
Université de Paris I

Magistère d'Economie - Première année Cours de Microéconomie Interrogation de contrôle continu 1

Mercredi 9 octobre 2024

Durée de l'épreuve : 1h15

Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

On considère un agent dont les préférences portent sur un unique bien de consommation et sur le temps de loisir. Elles sont représentées par la fonction d'utilité

$$U(L, C) = C - \frac{n^{-\frac{1}{e}}}{1 + \frac{1}{e}} (T - L)^{1 + \frac{1}{e}}$$

où e et n sont deux paramètres ($e > 0$ et $n > 0$). On note C la quantité de bien de consommation et L le nombre d'heures de loisir. Le temps de loisir ne peut excéder le temps total T disponible, et la différence $\ell = T - L$ correspond à des heures travaillées. Le taux de salaire horaire est noté w et le prix du bien de consommation est égal à 1. L'agent ne dispose d'aucun autre revenu que celui de son travail. Dans tout l'exercice on ne considérera **que les solutions intérieures**.

1. Calculer le TMS (la quantité de biens que l'agent doit consommer en plus pour maintenir son utilité constante lorsqu'il réduit son temps de loisir d'une heure). Montrez qu'une hausse de n réduit la valeur de ce taux marginal de substitution (TMS). (1 point)
2. Déterminez l'offre de travail optimale. Calculez l'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire. (5 points)

On suppose à présent, et pour tout le reste de l'exercice, que $w = 1$.

3. Montrez qu'à l'optimum de l'agent, si $n = R$, le nombre d'heures travaillées est égal à R . (1 point)
4. Dédurre de la question précédente qu'à l'optimum de l'agent, si $n > R$, le nombre d'heures travaillées est strictement supérieur à R . (1 point)

On considère à présent que le revenu salarial est taxé au taux t s'il dépasse strictement le montant R avec $0 < R < T$. Si le nombre d'heures travaillées est égal à ℓ , le revenu salarial net est alors égal à :

$$\begin{cases} \ell & \text{si } \ell \leq R \\ R + (\ell - R)(1 - t) & \text{si } \ell > R \end{cases}$$

5. Représentez soigneusement la contrainte budgétaire de l'agent dans le plan (L, C) . Expliquez pourquoi la pente change pour une valeur critique de L que vous préciserez. (4 points)
6. Calculer le TMS pour le panier $(L = T - R; C = R)$. Montrer que ce TMS est compris entre $1 - t$ et 1 si $R \leq n \leq \frac{R}{(1-t)^e}$. (1 point)
7. Dédurre de la question précédente que pour $R \leq n \leq \frac{R}{(1-t)^e}$, le choix optimal de l'agent consiste à travailler un nombre d'heures égal à R . (3 points)

On considère que tous les agents de l'économie ont les mêmes préférences avec le même paramètre e mais se distinguent par le paramètre n .

8. A partir de vos réponses aux questions précédentes, montrez que les agents pour lesquels n est dans l'intervalle $\left[R; \frac{R}{(1-t)^e}\right]$ ont un même revenu salarial égal à R . (1 point)
9. On observe souvent une concentration d'individus pour des niveaux de revenus pour lesquels le taux d'imposition change. Vos réponses aux questions précédentes permettent-elles de rendre compte de ce phénomène ? (1,5 points)
10. Selon les résultats de l'exercice, une élasticité de l'offre de travail élevée accroît-elle ou atténue-t-elle le phénomène de concentration décrit à la question précédente ? (1,5 point)

Eléments de correction

1. Calculer le TMS (la quantité de biens que l'agent doit consommer en plus pour maintenir son utilité constante lorsqu'il réduit son temps de loisir d'une heure). Montrez qu'une hausse de n réduit la valeur de ce taux marginal de substitution (TMS). (1 point)
Réponse : $\text{TMS} = n^{-\frac{1}{e}}(T - L)^{\frac{1}{e}}$.
2. Déterminez l'offre de travail optimale. Calculez l'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire. (5 points)
Réponse : A l'optimum, $\text{TMS} = w$ soit $T - L = l = w^e n$. L'élasticité est égale à e .
3. Montrez qu'à l'optimum de l'agent, si $n = R$, le nombre d'heures travaillées est égal à R . (1 point)
Réponse : on a trouvé $l = w^e n = n$.
4. Dédurre de la question précédente qu'à l'optimum de l'agent, si $n < R$, le nombre d'heures travaillées est strictement supérieur à R . (1 point)
Réponse : si n augmente, le TMS diminue. La demande de loisir sera donc plus faible et l'offre de travail plus élevée. On en déduit donc que pour $n > R$, l'offre de travail est supérieure à R .
5. Représentez soigneusement la contrainte budgétaire de l'agent dans le plan (L, C) . Expliquez pourquoi la pente change pour une valeur critique de L que vous préciserez. (4 points)
Réponse : Pour $l \leq R$ ou donc pour $L \geq T - R$, le revenu n'est pas taxé. On a la contrainte budgétaire standard : $C + L = T$. Pour $l > R$ ou donc pour $L < T - R$, le revenu est taxé. On a la contrainte budgétaire : $C = R + (l - R)(1 - t) = R + (T - L - R)(1 - t)$ ou $C + (1 - t)L = T(1 - t) + Rt$. La pente devient égale à $(1 - t)$. Elle est plus faible en valeur absolue. La valeur critique est $L = T - R$. Cela vient du fait que pour $l > R$, toute heure de travail supplémentaire est taxé au taux t .
6. Calculer le TMS pour le panier $(L = T - R; C = R)$. Montrer que ce TMS est compris entre $1 - t$ et 1 si $R \leq n \leq \frac{R}{(1-t)^e}$. (1 point)
Réponse : Le TMS vaut $n^{-\frac{1}{e}} R^{\frac{1}{e}}$. On a $(1 - t) \leq n^{-\frac{1}{e}} R^{\frac{1}{e}} \leq 1$ ssi $R \leq n \leq \frac{R}{(1-t)^e}$.
7. Dédurre de la question précédente que pour $R \leq n \leq \frac{R}{(1-t)^e}$, le choix optimal de l'agent consiste à travailler un nombre d'heures égal à R . (3 points)
Réponse : On en déduit donc que le panier $L = T - R$ et $C = R$ est optimal pour cet intervalle de n . Explication : pour le panier $(T - R; R)$ soit au coude la contrainte budgétaire, (i) le TMS est supérieur à $(1 - t)$: cela signifie que l'agent souhaite travailler moins mais (ii) le TMS est aussi inférieur à 1, cela signifie que l'agent souhaite travailler plus. Il est donc à l'optimum lorsqu'il choisit $L = T - R$ et $C = R$.
8. A partir de vos réponses aux questions précédentes, montrez que les agents avec un n dans l'intervalle $\left[R; \frac{R}{(1-t)^e}\right]$ ont un même revenu salarial égal à R . (1 point)
Réponse : Directe de la question précédente.
9. On observe souvent une concentration d'individus pour des niveaux de revenus pour lesquels le taux d'imposition change. Vos réponses aux questions précédentes permettent-elles de rendre compte de ce phénomène ? (1,5 point)
Réponse : des agents avec des préférences différentes choisissent le même panier optimal du fait du changement de pente pour $L = T - R$.
10. Selon les résultats de l'exercice, une élasticité de l'offre de travail élevée accroît-elle ou atténue-t-elle le phénomène de concentration décrit à la question précédente ? (1,5 point)
Réponse : la borne supérieure de l'intervalle augmente si e augmente.