



PANTHÉON SORBONNE
UNIVERSITÉ PARIS 1
OMNIBUS SAPIENTIA UNICUIQUE EXCELLENTIA

Université Paris 1 Panthéon Sorbonne,

Institut de démographie



Cours d'analyse démographique (modèles de population) (Master de démographie) par Alexandre Avdeev

Deuxième partie : Modèles de populations

Introduction :

Principes de modélisation

Présentation du cours – bibliographie et lectures - notion d'un modèle -
élément d'un modèle - objet de modélisation en démographie etc.

1

Manuels et lecture



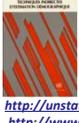
*** **Roland Pressat** (1995) *Éléments de démographie mathématique*. Paris. AIDELF, 279 p. (ISBN 2-9509356-0-5; ISSN 1160-1531)



** **Jean Bougeois-Pichat** (1994) *La Dynamique des Populations*. Paris, PUF. Série « Travaux et Document » de l'INED, Cahier n°133, 296 p. ISBN-10: 2733201336 ; ISBN-13: 978-2733201336



* **Noël Bonneuil** (1997) *Introduction à la modélisation démographique: 26 problèmes corrigés*. Paris : Armand Colin, 128 p.



*** **Nations Unies** (1984) *Manuel X. Techniques indirectes d'estimation démographiques*. United Nations Publication. New York ST/ESA/SER.A/81
Téléchargeable en français et en anglais :
http://unstats.un.org/unsd/demographic/standmeth/handbooks/Manual_X-fr.pdf
http://www.un.org/esa/population/publications/Manual_X/Manual_X.htm



*** Manuel en ligne : **Population Analysis for Policies & Programmes**. Paris, Paris: International Union for the Scientific Study of Population (IUSSP). Disponible sur <https://papp.iussp.org/index.html>



** IUSSP, *Outils d'estimation démographique* disponible sur <http://demographicestimation.iussp.org/fr/content/outils-d%27estimation-d%C3%A9mographique-0>



*** Les manuels pour "Spectrum Policy Modeling System"
= **Spectrum** by Futures groups
– (en français) sur <http://www.healthpolicyproject.com/index.cfm?id=software&get=Spectrum>
version 6.08 (12 Mai 2021) disponible sur "Avenir Health" <https://www.avenirhealth.org/software-spectrum.php>



Tous les matériaux de ce cours (présentations, exercices etc. sont disponibles sur l'EPI : https://cours.univ-paris1.fr/fixe/IDUP_modeles-de-populations
Les matériaux du cours M1 « Analyse démographique » sont disponibles sur https://cours.univ-paris1.fr/fixe/IDUP_M1-Analyse-Demographique
et bien sûr avec beaucoup d'autres cours sur <http://dmo.econ.msu.ru/teaching/>

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, © 2020, (IDUP Master de démographie)

2

Objectifs et structure du cours

- Dans la première partie du cours :
 - on étudiait les méthodes de construction des indicateurs démographiques et de description formelle (formalisation) des populations (effectif, structures) et des phénomènes démographiques (mortalité, fécondité, nuptialité)
 - on cherchait à présenter (ou à réduire) les phénomènes sociaux extrêmement complexes avec des abstractions simplificatrices de nature quantitative. Ex. g. : la fécondité s'est transformée à l'indice synthétique de fécondité ; la population a été réduite à un nombre (effectifs) ou à une série de nombres et de relations (rapport de sexes etc.)
 - nos calculs des indicateurs et leurs interprétations se sont basés sur l'hypothèse sur la stationnarité (i.e. un modèle de la population stationnaire)
 - on examinait en quelle mesure la dynamique réelle d'un phénomène démographique correspond à la dynamique ses indicateurs descripteurs et inversement (*e.g. dynamique du TFT et dynamique du nombre moyen d'enfants*)
 - en résumé : on étudiait les principes (et les règles) de la quantification des objets / des phénomènes démographiques, de construction des indicateurs et les interprétations des scores de ces indicateurs
- Dans la deuxième partie du cours, on s'intéressera aux rapports quantitatifs entre les indicateurs démographiques du pont de vue systémique
 - on va chercher les liens quantitatifs entre les indicateurs
 - on va formaliser ces liens ou de les présenter sous forme des équations mathématiques
 - on va essayer de trouver les lois fondamentales de ces liens

Objectif, vocation et missions de la modélisation démographique

- **Les modèles démographiques** sont des descriptions mathématiques et *systémiques* des populations et des phénomènes relatifs à son mouvement, elles sont non contradictoires et conformes aux observations statistiques.
- **L'objectif ou le but principale de la modélisation démographique** est de mettre en évidence les liens entre les caractéristiques quantitatives des phénomènes et des objets démographiques afin **d'établir à partir des résultats d'études empiriques les règles mathématiques d'estimation** des caractéristiques quantitatives (paramètres) des *objets inaccessibles pour l'observation directe* à partir caractéristiques observées ou prédéfinies des autres objets.
- **La vocation d'un modèle démographique** est de fournir au chercheur des instruments fiables *pour des prévisions du comportement d'un objet démographique* dans de diverses *situations réelles et imaginées* afin de résoudre des problèmes pratiques de gestion et de trouver une stratégie optimale des politiques de population.
- **La mission essentielle** de la modélisation démographique est de produire les estimateurs fiables de tous les paramètres du modèle pour qu'il soit le plus adéquat au comportement d'un objet démographique réel.

Un modèle est une image simplifiée de la réalité : les avantages des modèles

1. **Une possibilité d'évaluer la qualité des données et de réparer leurs défauts :**
 - ✓ La comparaison avec un modèle permet de repérer des particularités des données observées y compris celles liées aux erreurs d'observation et de l'enregistrement.
 - ✓ Le modèle permet de distinguer l'évolution tendancielle et des fluctuations aléatoires, de lisser (réparer) les données non régulières ou remplir des lacunes d'observation.
2. **Une estimation indirecte des indicateurs démographiques :**
 - ✓ Avec le recours aux méthodes statistiques il est plus facile d'estimer un ou deux que plusieurs paramètres.
 - ✓ Un modèle permet aussi d'estimer les variables (les paramètres) non observées
3. **Études des facteurs de l'évolution démographique:**
 - ✓ **L'interprétation qualitative** des paramètres des modèles démographiques est le plus souvent transparente et sans équivoque (âge moyen, calendrier etc.).
 - ✓ La dynamique des valeurs (score) d'un paramètre illustre l'évolution du comportement démographique (en réalité quand on parle d'un phénomène démographique, de fait il s'agit d'un paramètre : fécondité = TFT; mortalité = e_0 ; vieillissement = S_{60}/S_0 ; etc.)
 - ✓ Les modèles permettent de mettre en évidence **les relations causales** entre les phénomènes démographiques et non démographiques

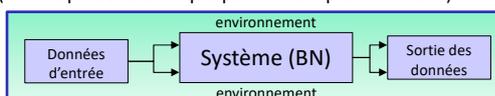
Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

5

5

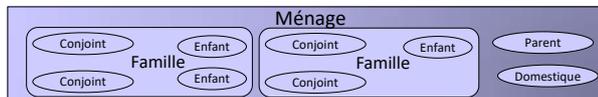
Types des modèles

- **Boîte noire (BN):** une image la plus simple de la réalité sans moindre information sur la nature et l'essence du système (fer à repasser électrique pour un simple utilisateur)



problème d'application: il se peut que les systèmes différents produisent les mêmes effets

- **Modèle de composition:** une image structurée d'un système (éléments, sous-systèmes), e.g. un organigramme



problème d'application: on peut produire les modèles différents en fonction

- 1) de nos connaissances,
- 2) de différentes définitions (approches à la définition) des éléments (catégorie),
- 3) de nos objectifs

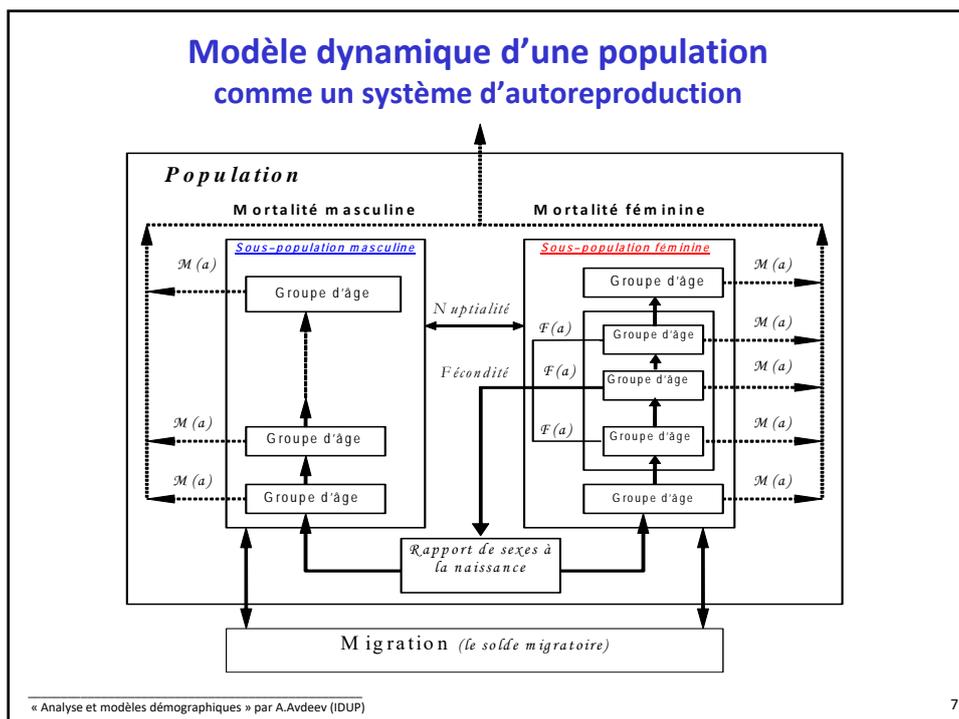
e.g. le modèle de l'université du point de vue de l'administration, de l'étudiant et de l'enseignant n'est pas forcément le même

- **Modèle de structure (boîte blanche) :** une image structurée d'un système (éléments, sous-systèmes) avec liens entre les éléments et les sous-systèmes, leurs fonctions, leur hiérarchie, les limites de fonctionnement, leurs relations avec l'environnement etc. (fer à repasser électrique pour un électricien)

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

6

6



7

Formes des modèles (démographiques)

Modèle dynamique généralisé:

Soit $y(t)$ et $x(t)$ sont deux variables (**aléatoire**) datées, on peut donc décrire leur interrelation générale par :

$$y(t) = \alpha + \beta_0 * y(t-1) + \beta_1 * x(t) + \beta_2 * x(t-1) + \varepsilon(t)$$

où α et β_i sont paramètres du modèle généralisé et $\varepsilon(t)$ est le résidu qui est une valeur aléatoire non expliquée par le modèle, telle que $E(\varepsilon)=0$, ou $E(\varepsilon) \rightarrow 0$

Dans ce cas la variable $y(t)$ est considérée comme dépendante (on dit : expliqué, endogène, output etc.), et $x(t)$ comme une variable explicative (on dit : indépendante, exogène, régresseur, input etc.)

Modèles restreints (spécifiques, les cas particuliers du dynamique modèle généralisé):

1. Modèle statique : $y(t) = \alpha + \beta * x(t) + \varepsilon(t)$
2. Modèle autorégressif (à retard) : $y(t) = \alpha + \beta * y(t-1) + \varepsilon(t)$
3. Modèle à anticipation : $y(t) = \alpha + \beta * x(t-1) + \varepsilon(t)$
4. Modèle à anticipation distribuée: $y(t) = \alpha + \beta_0 * x(t) + \beta_1 * x(t-1) + \varepsilon(t)$
5. Modèle d'accroissement: $y'(t) = \alpha + \beta * x(t) + \varepsilon(t)$
6. Modèle de la corrélation partielle: $y(t) = \alpha + \beta_0 * y(t-1) + \beta_1 * x(t) + \varepsilon(t)$

S'il y a plusieurs variables explicatives on écrit :

$$y(t) = \alpha + \sum_i [\beta_i * x_i(t)] + \varepsilon(t) \rightarrow \text{cocktail avec } i=1,2,\dots,n \text{ (ingrédients)}$$

8

Étapes de construction d'un modèle démographique

- **Deux types d'informations de départ :**
 - Qualitatives → des concepts généraux démographiques, sociologiques, psychologiques, économiques etc.
 - Quantitatives → les résultantes des observations (les séries chronologiques plus ou moins longues, les séries de distributions plus ou moins stables)
- **Étapes de construction :**
 - Spécification du modèle et la quantification des paramètres. Exemples :
 - fécondité → $TFT = \sum f_i \times w_i$;
 - utilisation de la contraception → % des femmes âgées de 15-49 ans qui utilisent les moyens de la contraception ; etc.
 - Collecte et traitement des données empiriques
 - Estimation quantitative des paramètres du modèle (calculs des indicateurs – estimateurs)
 - Vérification de l'adéquation /conformité du modèle à la réalité (études historiques et comparatives)
- **Notions et définition de base :**
 - **objet / phénomènes** → populations, natalité, mortalité, fécondité, migration etc.
 - **variables / système des indicateurs descripteurs**
 - à chaque état d'un objet correspond une valeur concrète d'un indicateur qui l'incarne (on dit « le niveau » : en 2008 la fécondité en France = 1,99 => ISF=1,99)
 - la nature de l'indicateur est constante, mais le niveau est variable, par conséquent, on parle des « variables démographiques »
 - **modèle** est une expression mathématique des liens entre les indicateurs descripteurs (variables) de l'objet, un modèle peut être représenté comme
 - un graphique ou une série de graphiques
 - comme un tableau ou une série des tables
 - comme un système des équations et/ou des inéquations

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

9

9

Spécification et classification des modèles et des variables

Spécification d'un modèle est une description détaillée du comportement d'un objet à l'aide du langage mathématique

Premier principe de la spécification d'un modèle:

Un modèle se réalise comme une traduction en langage mathématique des lois (des régularités) induites par la **théorie démographique générale** ou à partir de l'observation d'expériences particulières.

Ex.: fécondité vs éducation → $F = \alpha_0 + \alpha_1 E + \varepsilon$ ou $F = Y(E)$: F et E – variables, α_0 et α_1 – paramètres => $(\alpha_0, \alpha_1) > 0$

Variable endogène (dépendante) est une variable qui se forme à l'intérieur du modèle (ses scores sont produits par le modèle même) ex.: F

Question: (spécification de F=? Probabilité ? Catégorie ?)

Variable exogène (indépendantes) est une variable dont les scores sont formés à l'extérieur du modèle ex: E

Classification des modèles:

On appelle « **modèles fermés** » ceux qui ne comportent que des variables endogènes

On appelle « **modèles ouverts** » ceux qui comportent au moins une variable exogène

Second principe de la spécification d'un modèle :

dans un modèle le nombre d'équations doit être égal au nombre de variables endogènes (ce principe est important pour la vérification que la transcription du modèle soit correcte)

Troisième principe de la spécification d'un modèle démographique :

il est nécessaire que les variables soient toujours rapportées à un moment de temps

On appelle « **modèles dynamiques** » (modèles de *séries temporelles*) ceux dont les variables sont dépendantes du temps

On appelle « **variables datées** » ou variables temporaires celles qui varient en fonction de temps

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

10

10

Résumé

- Un modèle démographique est une représentation mathématique de liens entre les variables d'un objet démographique
- Modèles démographiques sont composés des variables et des paramètres
- On distingue les variables internes (endogènes) et les variables externe (exogène)
- Modèle peut comporter plusieurs équations (système d'équations) ou une seule équation isolée
- Première étape de la construction d'un modèle est sa spécification
- Il y a trois principes de spécification :
 - de l'exprimer en langage mathématique
 - que le nombre d'équations soit au moins égal au nombre de variables endogène
 - les variables doivent être définies en fonction de temps, si cela est possible
- Modèle peut représenter des graphiques, des tableaux ou/et des expressions analytiques (équations)
- Modélisation est nécessaire pour présenter les états d'un objet qu'on ne peut pas observés directement

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

11

11

Quelques exemples des autorégressifs (modèles d'évolution)

Modèles à retard échelonné $\rightarrow y_t = \alpha + \sum_{i=0}^k \beta_i \cdot x_{t-i} + \varepsilon_t$ β_0 – multiplicateur à court terme
 $\Sigma \beta_i$ – multiplicateurs à long terme

une variable endogène datée d'un moment (période) donné est dépendante des variables exogènes datées des moments (périodes) antérieurs

Exemple : tiré du modèle « World 3 » Cf. Dennis L. Meadows Dynamics of Growth in a Finite World, Wright-Allen Press, 1974, 367 p.

$$DTF_t = \delta \cdot N(i_{t-20}) \cdot RN(i_{t-3}) \cdot M(e_{t-20})$$

DTF_t – la fécondité désirée ;

$N(i_{t-20})$ – la norme de taille de la famille (fonction de $i(t-20)$) - la production industrielle par habitant il y a 20 ans) ;

$RN(i_{t-3})$ – la réaction de la famille à la norme (fonction de $i(t-3)$) ;

$M(e_{t-20})$ – l'influence de la mortalité infantile (fonction de $e_0(t-20)$) – espérance de vie à la naissance il y a 20 ans).

Modèle « World 3 » : outil de simulation sur <https://insightmaker.com/> (anciennement sur simgua.com)

Modèles (à retard) autorégressif $\rightarrow y_t = \alpha + \sum_{i=0}^k \beta_i \cdot x_{t-i} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \cdot y_{t-i} + \varepsilon_t$

une variable endogène datée d'un moment (période) donné est dépendante des variables endogènes datées des **moments (périodes) antérieure(s)**

Exemple: modèle de croissance de la population $P_t = P_{t-i} \cdot e^{r \cdot i}$

P_t – l'effectif d'une population au moment t ; i – un intervalle de temps ; r – le taux d'accroissement

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

12

12

Exemple du modèle simple : « prédateurs – proies » (les équations de Lotka-Volterra)

Soit:
 x – effectif des proies
 y – effectif des prédateurs

α – taux de reproduction des proies (constant, indépendant de X)
 β – taux d'élimination des proies par les prédateurs

δ – taux de reproduction des prédateurs en fonction de la nourriture (proies mangées)
 γ – taux de mortalité de prédateurs (indépendant de Y)

Graphe relationnel

Résultats de la simulation

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie) 13

13

Exemple du modèle de la dynamique mondiale

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie) 14

14

Exercice

Présenter sur un graph les relations entre les effectifs des célibataires, des mariés et des veufs sans distinction des sexes dans une populations fermée à la migration

- Spécifiez le modèle avec l'écriture symbolique (ex.g. $C(t)$ – effectif des célibataires)
- Définissez les statistiques et les données dont vous avez besoin pour estimer les paramètres de votre modèle
- Listez les hypothèses sur les transitions entre différents états
- Quelles études faut-il envisager pour que ce modèle soit opérationnel

Développez le modèle pour deux sexes distincts en y introduisant les conditions intrinsèques de cohérence.

Il est conseillé d'utiliser un outil approprié comme draw.io (<https://app.diagrams.net/> version en ligne ou desktop)

Vous êtes libres de choisir un autre phénomène démographique ou socio-démographique pour cet exercice