

Le profil des parieurs hippiques

On s'intéresse à l'attitude vis-à-vis du risque des parieurs hippiques. Dans un premier temps, on s'appuie sur Jullien et Salanié (2000) pour expliciter un lien entre l'attitude vis-à-vis du risque des joueurs et des grandeurs observables par un économiste appliqué. On utilisera dans un second temps ce lien pour donner un ordre de grandeur au coefficient d'aversion absolue pour le risque. Vous aurez à récupérer des données de courses hippiques sur le site canalturf.com. Une difficulté pour l'économiste appliqué est l'absence de données sur les montants pariés par les joueurs : on ne dispose que des cotes des différents chevaux, qui reflètent imparfaitement les paris. Le rôle du cadre théorique est de nous aider à contourner cette difficulté.

On considère une population de joueurs indicés par i devant choisir les mises sur les différents chevaux d'une course, indicés par k . On note b_i^k la mise du joueur i sur le cheval k . Le montant total parié sur le cheval k est

$$b^k = \sum_i b_i^k$$

et le montant total parié est

$$b = \sum_k b^k.$$

L'organisateur de la course prélève le montant t (sa rémunération) et reverse aux joueurs $b - t$. Si k est le cheval gagnant, chaque euro misé sur le cheval k rapporte le même montant

$$\frac{b - t}{b^k}.$$

Le gain net par euro misé sur le cheval k est ainsi

$$c^k = \frac{b - t}{b^k} - 1. \quad (1)$$

Le montant c^k est ce qu'on appelle la cote du cheval k . La cote c^k est le rapport entre la somme mise sur les chevaux autres que k (nette du prélèvement t de l'organisateur) et celle mise sur le cheval k . Une cote de 10/1 (10 contre 1) signifie que tout euro misé sur le cheval k rapporte 10 euros. Une faible cote révèle donc que le montant parié sur le cheval k est élevé dans l'ensemble des paris : lorsque les joueurs anticipent la victoire du cheval k (et misent sur sa victoire), sa cote baisse (le gain par euro misé baisse).

I. COMPORTEMENT INDIVIDUEL

On suppose que chaque joueur mise l'intégralité de ce qu'il engage sur un seul cheval. Soit p^k la probabilité que le joueur i attribue au fait que le cheval k gagne la course.

1. Quel est le gain monétaire du joueur i ayant choisi de miser sur le cheval k si ce cheval gagne la course ?
2. Quelle est son espérance de gain ?
3. Soit $\bar{m}$ le revenu initial d'un joueur, et soit $u(y)$ son utilité lorsque son revenu est y à l'issue de la course. Quelle est l'espérance d'utilité de joueur ?
4. Pourquoi les joueurs pariant sur le cheval k doivent-ils tous parier le même montant ? Caractériser ce montant a^k .
5. Sous quelles conditions un joueur préfère-t-il parier sur le cheval k ?
6. Sous quelle condition décide-t-il de jouer ?

II. EQUILIBRE

1. Montrez qu'un joueur ne peut pas préférer strictement le cheval k aux autres chevaux à l'équilibre ? (Indication : vous montrerez qu'alors les cotes seraient mal définies.)
2. Déduisez-en les $K - 1$ égalités liant les probabilités que chaque cheval gagne la course, les montants pariés et les cotes.
3. En utilisant ces $K - 1$ égalités et la restriction

$$\sum_z p^z = 1$$

exprimez les K probabilités (p^k) en fonction des montants pariés et des cotes.

4. On considère des préférences CARA, $u(y) = -\exp(-\theta y)$, $\theta > 0$, et on suppose que $a^k = a$ pour tout k . Que représente le paramètre θ ? Ecrivez la probabilité p^k en fonction du produit $a\theta$ et des cotes (c^k).

III. ESTIMER L'AVERSION POUR LE RISQUE

1. A titre d'exemple, vous allez récupérer les données des courses du 12 décembre dernier à partir de la page https://www.canalturf.com/courses_archives.php?date=2019-12-10 en utilisant le langage R. Vous aurez besoin d'installer le package `rvest`¹. Vous aurez également peut-être besoin de jouer à CSS selector <http://flukeout.github.io/>.
2. Représentez graphiquement la probabilité empirique qu'un cheval gagne une course en fonction de sa cote.
3. En utilisant la probabilité empirique obtenue en III.2, représentez graphiquement le gain espéré en fonction de la cote. En utilisant la fonction `summary`, quelle est l'allure générale de la distribution des cotes ? Que constatez-vous sur le graphique pour les petites cotes ? Que pensez-vous de l'attitude vis-a-vis du risque des parieurs ?

1. La video <https://www.youtube.com/watch?v=zErlQ9owBrQ> présente bien les rudiments du scraping avec R et fournit un code que vous pourrez adapter.

4. Ecrivez la probabilité d'observer les résultats effectifs des courses en fonction de $a\theta$ et des cotes (c^k).
5. La méthode du maximum de vraisemblance consiste à choisir $a\theta$ qui maximise la probabilité obtenue en III.4. Ecrivez un code R qui permet de calculer la vraisemblance et représentez-la dans un plan où $a\theta$ est en abscisse. Discutez l'existence et l'unicité du $a\theta$ qui maximise la vraisemblance à partir de ce graphique.
6. En utilisant la fonction `optim` de R, donnez la valeur de $a\theta$ qui maximise la vraisemblance. Les parieurs sont-ils averse au risque ?
7. Reproduisez le même exercice que dans la question III.6 en utilisant la fonction `mle2` du package `bbmle`. L'estimation obtenue est-elle précise ? Donnez-en un intervalle de confiance à 5% en utilisant la fonction `confint`.