

Contrôle continu 2: Économie de l'incertain

Kévin Vandermarlière

Novembre 2024

Les étudiants disposent d'une durée de **1h** pour réaliser cet examen. Les calculatrices ne sont pas autorisées. Tous les appareils connectés doivent être éteints et rangés pendant toute la durée de l'examen. **Toute communication, quelle que soit sa nature, est interdite.** De plus, la qualité de la présentation et la tenue de la copie peuvent faire l'objet de points négatifs. Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.

Questions de cours: (4pts)

- Expliquez la notion d'équilibre séparableur et d'équilibre mélangeur en situation d'asymétrie d'information (notion que vous définirez également). Illustrez par un exemple.
- Définissez la dominance stochastique d'ordre 2 pour deux distributions de probabilités.

Exercice 1 : Le CAPM (10pts)

Partie A

- (a) Un analyste financier détermine que Carrefour a un β égal à 0.2. Comment s'interprète le β ? Sachant que le taux sans risque est de 4%, la rentabilité espérée du marché de 30%, quelle est la rentabilité de Carrefour ?
- (b) On ajoute désormais un actif dans le portefeuille pour 50% dont le β est de 1.8. Quelle est la rentabilité du portefeuille ? Qu'en concluez vous ? (Indice: Calculez le nouveau β puis calculez la rentabilité.)

Partie B

Soit un marché composé de 3 titres risqués notés A, B et C dont les capitalisations boursières (en milliards d'euros) et les rendements espérés E_i sont donnés dans le tableau suivant. On sait par ailleurs qu'il existe un actif non risqué Z dont le taux de rendement est de 3%.

| Actif | Capitalisation | E_i | Poids |
|-------|----------------|-------|-------|
| A | 250 | 3% | 0.5 |
| B | 150 | 2.5% | 0.3 |
| C | 100 | 5% | 0.2 |

Table 1: Capitalisations et rendements espérés

- (a) Calculez la rentabilité espérée du marché.
- (b) Calculez pour chaque actif son β
- (c) Le portefeuille de Monsieur X est composé ainsi :

| Actif | Z | A | B | C | Total |
|-----------------|----|----|----|----|-------|
| Montant investi | 10 | 45 | 27 | 18 | 100 |

Table 2: Composition du portefeuille de Monsieur X

Donnez le β du portefeuille et son rendement attendu.

Exercice 2: L'individu et la loterie (6pts)

Considérons un individu avec une richesse initiale de 10 euros ($W_0 = 10$) faisant face à une loterie $L = (-6, 0.5; +6, 0.5)$.

Supposons que cet individu ait la fonction d'utilité suivante :

$$u(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \leq 10 \\ \frac{1}{2}x + 5, & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

- (a) Tracez la fonction d'utilité, est-elle globalement concave ? L'individu est-il averse au risque ?
- (b) Calculez l'espérance de la lotterie.
- (c) Calculez l'équivalent certain de cet individu associé à (L).
- (d) Calculez la prime de risque associée.
- (e) Considérons maintenant la loterie $\tilde{L} = (-3, 0.5; +3, 0.5)$. Calculez la prime de risque associée à \tilde{L} . Est-elle plus petite que pour (L) ? Pourquoi ?