
Université de Paris I

Magistère d'Economie - Première année

Cours de Microéconomie

Interrogation de contrôle continu 2

Mercredi 24 avril 2024

Durée de l'épreuve : 1,5h

Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

Exercice 1 (6 points)

On considère un agent économique qui dispose d'une richesse W qu'il peut placer soit dans un placement sans risque de rendement nul (un euro placé rapporte un euro) soit dans un placement risqué qui rapporte, pour un euro placé, $1 + \bar{r}$ avec probabilité p et $1 + \underline{r}$ avec probabilité $1 - p$. On suppose que $\bar{r} > 0 > \underline{r}$ et $p\bar{r} + (1 - p)\underline{r} > 0$. Cet agent a des préférences représentées par une fonction VNM $u(x) = \ln x$.

Déterminer le montant optimal placé par cet agent dans le placement risqué.

Exercice 2 (4 points)

On considère l'inventeur d'un médicament. Une fois commercialisé, ce médicament peut rapporter une somme monétaire $y_1 > 0$ avec probabilité p et $y_2 > y_1$ avec probabilité $1 - p$. L'inventeur a des préférences qui peuvent être représentées par la fonction de Von Neumann et Morgenstern $u(x) = x^b$ avec $0 < b < 1$. On note Q le prix de vente du médicament.

1. L'inventeur acceptera-t-il de vendre le médicament à un prix $Q = py_1 + (1 - p)y_2$ (2 points)
2. Un acheteur potentiel accepterait-il d'acheter le médicament à un prix $Q = py_1 + (1 - p)y_2$? (2 points)

Exercice 3 (5 points)

On considère un agent dont les préférences sont représentées par une fonction de VNM $u(x)$ strictement concave. Cet individu souhaite commercialiser un produit. Le bénéfice de cette commercialisation dépend de l'état du marché. Si le marché est dans l'état A, le bénéfice est de 300 ou de 200 avec la même probabilité $\frac{1}{2}$. Si le marché est dans l'état B, le bénéfice est de 100 ou de 50 avec la même probabilité $\frac{1}{2}$. Les deux états sont équi-probables. Un expert peut permettre à l'agent d'adapter la technique de commercialisation selon l'état de la nature. Dans l'état A, l'aide de l'expert permet d'obtenir 250 avec certitude et dans l'état B, l'aide de l'expert permet d'obtenir 80 avec certitude.

1. Cet individu est-il prêt à payer pour obtenir l'aide de cet expert ? (3 points)
2. Votre réponse à la question précédente changerait-elle si l'individu était neutre au risque ? (2 point)

Exercice 4 (5 points)

On considère un agent faisant face à un risque de dommage d'un montant $D > 0$ avec probabilité p et un risque de dommage $K > 0$ avec probabilité q . Les deux risques sont indépendants. Seul le premier risque est assurable. Une compagnie propose un contrat d'assurance avec une indemnité égale à $I \geq 0$ versée en cas de dommage D , en échange du paiement d'une prime égale à pI . Le revenu hors dommage de l'agent est égal à $R > K + D$. Les préférences de cet agent peuvent être représentées par une fonction de VNM $u(x) = -\exp(-x)$.

1. Montrer que l'agent choisit un montant d'indemnité I égal à D . (4 points)
2. Commenter ce résultat. (1 point)

Eléments de correction

Exercice 1 (6 points)

On considère un agent économique qui dispose d'une richesse W qu'il peut placer soit dans un placement sans risque de rendement nul (un euro placé rapporte un euro) soit dans un placement risqué qui rapporte, pour un euro placé, $1 + \bar{r}$ avec probabilité p et $1 + \underline{r}$ avec probabilité $1 - p$. On suppose que $\bar{r} > 0 > \underline{r}$ et $p\bar{r} + (1 - p)\underline{r} > 0$. Cet agent a des préférences représentées par une fonction VNM $u(x) = \ln x$.

Déterminer le montant optimal placé par cet agent dans le placement risqué.

Réponse :

L'agent maximise par rapport à I l'espérance d'utilité égale à :

$$p \ln(W + I\bar{r}) + (1 - p) \ln(W + I\underline{r})$$

On trouve :

$$I = \frac{W \cdot E(r)}{-r\bar{r}}$$

Exercice 2 (4 points)

Un individu a inventé un nouveau médicament. Une fois commercialisé, ce médicament peut rapporter une somme monétaire $y_1 > 0$ avec probabilité p et $y_2 > y_1$ avec probabilité $1 - p$. L'individu a des préférences qui peuvent être représentées par la fonction de Von Neumann et Morgenstern $u(x) = x^b$ avec $0 < b < 1$. Cet individu recherche un acheteur pour commercialiser ce médicament. On note Q le prix de vente du médicament (il ne s'agit pas du prix de vente du médicament pour le consommateur final mais du prix de vente de la formule chimique du médicament destiné ensuite à être commercialisé). Outre le revenu retiré de la vente du médicament, l'individu dispose d'un revenu égal à $w > 0$.

1. L'individu acceptera-t-il de vendre le médicament à un prix $Q = py_1 + (1 - p)y_2$ (2 points)

Réponse : oui car l'agent a de l'aversion pour le risque : l'équivalent certain associé au médicament est inférieur à l'espérance de gain de ce médicament.

2. Un agent économique acceptera-t-il d'acheter le médicament à $Q = py_1 + (1 - p)y_2$? (2 points)

Réponse : oui mais seul un agent neutre au risque ou qui aime le risque acceptera d'acheter le médicament à son espérance de gain.

Exercice 3 (5 points)

On considère un agent dont les préférences sont représentées par une fonction de VNM $u(x)$ strictement concave. Cet individu souhaite commercialiser un produit. Le bénéfice de cette commercialisation dépend de l'état du marché. Si le marché est dans l'état A, le bénéfice est de 300 ou de 200 avec la même probabilité $\frac{1}{2}$. Si le marché est dans l'état B, le bénéfice est de 100 ou de 50 avec la même probabilité $\frac{1}{2}$. Les deux états sont équi-probables. Un expert peut permettre à l'agent d'adapter la technique de commercialisation selon l'état de la nature. Dans l'état A, l'aide de l'expert permet d'obtenir 250 avec certitude et dans l'état B, l'aide de l'expert permet d'obtenir 80 avec certitude.

1. Cet individu est-il prêt à payer pour obtenir l'aide de cet expert ? (3 points)

Réponse : oui car on va montrer que la loterie avec expert est strictement préférée à la loterie sans expert. En effet, la loterie avec expert domine au premier ordre la loterie qui donne avec équi probabilité 250 et 75. Par ailleurs cette dernière loterie domine au second ordre la loterie initiale. En effet, la loterie initiale est obtenue en ajoutant un risque de moyenne nulle aux résultats certains 250 (50 et -50 avec équiprobabilité) et 75 (25 et -25 avec équiprobabilité).

2. Votre réponse à la question précédente changerait-elle si l'individu était neutre au risque ? (2 point)

Réponse : Non car la loterie avec expert a une espérance de gain strictement supérieure à celle sans expert.

Exercice 4 (5 points)

On considère un agent faisant face à risque de dommage d'un montant $D > 0$ avec probabilité p et un risque de dommage $K > 0$ avec probabilité q . Les deux risques sont indépendants. Seul le premier risque est assurable. Une compagnie propose une indemnité I en cas de dommage D en échange du paiement d'une prime égale à pI . Le revenu hors dommage de l'agent est égal à $R > K + D$. Les préférences de cet agent peuvent être représentées par une fonction de VNM $u(x) = -\exp -x$.

1. Montrer que l'agent choisit une indemnité égale à D . (4 points)

Réponse : l'espérance d'utilité s'écrit :

$$pqu(R - D - K + (1 - p)I) + p(1 - q)u(R - D + (1 - p)I) + (1 - p)qu(R - K - pI) + (1 - p)(1 - q)u(R - pI)$$

La maximisation par rapport à I donne comme condition du premier ordre :

$$p(1 - p)qu'(R - D - K + (1 - p)I) + p(1 - p)(1 - q)u'(R - D + (1 - p)I) - (1 - p)pqu'(R - K - pI) - p(1 - p)(1 - q)u'(R - pI) = 0$$

En remplaçant $u'(x)$ par $\exp(-x)$, on montre facilement que cette égalité est vraie pour $I = D$.

2. Commenter ce résultat. (1 point)

Réponse : ce résultat est surprenant car malgré le second risque non assurable, l'agent n'adapte pas sa demande d'assurance. On peut deviner que cela est dû à la fonction CARA.