

EXERCICE 1.

(i) il ne peut y avoir d'équilibre dans lequel un joueur gagne l'enchère avec $b_i > v_1$. On a donc à l'équilibre $b_i \leq v_1$. (ii) il ne peut y avoir un équilibre dans lequel un joueur perd l'enchère avec $b_i < v_2$. On a donc $b_i \geq v_2$. (iii) Il ne peut y avoir d'équilibre dans lequel le joueur 1 perd l'enchère avec $v_2 \leq b_i < v_1$. On a donc $b_1 = b_2 \geq v_2$. (iii) Il existe un équilibre de Nash avec $b_1 = b_2 = v_1$.

EXERCICE 2. CROISSANCE ET SUBSTITUTIONS

1. Minimisation du coût, demande conditionnelle de facteurs.

On résout $\min_{(k,\ell)} \{rk + w\ell \mid k^\alpha \ell^\beta \geq y\}$. Les CPO sont

$$\begin{aligned}\alpha k^{\alpha-1} \ell^\beta &= r \\ \beta k^\alpha \ell^{\beta-1} &= w \\ k^\alpha \ell^\beta &= y\end{aligned}$$

Le rapport des deux premières CPO donne

$$l = \frac{\beta}{\alpha} \frac{r}{w} k$$

En réintroduisant dans la dernière, on obtient

$$k = \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{r}{w} \right)^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

Finalement, l'une des deux premières donne

$$l = \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{r}{w} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

Impact de $dw < 0$ sur k ?

$$\frac{dk}{dw} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \left(\frac{\beta}{\alpha} r \right)^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} w^{\frac{-\alpha}{\alpha+\beta}} y^{\frac{1}{\alpha+\beta}} > 0$$

Les facteurs sont substitués : si le prix d'un facteur augmente, l'entreprise réduit sa demande pour ce facteur et augmente sa demande pour l'autre facteur. En réduisant l'utilisation de l'input qui est devenu plus cher, l'entreprise voit sa production baisser : elle est obligée, pour la maintenir à son niveau initial, d'accroître sa consommation de l'autre facteur.

(a) Profit : $k^\alpha \ell^\beta - rk - wl$.

(b) Conditions du premier ordre:

$$\begin{aligned}\alpha k^{\alpha-1} \ell^\beta &= r \\ \beta k^\alpha \ell^{\beta-1} &= w\end{aligned}$$

On en déduit:

$$k = \left(\frac{r}{\alpha} \right)^{\frac{1-\beta}{\alpha+\beta-1}} \left(\frac{w}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta-1}}$$

On obtient que $\frac{dk}{dw} < 0$.

2. Le profit:

$$y - \left(r \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{r}{w} \right)^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + w \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{r}{w} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right) y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

(a) On en déduit l'offre de bien final:

$$1 = \frac{1}{\alpha + \beta} \left(r \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{r}{w} \right)^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + w \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{r}{w} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right) y^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}}$$

L'offre de l'entreprise est

$$y = \left(\frac{1}{\frac{1}{\alpha+\beta} \left(\left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right)} \right)^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} r^{-\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} w^{-\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}$$

(b) On la note $Y(r, w)$. On vérifie que $\frac{\partial y}{\partial w} < 0$.

(c) L'impact de dw sur k lorsque l'entreprise peut ajuster sa production est donc

$$dK(w, r, Y(r, w)) = \frac{\partial K}{\partial w} \Big|_{y=cste} + \frac{\partial K}{\partial y} \frac{\partial Y}{\partial w}$$

On a montré en 1) que $\frac{\partial k}{\partial w} > 0$. Et que $\frac{\partial k}{\partial y} > 0$. On vient de voir dans cette question que $\frac{\partial y}{\partial w} < 0$. Les deux termes s'opposent donc. Le résultat de la question 3) montre que le deuxième effet l'emporte toujours.

3. Réponse : "A rise in the price of one factor increases marginal cost and forces a reduction in output. Consequently, in the new profit-maximizing vector of factor inputs, at least one factor must have been reduced in quantity. This reduction decreases the marginal products of other factors in the absence of readjustment of their quantities." Normally, Factor Inputs Are Never Gross Substitutes, Trout Rader, Journal of Political Economy 76, 1968. Article propose un traitement plus général de la même question que celle abordée dans l'exercice.