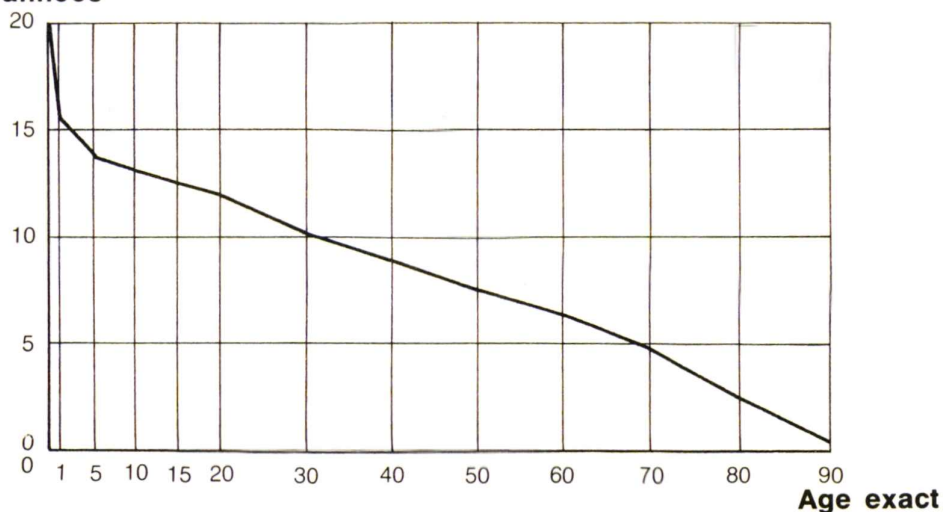


### Exercice M8

— Le nombre moyen d'années de vie gagnées à chaque âge est donné par la différence des espérances de vie aux deux périodes. On a donc les gains suivants représentés sur le graphique ci-après.

Age exact $x$	Gain	Age exact $x$	Gain
0	18,81	40	8,78
1	15,11	50	7,56
5	13,54	60	6,30
10	13,03	70	4,56
15	12,63	80	2,48
20	11,89	90	0,80
30	10,16		

## Gain en années

GAIN EN ESPÉRANCE DE VIE SELON L'ÂGE  
ENTRE 1930-1931 ET 1980-1982

— A la différence de l'échelle arithmétique, l'échelle logarithmique (p. 42) traduit les variations relatives et permet de mesurer le rapport des deux espérances de vie à un même âge, en lisant directement leur distance sur une échelle mobile identique à celle utilisée pour le graphique. On voit ainsi que l'espérance de vie à 60 ans de 1980-1982 représente environ 1,4 fois celle de 1930-1931, soit un gain de 40 % entre les deux dates.

Voici les gains aux différents âges, obtenus par le calcul, mais que l'on pourrait lire directement sur le graphique avec une échelle très fine.

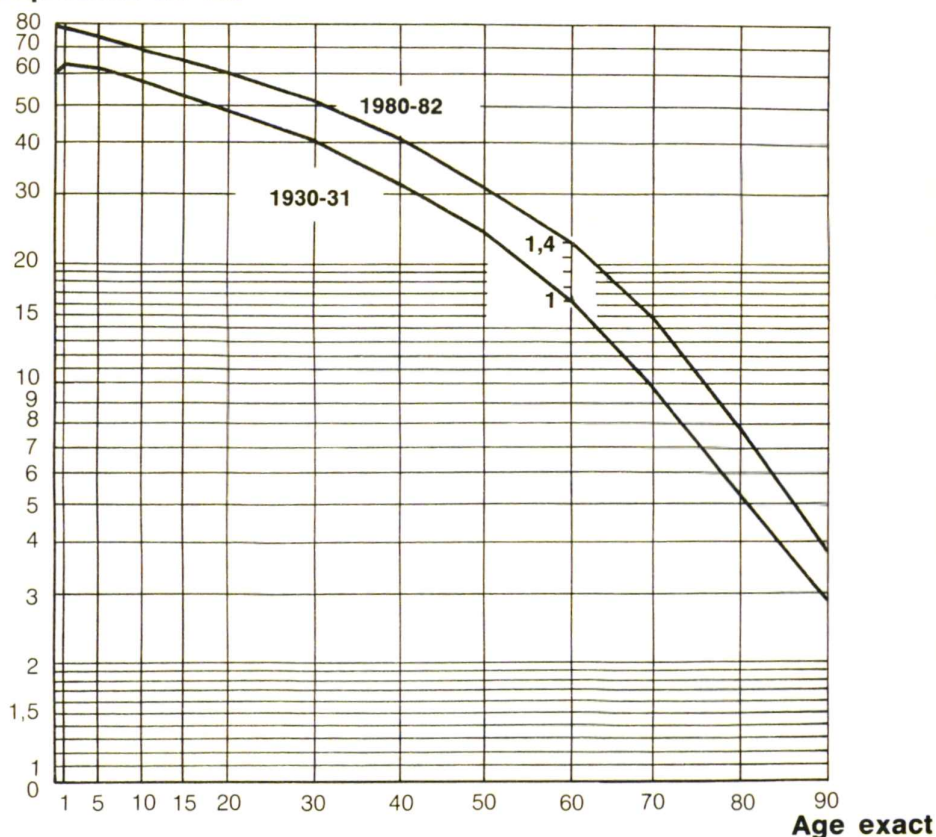
Age exact	Gain en %	Age exact	Gain en %
0	31	40	28
1	24	50	32
5	22	60	39
10	23	70	47
15	24	80	47
20	25	90	28
30	26		

Qu'elle soit absolue ou relative, quel que soit l'âge, la variation de l'espérance de vie est positive et souvent fortement, mais le gain absolu ne fait que décroître avec l'âge tandis que, le gain relatif est minimum à 5 ans et maximum vers 70-80 ans.

Après une chute importante entre la naissance et le premier anniversaire, à partir du 5<sup>e</sup> anniversaire, le nombre d'années supplémentaires à vivre décroît assez régulièrement.

Le gain relatif selon l'âge est assez stable entre 1 et 30 ans (de 22 à 25 %), mais à 50 ans, il retrouve la valeur qu'il avait à la naissance soit 31 % et à partir de cet âge, croît très fortement pour atteindre plus de 47 % à 80 ans. A 90 ans, il rediminue, se heurtant aux limites biologiques de la vie humaine.

## Espérance de vie



Selon que l'on utilise la variation absolue ou la variation relative, ce sont les nouveau-nés (gain absolu = 18,81 ans) ou les vieillards de 80 ans (gain relatif = 47 %) qui ont le plus bénéficié de la baisse de la mortalité.

— Pour calculer  ${}_1q_0$  à partir de la suite des espérances de vie, on fait apparaître dans la somme des années vécues par les nouveau-nés de la table,  $e_0 S_0$ , les années vécues par ceux qui sont décédés avant un an et par ceux qui ont survécu jusqu'à cet anniversaire :

$$e_0 S_0 = 0,5 D(0,1) - (e_1 + 1) S_1$$

sachant que  $0,5 D(0,1)$  = somme des années vécues par les décédés entre 0 et 1 an,

$(e_1 + 1) S_1$  = somme des années vécues par les  $S_1$  au moment de leur décès ( $e_1$  est l'espérance vie à 1 an).

En utilisant les quotients de mortalité de la table, on peut écrire cette équation sous la forme :

$$e_0 S_0 = 0,5 S_0 {}_1q_0 + (e_1 + 1) S_0 (1 - {}_1q_0)$$

puisque

$$D(0,1) = S_0 {}_1q_0 \quad \text{et} \quad S_1 = S_0 - S_0 {}_1q_0$$

d'où

$$e_0 = 0,5 {}_1q_0 + (e_1 + 1)(1 - {}_1q_0)$$