

Université de Paris I
Magistère d'Economie (première année)
Cours de Microéconomie
Examen partiel
Mercredi 10 mai 2023
Durée: 2 heures

EXERCICE 1. CONSOMMATION ET PRIX RISQUÉ (5 POINTS)

On considère un consommateur qui a des préférences définies sur deux biens 1 et 2 consommés en quantités x_1 et x_2 . Le prix unitaire du bien 1 est égal à 1 et le prix unitaire du bien 2 est noté p . Le revenu nominal du consommateur est noté R . L'objectif de cet exercice est d'analyser l'effet sur le consommateur d'un prix p risqué.

Les préférences sont représentées par la fonction d'utilité $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.

1. Montrez que la consommation optimale du consommateur est $x_1^* = 0$ et $x_2^* = \frac{R}{p_2}$ si $p < 1$, $x_1^* = R$ et $x_2^* = 0$ si $p > 1$ et $0 \leq x_1^* \leq R$ et $x_2^* = R - x_1^*$ si $p = 1$.

2. Le prix du bien 2 est risqué. Il peut prendre les valeurs $\underline{p}$ ou $\bar{p}$ avec la même probabilité $\frac{1}{2}$ ($0 < \underline{p} < 1 < \bar{p}$). Le consommateur effectue ses choix de consommation après avoir observé la valeur de p . Les préférences vis-à-vis du risque de ce consommateur sont de type VNM: il évalue son utilité en calculant son espérance d'utilité à partir de son utilité sur les paniers certains donnée par $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.

(i) Calculez l'utilité du consommateur une fois le prix du bien 2 observé.

Réponse: $\frac{R}{p}$ ou R

(ii) En déduire l'espérance d'utilité du consommateur avant que ce dernier n'observe le prix du bien 2

Réponse: $\frac{R}{2}(\frac{1}{\underline{p}} + 1)$

(iii) Calculez l'utilité du consommateur si le prix du bien 2 est certain et égal à $\frac{1}{2}\underline{p} + \frac{1}{2}\bar{p}$.

Réponse: $\frac{R}{\frac{1}{2}\underline{p} + \frac{1}{2}\bar{p}}$ si $\frac{1}{2}\underline{p} + \frac{1}{2}\bar{p} < 1$ et R sinon.

(iv) Le consommateur est-il pénalisé par un risque sur le prix du bien 2?

Si $\frac{1}{2}\underline{p} + \frac{1}{2}\bar{p} \geq 1$, $R \leq \frac{R}{2}(\frac{1}{\underline{p}} + 1)$. Si $\frac{1}{2}\underline{p} + \frac{1}{2}\bar{p} < 1$, $\frac{R}{\frac{1}{2}\underline{p} + \frac{1}{2}\bar{p}} < \frac{R}{2}(\frac{1}{\underline{p}} + 1)$ ssi $\bar{p} > \frac{\underline{p}}{1+\underline{p}}(3 - \underline{p})$. On a $\frac{\underline{p}}{1+\underline{p}}(3 - \underline{p}) < 1$. On a donc toujours $\bar{p} > \frac{\underline{p}}{1+\underline{p}}(3 - \underline{p})$.

EXERCICE 2. EXPERTISE ET TROMPERIE (7 POINTS)

Un agent a une voiture en panne. Cette panne peut être sévère avec probabilité $r < \frac{1}{2}$ ou minime avec probabilité $1 - r$. Une panne minime nécessite une petite réparation alors qu'une panne sévère exige une réparation importante. L'agent n'observe pas la nature de la panne mais connaît la probabilité r . Il s'adresse à un garagiste pour effectuer la réparation.

Le garagiste connaît la nature de la panne et a deux actions possibles:

- être honnête (action H) : proposer une réparation importante uniquement pour une panne sévère

- être malhonnête (action M) : toujours proposer une réparation importante

L'agent a deux actions possibles:

- accepter la réparation importante (action A)

- refuser la réparation importante (action R).

L'agent accepte toujours la réparation minime si elle est proposée.

Une réparation correspondant à la panne rapporte un gain de 20 au garagiste. Une réparation importante sur une panne minime rapporte un gain de 40 au garagiste. Si le garagiste ne répare pas la voiture, son gain est de 0.

Une voiture avec une panne importante qui n'est pas réparée rapporte un gain de -40 à l'agent. Une voiture avec une panne minime qui n'est pas réparée rapporte un gain de -20 à l'agent. Une réparation importante coûte 30 à l'agent (gain de -30) et une petite réparation coûte 10 (gain de -10).

Les deux joueurs jouent simultanément. Les espérance de gains des joueurs sont donc les suivants:

- Si le garagiste joue H et que l'agent joue A , le garagiste a un gain de 20 . L'agent a une espérance de gain de $-r30 - (1-r)10$.

- Si le garagiste joue H et que l'agent joue R , le garagiste a un gain de $(1-r)20$. L'agent a une espérance de gain de $-r40 - (1-r)10$.

- Si le garagiste joue M et que l'agent joue A , le garagiste a un gain de $r20 + (1-r)40$. L'agent a une espérance de gain de -30 .

- Si le garagiste joue M et que l'agent joue R , le garagiste a un gain de 0 . L'agent a une espérance de gain de $-r40 - (1-r)20$.

1. Représentez le jeu sous forme normale (sous la forme d'une matrice de gain).

Réponse: (garagiste, agent)

	A	R
H	$20; -r30 - (1-r)10$	$(1-r)20; -r40 - (1-r)10$
M	$r20 + (1-r)40; -30$	$0; -r40 - (1-r)20$

2. Déterminez tous les équilibres de Nash éventuels de ce jeu (stratégies mixtes et stratégies pures).

Réponse:

On note p la probabilité de jouer H et q la probabilité de jouer A .

L'agent préfère jouer A à R ssi $p > \frac{10-20r}{10(1-r)}$. On a $\frac{10-20r}{10(1-r)} < 1$ et $\frac{10-20r}{10(1-r)} > 0$ ssi $r < \frac{1}{2}$. On en déduit donc que l'agent joue A si $p > \frac{10-20r}{10(1-r)}$, joue R si $p < \frac{10-20r}{10(1-r)}$ et joue indifféremment A ou R si $p = \frac{10-20r}{10(1-r)}$.

Le garagiste préfère jouer H ssi $q < \frac{1}{2}$.

On en déduit l'unique équilibre de Nash en stratégie mixte:

L'agent joue A avec probabilité $\frac{1}{2}$ et le garagiste joue H avec probabilité $\frac{10-20r}{10(1-r)}$.

3. Quel est l'impact d'une augmentation de r sur l'honnêteté du garagiste?

Réponse: une hausse de r rend le garagiste moins honnête.