

**Contrôle de fondements des mathématiques, L1 MIASHS UP1**  
**(durée : 60 minutes, justifier toutes vos réponses)**

**Exercice 1, questions de cours**

1. Donner la définition de l'ensemble des parties d'un ensemble,  $E$ .
2. Donner un exemple de sous-ensemble de  $\mathbb{N}$  défini de manière extensive.
3. Donner un exemple de sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  défini par compréhension.
4. L'opération d'intersection entre ensembles est-elle associative ? commutative ?

**Exercice 2** Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses :

1.  $\forall n \in \mathbb{N} \exists p \in \mathbb{N} n = 2p$
2.  $\forall n \in \mathbb{N} \exists p \in \mathbb{N} p = 2n$
3.  $\exists p \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} p = 2n$
4.  $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} (x^2 = y^2) \Rightarrow (x = y)$
5.  $\forall x \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{N} 2^n \geq x$
6.  $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \exists z \in \mathbb{R} (x + y + z)^2 + (x + y + z) + 1 = 0$

**Exercice 3** Construire la table de vérité des propositions suivantes :

1.  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
2.  $\neg(p \vee \neg q)$