

DM 6: méthode de Cadran¹

1. Montrer que pour un nombre (complexe) $k \neq 0$ donné, tout nombre z est de la forme $y - \frac{k}{y}$ pour au moins un y (non nul).
2. On suppose $p \neq 0$ et dans l'équation $z^3 + pz + q = 0$ on effectue un changement de variable de la forme : $z = y - \frac{k}{y}$. Quelle équation polynomiale en y obtient-on ?
3. Pour quel choix du paramètre k cette équation est-elle bicarrée en y^3 (c'est-à-dire de la forme $y^6 + ry^3 + s = 0$) ?
4. Préciser alors r et s et résoudre cette équation.
5. Retrouver ainsi les formules de Cardan.
6. Résoudre l'équation $x^3 - 18x - 35 = 0$.
7. Résoudre l'équation $x^3 - 5x^2 + x - 1 = 4x\sqrt{2}$

¹voir correction ici