
Université de Paris I
Magistère d'Economie - Première année
Cours de Microéconomie
Interrogation courte de contrôle continu 1 - Sujet A
Jeudi 7 novembre 2024

Durée de l'épreuve : 20 minutes
Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

On considère un agent maximisateur d'espérance d'utilité et doté d'une fonction VNM $u(x) = \sqrt{x}$. Cet agent dispose d'une richesse W et fait face à un risque de dommage égal à $\frac{5}{9}W$. Le dommage survient avec probabilité $\frac{1}{2}$. Une compagnie d'assurance propose un contrat permettant d'obtenir une indemnité, I , égale à une part α de la richesse W ($I = \alpha W$) en cas de dommage en l'échange du paiement d'une prime égale à $q\alpha W$ où q est un paramètre ($0 < q < 1$).

L'agent choisit la part $\alpha \geq 0$ de la richesse qu'il souhaite assurer.

Déterminer la part de la richesse que l'agent souhaite assurer (ne pas se préoccuper de solution en coin éventuelle). A quelle condition sur q cette part est-elle positive ?

Université de Paris I
Magistère d'Economie - Première année
Cours de Microéconomie
Interrogation courte de contrôle continu 1 - Sujet B
Jeudi 7 novembre 2024

Durée de l'épreuve : 20 minutes
Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

On considère un agent maximisateur d'espérance d'utilité et doté d'une fonction VNM $u(x) = \sqrt{x}$. Cet agent dispose d'une richesse W et fait face à un risque de dommage égal à βW avec β un paramètre ($0 < \beta < 1$). Le dommage survient avec probabilité $\frac{1}{2}$. Une compagnie d'assurance propose un contrat permettant d'obtenir une indemnité, I , égale à une part α de la richesse W ($I = \alpha W$) en cas de dommage en l'échange du paiement d'une prime égale à $\frac{2}{3}\alpha W$.

L'agent choisit la part $\alpha \geq 0$ de la richesse qu'il souhaite assurer.

Déterminer la part de la richesse que l'agent souhaite assurer (ne pas se préoccuper de solution en coin éventuelle). Cette part est-elle supérieure ou inférieure à β ?

Eléments de correction

1. Sujet A

Le revenu de l'agent peut prendre deux valeurs. En cas de dommage : $W - \frac{5}{9}W + \alpha W - q\alpha W$ et sans dommage : $W - q\alpha W$.

L'agent cherche la valeur de α qui maximise l'espérance d'utilité de ce revenu aléatoire.

Son programme est donc de maximiser en α :

$$\frac{1}{2}\sqrt{W\left(\frac{4}{9} + \alpha(1-q)\right)} + \frac{1}{2}\sqrt{W(1-q\alpha)}$$

On obtient :

$$\alpha = \left[\left(\frac{1-q}{q} \right)^2 - \frac{4}{9} \right] \left[\frac{q}{1-q} \right]$$

On en déduit que $\alpha \geq 0$ ssi $q \leq \frac{3}{5}$

2. Sujet B

Le revenu de l'agent peut prendre deux valeurs. En cas de dommage : $W - \beta W + \alpha W - \frac{2}{3}\alpha W$ et sans dommage : $W - q\frac{2}{3}W$.

L'agent cherche la valeur de α qui maximise l'espérance d'utilité de ce revenu aléatoire.

Son programme est donc de maximiser en α :

$$\frac{1}{2}\sqrt{W\left(1 - \beta + \frac{\alpha}{3}\right)} + \frac{1}{2}\sqrt{W\left(1 - \frac{2}{3}\alpha\right)}$$

On obtient :

$$\alpha = \frac{4\beta - 3}{2}$$

On vérifie facilement que logiquement (prime chargée) $\alpha < \beta$.