

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne.
L1 MIASHS -Fondement des mathématiques

DM2

En mathématiques avancées, on utilise souvent des familles d'ensembles pour représenter la structure d'un ensemble. Par exemple, étant donné un ensemble E , une tribu sur E est une famille non-vide \mathcal{T} de sous-ensembles de E qui est :

- stable par complémentaire: $A \in \mathcal{T} \Rightarrow A^C \in \mathcal{T}$
 - stable par union dénombrable ($\forall n \in \mathbb{N} A_n \in \mathcal{T} \Rightarrow \cup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathcal{T}$)
1. Donner des exemples de tribus sur \mathbb{N} , sur \mathbb{R} , sur $\{0, 1, 2\}$.
 2. Montrer qu'une tribu est stable par intersection dénombrable.
 3. Montrer que si \mathcal{T} est une tribu sur E alors on a nécessairement $E \in \mathcal{T}$

Par ailleurs, un clan sur E est une famille non-vide \mathcal{C} de sous-ensembles de E qui est :

- stable par complémentaire: $A \in \mathcal{C} \Rightarrow A^C \in \mathcal{C}$
- stable par intersection $A, B \in \mathcal{C} \Rightarrow A \cap B \in \mathcal{C}$

Tous les clans sont-ils des tribus ?