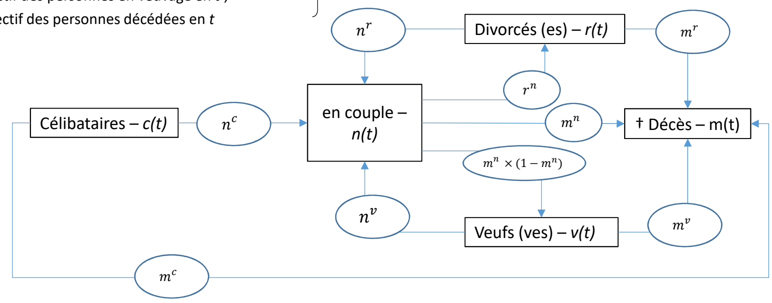
Exercice 1. Transitions entre les états matrimoniaux (étape 1 : description)

Conditions d'étude: 1) unité d'observation = individu ; 2) type de population = cohorte ; 3) type d'observation = longitudinale ;

Soit :

c(*t*) – effectif des célibataires mesuré au moment *t* (en *t*) ;
n(t) – effectif des personnes mariées en *t* ;
r(t) – effectif des personnes divorcées en *t* ;
v(t) – effectif des personnes en veuvage en *t* ;
m(t) – effectif des personnes décédées en *t*

paramètres estimés à partir de l'observation directe (prospective ou rétrospective)



n^c (t) – paramètre qui gère le passage de l'état « célibataire » vers l'état « en couple »;
m^c (t) – paramètre qui gère la mortalité des « célibataires »
m^n (t) – paramètre qui gère la mortalité des personnes mariées
$r^m(t)$ – paramètre qui gère la rupture des couples par divorce
n^d (t) – paramètre qui gère les remariages des personnes divorcées
m^r (t) – paramètre qui gère la mortalité des personnes divorcées
n^v (t) – paramètre qui gère les remariages des personnes veuves
m^v (t) – paramètre qui gère la mortalité des personnes veuves

paramètres estimés avec des calculs à partir de l'observation et des hypothèses

1

Estimation des paramètres du modèle:

1. Estimation de la variation de l'effectif des célibataires

c(t) = nombre (daté) de célibataires →
Δc(t; t+Δt) = changement de l'effectif de célibataires => *dc(t)*, si Δt → 0 ;
t = âge (révolu, exact ?) → *dt* = changement de l'âge sur un intervalle infinitésimal

Conditions : 1) changements de l'effectif des célibataires ne dépendent que des mariages et des décès des célibataires ;
2) ces événements sont mutuellement indépendants

Transcription: $\dot{m}^c + \dot{n}^c = \frac{dc}{dt} \cdot \frac{1}{c(t)} \rightarrow dcdt = c(t) \cdot e^{(\dot{m}^c + \dot{n}^c)}$

avec la durée (sur un intervalle) cela deviennent

$$\dot{m}^c + \dot{n}^c = \frac{dc}{dt} \cdot \frac{1}{c(t)} \rightarrow \int_t^{t+\tau} dcdt = c(t) \cdot e^{(\dot{m}^c + \dot{n}^c) \cdot \tau}$$

Soit D^c(t) – nombre de décès des célibataires
N^c(t) – nombre de mariages des célibataires

$$\dot{m}^c = \frac{D^c(t; t+\Delta t)}{C(t; t+\Delta t)} \qquad \dot{n}^c = \frac{N^c(t; t+\Delta t)}{C(t; t+\Delta t)}$$

Hypothèse: la force de mortalité est croissante et la répartition de C(t) est linéaire sur l'intervalle de même pour la force de nuptialité

$$\dot{m}^c = \frac{2 \cdot D^c(t; t+\Delta t)}{C(t) + C(t+\Delta t) \cdot \Delta t} \qquad \dot{n}^c = \frac{2 \cdot N^c(t; t+\Delta t)}{C(t) + C(t+\Delta t) \cdot \Delta t}$$

Taux « démographiques » sont les estimateurs non-biaisés de la mortalité et de la nuptialité des célibataires

2