« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

25

## Taux par âge de type I (âge-période)\*

**Exemple: mortalité**

Ce taux (de mortalité par âge) mesure la mortalité moyenne pour une période et dans un intervalle l'âge (ce dernier inclut deux ou plusieurs générations consécutives)

${}_n D_x^{\Delta t}$  – nombre de décès à l'âge « x » révolu (entre âge exact x et x+n) durant une période « t » (entre moment t et t+Δt)

$P_x^t$  – population à l'âge « x » révolu (entre âge exact x et x+n) au moment « t ».

$P_x^{t+\Delta t}$  – population à l'âge « a » révolu (entre âge exact a et a+1) au moment « t+1 ».

soit  $n=1$ , alors on peut l'omettre dans l'écriture des formules

$${}_n m_x^t = \frac{{}_n D_x^{\Delta t}}{0,5 \cdot (P_x^t + P_x^{t+\Delta t}) \cdot \Delta t}$$

\* - cette numérotation (ordre) de types de taux est arbitraire, nous suivons ici le classement utilisé par G. Caselli et J. Valin dans *Démographie: analyse et synthèse*, 2001, vol.1, ch.6 (p.103 de l'édition française)  
« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

26

### Taux de type II (dit « perspectif » ou période-génération)

Ce taux mesure la mortalité moyenne d'une ou plusieurs générations consécutives dans un intervalle de temps

$$m_{G(t-x)}^{II} = \frac{D_{x-1,x+1}^{G(t-x)}}{0,5 \cdot (P_{x-1}^t + P_x^{t+1}) \cdot t}$$

Soit –  $x$  âge atteint<sup>1)</sup> dans l'année (période)  $t$ , tel que  $t - x = g$  (année/période de naissance)

$D_{x-1,x+1}^{G(t-x)}$  – nombre de décès pendant une période «  $t$  » (entre moment  $t$  et  $t+1$ ) dans la génération née entre  $t-x$  et  $t-x+1$  (il a «  $x$  » ans). Ou le nombre de décès dans cette génération entre deux âges exacts  $x-1$  et  $x+1$

$P_{x-1}^t$  – population à l'âge «  $x-1$  » révolu (entre âge exact  $x-1$  et  $x$ ) au moment «  $t$  ».

$P_x^{t+1}$  – population à l'âge «  $x$  » révolu (entre âge exact  $x$  et  $x+1$ ) au moment «  $t+1$  ».

$G^{t-x}$  – une génération de naissance durant la période «  $t-1$  ».

*Exemple: mortalité*

Note  
<sup>1)</sup> On parle aussi de l'âge à la fin de l'année (période)

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

27

### Taux de type III (âge-génération)

bon pour quantifier la densité moyenne de la probabilité d'un événement entre deux âges exacts dans une ou plusieurs générations (relevant du temps individuel)

$$m_x^{III} = \frac{D_x^{G(t-x-1)}}{P_x^t}$$

Soit – âge atteint dans l'année (période)  $t$ , tel que  $t - x - 1 = g$  (année/période de naissance)

$D_x^{G(t-x-1)}$  – nombre de décès dans une génération née entre le moment  $t-x-1$  et  $t-x$  à l'âge  $x$  ans révolus (entre  $x$  et  $x+1$ )

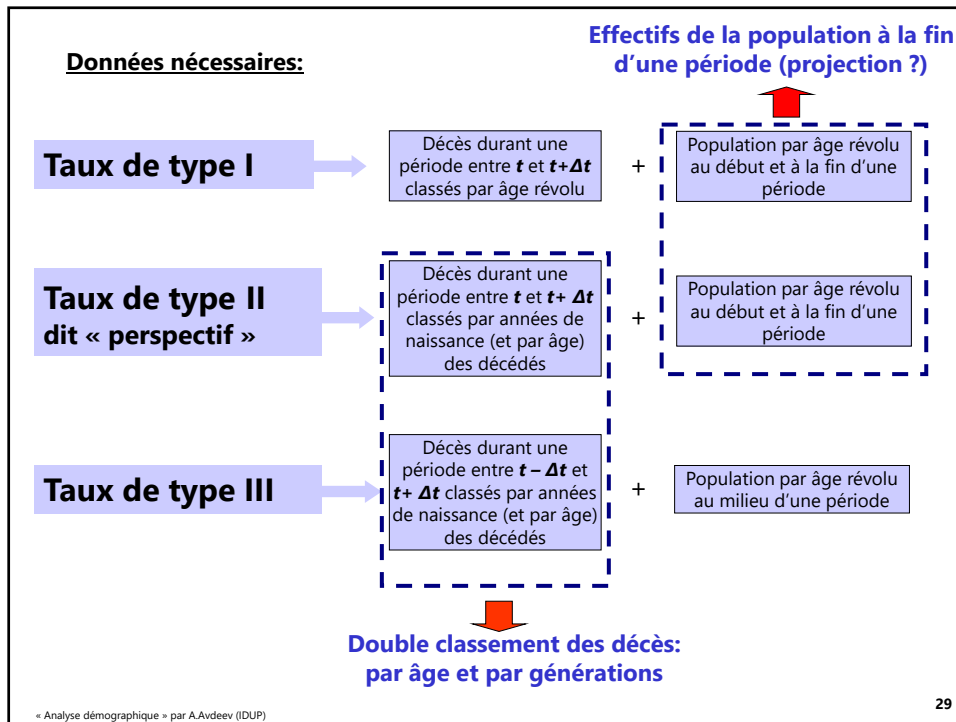
$P_x^t$  – population à l'âge  $x$  révolu (entre âge exact  $x-1$  et  $x$ ) au moment  $t$ .

*Exemple: mortalité*

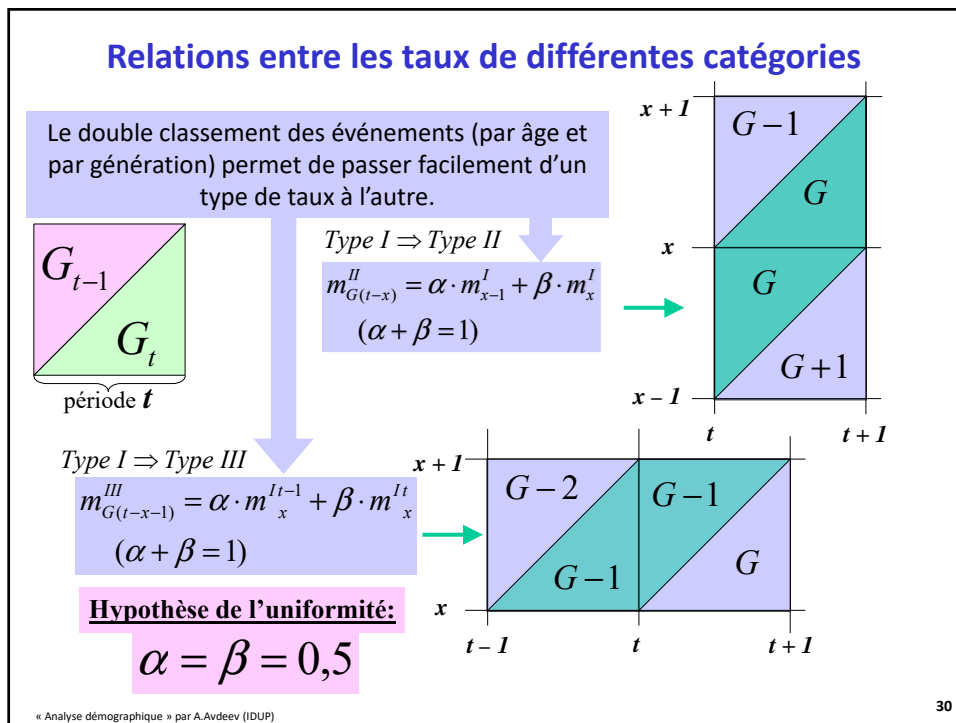
**Ce taux mesure s'applique aux tables démographiques (mortalité, fécondité etc.) sous l'hypothèse de la stationnarité**

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

28



29



30

### Relations entre les taux de diverses catégories (suite)

*Type II*  $\Rightarrow$  *Type I*

$$m_x^I = \alpha \cdot m_x^{II} + \beta \cdot m_{x+1}^{II}$$

ou  
 $x$  - l'âge atteint dans l'année

*Type III*  $\Rightarrow$  *Type I*

$$m_x^{It} = \alpha \cdot m_x^{III t} + \beta \cdot m_x^{III t+1}$$

ou  
 $x$  - l'âge révolu

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

31

### Relations entre les taux de diverses catégories (suite)

*Type II*  $\Rightarrow$  *Type III*

*Type III*  $\Rightarrow$  *Type II*

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

32



### 1. Quotient ou la probabilité d'un événement pour une personne appartenants à une catégorie

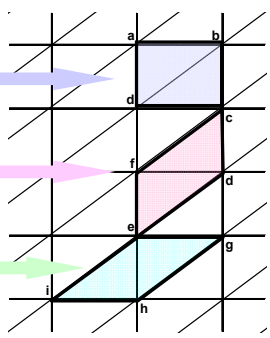
$${}_N Q_X = \frac{\text{Nombre d'occurences à l'âge X}}{\text{Population soumise au risque au début d'une période N}}$$

### 2. Trois types de classement des événements démographiques

**Type I** (Âge) X (Période)

**Type II** (Génération) X (Période)

**Type III** (Âge) X (Génération)



« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP) 33

33

### Quotient « perspectif » (pour une génération et une période) associé à l'âge atteint dans l'année

$$q_{x-1,x+1}^{G(t-x)} = \frac{D_{x-1,x+1}^{G(t-x)}}{P_{x-1}^t}$$

Ce quotient mesure la probabilité de mourir durant un intervalle de temps (une année, e.g.) pour une génération (i.e. avant ou après X<sup>e</sup> anniversaire)

$D_{x-1,x+1}^{G(t-x)}$  – nombre de décès pendant une période « t » (entre moment t et t+1) dans la génération née en t-x (différence des millésimes = il a « x » ans).

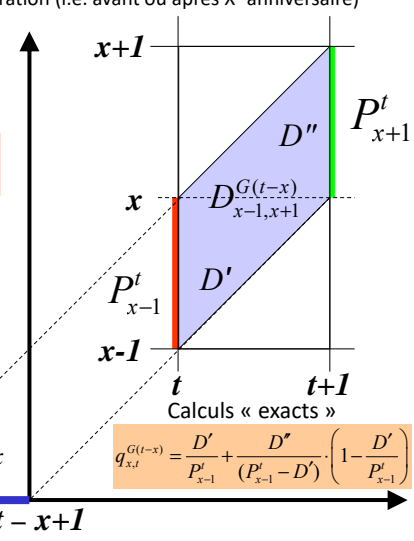
$P_{x-1}^t$  – population à l'âge « x-1 » révolu (entre âge exact x-1 et x) au moment « t » (début de l'an t).

$P_{x+1}^t$  – population à l'âge « x » révolu (entre âge exact x et x+1) au moment « t+1 » (fin de l'an t).

On parle aussi de la probabilité de mourir entre les deux date (le 1 janvier et le 1 janvier de deux ans consécutifs, e.g.) pour une génération.

Ainsi  $p_x^{G(t-x)} = 1 - q_x^{G(t-x)}$

la probabilité de survivre durant une période, qu'on utilise pour les projections (prévisions) démographiques



Calculs « exacts »

$$q_{x,t}^{G(t-x)} = \frac{D'}{P_{x-1}^t} + \frac{D''}{(P_{x-1}^t - D')} \cdot \left(1 - \frac{D'}{P_{x-1}^t}\right)$$

34

### Quotient pour une génération entre deux anniversaires

$$q_x^{G(t-x-1)} = \frac{D_x^{G(t-x-1)}}{P_x^t + 0,5 \cdot D_x^{G(t-x-1)}}$$

$D_x^{G(t-x-1)}$  – nombre de décès dans une génération née entre sur l'intervalle entre  $t-x-1$  et  $t-x$  (destinée avoir l'âge «  $x$  » ans révolus au début de l'an  $t$ )

$P_x^t$  – population à l'âge «  $x$  » révolu (entre âge exact  $x-1$  et  $x$ ) au moment «  $t$  » (au début de l'an  $t$ ).

Puisque la statistique des anniversaires n'existe nulle part, on ne dispose jamais de l'effectif de population à l'âge exact. Il est nécessaire donc de l'estimer.

Cette estimation pourrait se faire à partir d'une hypothèse que les décès sont distribués uniformément dans l'intervalle d'âge ( $D'=D'' \rightarrow$  hypothèse d'uniformité). Une telle hypothèse n'est acceptable que si les intervalles sont suffisamment courts. Sinon il faudra recourir aux hypothèses plus complexes (e.g. normalité de risque etc.), ou appliquer une formule « exacte », si les décès sont classés par génération et par âge (double classement)

Ce quotient mesure la probabilité d'un événement (e.g. un décès) pour une génération durant un intervalle d'âge

Formule « exacte »

$$q_{x,t}^{G(t-x-1)} = \frac{D'}{P_x^t + D'} + \frac{D''}{P_x^{t+1}} \cdot \left(1 - \frac{D'}{P_x^t + D'}\right)$$

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP) 35

35

### Une probabilité de mourir associée à l'âge révolu et un intervalle de temps (âge x période)

Si nous supposons que la probabilité de mourir dans un triangle élémentaire ne change pas beaucoup durant deux années successives (**hypothèse de stationnarité**), on pourra donc en déduire que :

$$q_x = q'_x + q''_x - q'_x \cdot q''_x$$

On voit par ailleurs que sous cette hypothèse :  
 $q' \approx \frac{1}{2}$  du quotient (de mortalité) de la génération  $P_x^t$  à l'âge  $x$  ou  $\approx \frac{1}{2}$  du quotient (de mortalité) de la génération  $P_x^t$  pour l'année  $t$  ;  
 et  
 $q'' \approx \frac{1}{2}$  du quotient (de mortalité) de la génération  $P_x^{t+1}$  pour l'année  $t$  ;

Sachant que la valeur du produit ( $q' \times q''$ ) est très faible, on peut le négliger et accepter la formule suivante :

$$q_x = q'_x + q''_x$$

Age (x)

Période (t)

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP) 36

On recourt à des quotients de ce type (âge-période), si on s'intéresse à des situations très particulières (e.g. la mortalité infantile), ou si on étudie les périodes pluriannuelles

36

### Variation des effectifs de générations: conséquences pour les taux: une étude de l'effet d'âge (74 ans) et de période (an 1994)

À effectuer la transcription des données sur le diagramme de Lexis (version Pressat ou/et une autre)

Age	Tableau 76 INSEE 1993		1994		1995		Tableau 6 INSEE Population (1.1.xx)	
	G-1	G	G-1	G	G-1	G	1994	1995
69	3081	3300	3184	3205	3197	3279	224448	231630
70	3321	3600	3208	3240	3291	3457	219548	218205
71	3557	3619	3344	3498	3349	3425	213348	212922
72	3961	3801	3648	3719	3596	3613	213184	206391
73	2858	4183	4142	3878	3954	3925	210506	205693
<b>74</b>	2386	2318	<b>2889</b>	<b>4275</b>	4084	4280	<b>121312</b>	202140
75	2118	2393	2417	2275	3095	4646	<b>100716</b>	116196
76	2058	2163	2238	2438	2456	2376	<b>84490</b>	95863
77	2222	2259	2005	2137	2235	2667	<b>74641</b>	80091
78	4030	3326	2326	2242	2238	2376	<b>87657</b>	70442
79	4305	4294	4108	3249	2322	2345	<b>120679</b>	82035
80	4492	4560	4325	4171	4321	3444	<b>113403</b>	112397
81	4256	4738	4465	4400	4313	4308	<b>104048</b>	104663

Exemple de : Caselli G. et J.Vallin « Du repérage des événements dans le temps au diagramme de Lexis et au calcul des taux » Dans: Caselli G., J.Vallin et G.Wunsch Démographie. Analyse et synthèse. Vol.I « La dynamique des populations ». INED, Paris, 2001, p.102-109

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

37

### Variation des effectifs de générations: conséquences pour les taux: (suite)

G-1	G	Age
1924	1925	69
1923	1924	70
1922	1923	71
1921	1922	72
1920	1921	73
<b>1919</b>	<b>1920</b>	<b>74</b>
<b>1918</b>	<b>1919</b>	<b>75</b>
1917	1918	76
1916	1917	77
1915	1916	78
1914	1915	79
1913	1914	80
1912	1913	81

G = 1994 - âge  
on observe six générations :  
G<sup>1</sup> 1917 = 1992-75,  
G<sup>2</sup> 1918 = 1993-75,  
**G<sup>3</sup> 1919 = 1994-75,**  
**G<sup>4</sup> 1920 = 1994-74,**  
G<sup>5</sup>, G<sup>6</sup>

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

38

### Variation des effectifs de générations: conséquences pour les taux (suite).

**Type I:**  
 année. . . . . 1994  
 âge révolu. . . 74

$G = 1994 - 74 = 1920$   
 Dans cette G 'âge de 74 est atteint en 1994 (t)

$G-1 = 1920 - 1 = 1919$   
 Dans cette G 'âge de 74 est atteint en 1993 (t-1)

L'axe verticale: la variation  $\Delta$ , facteur 1,48  
 L'axe horizontale: la variation  $\nabla$ , facteur 1,67

$$m_{74}^I = \frac{(D_{G-1}^{1994} + D_G^{1994})}{0,5 \cdot (P_{74}^{1994} + P_{74}^{1995})} = \frac{2 \times (2889 + 4275)}{(121312 + 202140)} = 0,04430$$

Age	1993		1994		1995		Population	
	G-1	G	G-1	G	G-1	G	1994	1995
74	2386	2318	2889	4275	4084	4280	121312	202140
75	2118	2393	2417	2275	3095	4646	100716	116196
76	2058	2163	2238	2438	2456	2376	84490	95863
77	2222	2259	2005	2137	2235	2667	74641	80091

Source: « Traité » Vol. I, Ch.6, p.104

Taux type I = 44‰

39

39

### Variation des effectifs de générations: conséquences pour les taux (suite).

**Type II :** âge 74 ans en 1994 comporte deux générations par année de naissance, 1920 et 1919

Année. . . . . 1994  
 Génération. . . 1920

âge atteint en 1994 = 74

$$m_{G1920}^{II1994} = \frac{(D_{73}^{94,G-1} + D_{74}^{94,G})}{0,5 \cdot (P_{73}^{1994} + P_{74}^{1995})} = \frac{2 \times (4142 + 4275)}{(210506 + 202140)} = 0,04080$$

Age	1993		1994		Population	
	G-1	G	G-1	G	1994	1995
72	3961	3801	3648	3719	213184	206391
73	2858	4183	4142	3878	210506	205693
74	2386	2318	2889	4275	121312	202140
75	2118	2393	2417	2275	100716	116196

Taux type II' = 41‰ (inférieur de celui de type I de ~10%)

40

40

### Variation des effectifs de générations: conséquences pour les taux (suite).

**Type II:**  
 Année.....1994 ; Génération...1919  
 l'âge vécu en 1994 = 74 ; l'âge atteint en 1994 = 75

$$m_{G1919}^{II1994} = \frac{(D_{74}^{94,G-1} + D_{75}^{94,G})}{0,5 \cdot (P_{74}^{1994} + P_{75}^{1995})} = \frac{2 \times (2889 + 2275)}{(121312 + 116196)} = 0,04348$$

**Notez:**  
 121 312 - 2 275 - 2 889 = 116 148 ≠ 116 196 (effet de la migration?)

Age	1993		1994		Population début année	
	G-1	G	G-1	G	1994	1995
72	3961	3801	3648	3719	213184	206391
73	2858	4183	4142	3878	210506	205693
74	2386	2318	2889	4275	121312	202140
75	2118	2393	2417	2275	100716	116196

Taux type II'' = 43‰

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

41

### Variation des effectifs de générations: conséquences pour les taux (suite).

**Type III (1<sup>e</sup> génération) :**  
 âge 74 ans en 1994 est vécu par deux générations pour lesquelles cette âge est entendu sur deux ans de calendrier

Année. . . . . 1993-94  
 Génération . . . . 1919

$$m_{74}^{III G-1919} = \frac{(D_{74}^{1993G} + D_{74}^{1994G})}{P_{74}^{1994}} = \frac{2318 + 2889}{121312} = 0,04292$$

Age	1993		1994		Population	
	G-1	G	G-1	G	1994	1995
72	3961	3801	3648	3719	213184	206391
73	2858	4183	4142	3878	210506	205693
74	2386	2318	2889	4275	121312	202140
75	2118	2393	2417	2275	100716	116196

Taux type III' = 43‰

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP)

42

**Variation des effectifs de générations: conséquences pour les taux (suite).**

**Type III (2<sup>e</sup> génération) :**  
**Année. . . . . 1994-95**  
**Génération...1920**

$$m_{74}^{III\ G-1920} = \frac{(D_{74}^{1994G} + D_{74}^{1995G-1})}{P_{74}^{1995}} = \frac{4275 + 4084}{202140} = 0,04135$$

Age	1993		1994		1995		Population	
	G-1	G	G-1	G	G-1	G	1994	1995
74	2386	2318	2889	4275	4084	4280	121312	202140
75	2118	2393	2417	2275	3095	4646	100716	116196
76	2058	2163	2238	2438	2456	2376	84490	95863
77	2222	2259	2005	2137	2235	2667	74641	80091

**Taux type III'' = 41‰**

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP) 43

43

**Variation des effectifs de générations: conséquences pour les taux (suite).**

**Type I: année = 1994; âge = 74**

$$m_{74}^I = \frac{(D_{G-1}^{1994} + D_G^{1994})}{0,5 \cdot (P_{74}^{1994} + P_{74}^{1995})} = 0,04430$$

$$m_{74}^{I(1994)} = \frac{m_{G1920}^{II1994} + m_{G1919}^{II1994}}{2} = \frac{0,04080 + 0,04348}{2} = 0,04214$$

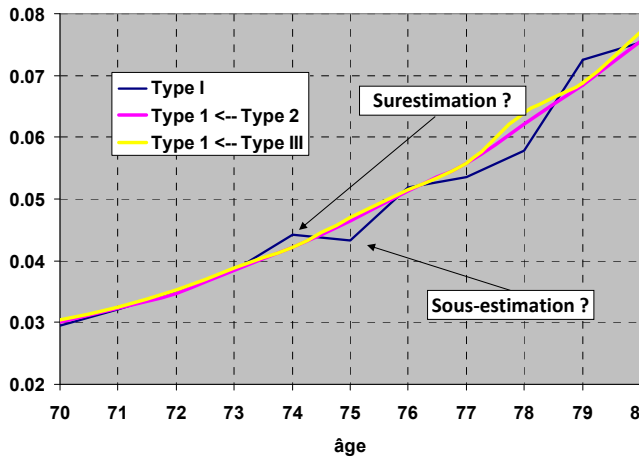
$$m_{74}^{I(1994)} = \frac{m_{74}^{III93-94} + m_{G74}^{III94-95}}{2} = \frac{0,04292 + 0,04135}{2} = 0,04214$$

« Analyse démographique » par A.Avdeev (IDUP) 44

44

### Variation des effectifs de générations: conséquences pour les taux (suite)

Comparaison des taux de type I calculés différemment

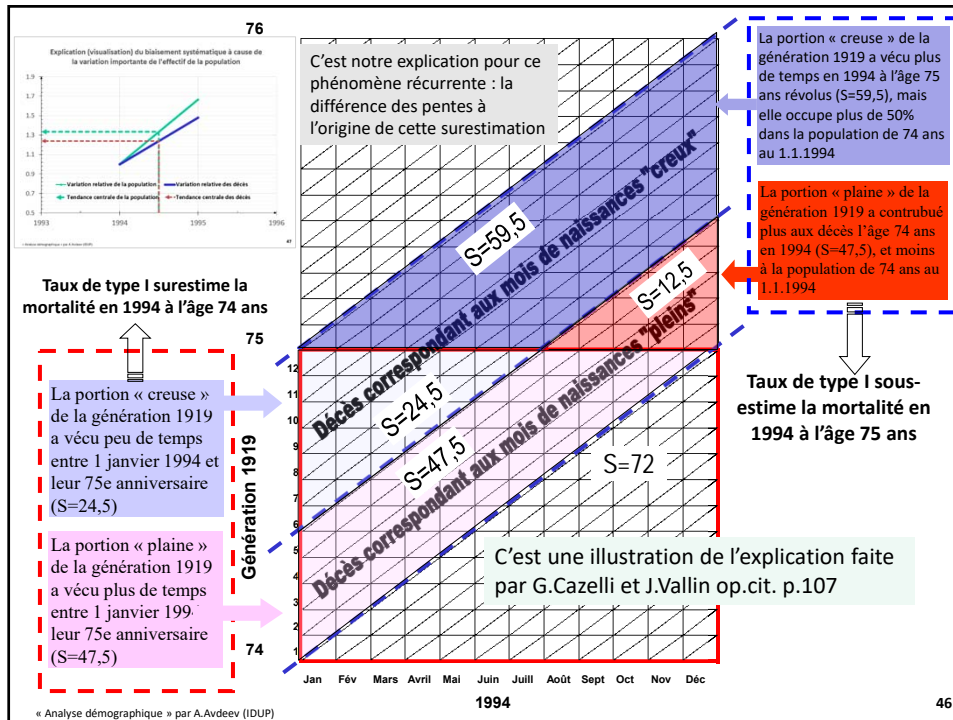


On observe une anomalie inexplicable sur une courbe de mortalité basée sur les taux « en carré » calculés directement à partir des données

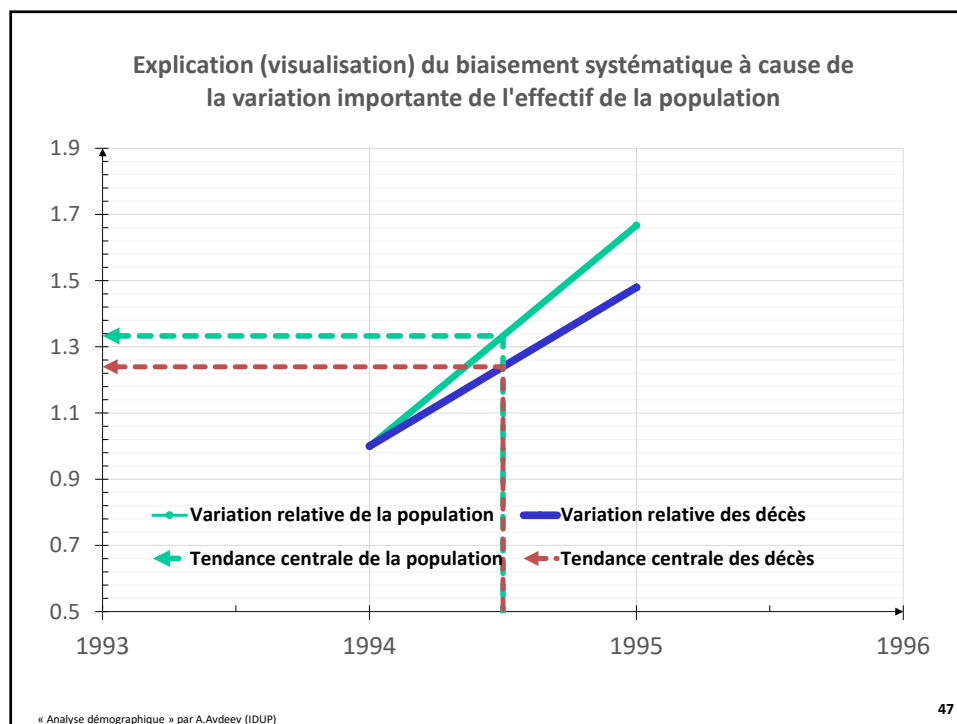
Cette anomalie sera récurrente, si on calcule les taux de la même manière pour les années précédentes.

On peut donc faire une fausse conclusion que le risque de décès dans des certaines générations est plus fort (moins fort)

45



46



47