
Université de Paris I

Magistère d'Economie - Première année Cours de Microéconomie Première interrogation de contrôle continu

Mercredi 8 mars 2023

Durée de l'épreuve : 1h30

Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

Exercice 1 (12 points)

On considère une entreprise produisant un bien final en quantité y . Elle se comporte de façon concurrentielle. Sa technologie est représentée par la fonction de production

$$y = \theta L + \theta^2 K,$$

où L est le nombre d'heures travaillées, K la quantité de capital utilisée, et θ un paramètre positif qui rend compte de la plus ou moins grande efficacité de la production. On note w le coût unitaire du travail et r le coût unitaire du capital. Le prix du bien final est normalisé à 1.

1. (1 point) Calculez le taux marginal de substitution technique et représentez graphiquement une isoquante dans le repère (L, K) . Dans quelle mesure θ peut-il être vu comme impliquant un biais technologique en faveur du capital ?
2. (3 points) Déterminez les demandes conditionnelles de facteurs.

Le marché du travail est concurrentiel, et les offres de capital et de travail sont inélastiques et égales respectivement à $\bar{K}$ et $\bar{L}$.

3. (1 point) Montrez que

$$\frac{w}{r} = \frac{1}{\theta}$$

lorsque les marchés des facteurs de production se trouvent à l'équilibre. Comment une hausse de θ affecte-t-elle la rémunération relative des facteurs ? Expliquez.

L'entreprise peut maintenant influencer sa technologie en choisissant le paramètre θ . L'acquisition de la technologie θ coûte $C\theta^2/2$, avec C une constante positive.

4. (1 point) Ecrivez le profit de l'entreprise en fonction des quantités de facteurs utilisées, des coûts des facteurs et du paramètre θ .
5. (1 point) Montrez que le profit est concave en θ si C est suffisamment élevé. On supposera dorénavant que cette condition est satisfaite.
6. (3 points) Quel le meilleur choix de θ pour l'entreprise, lorsqu'elle est confrontée à des prix des facteurs (r, w) quelconques ?
7. (1 point) Que devient le choix optimal de θ lorsque les marchés des facteurs sont à l'équilibre.
8. (1 point) Calculez l'effet, à l'équilibre et pour la technologie optimale, d'une hausse de l'offre de capital sur la rémunération relative du capital. Expliquez.

Exercice 2 (8 points)

Nous considérons la fonction de coût

$$C(y, w_1, w_2) = y[(w_1)^\alpha + (w_2)^\alpha]^{\frac{1}{\beta}}$$

où w_i désigne le coût unitaire du facteur i , et α et β sont deux paramètres, $0 < \alpha < 1$.

1. (2 points) Quelle relation unit les deux paramètres α et β ?
2. (3 points) Calculez les demandes conditionnelles de facteurs que l'on notera $x_1(y, w_1, w_2)$ et $x_2(y, w_1, w_2)$?
3. (3 points) Déduisez-en la fonction de production associée à cette fonction de coût. (Vous pourrez pour cela utiliser les expressions du rapport des coûts des facteurs obtenues dans la question précédente en fonction des quantités y , x_1 et x_2 .)