
Université de Paris I

Magistère d'Economie - Première année Cours de Microéconomie Interrogation de contrôle continu 2

Mercredi 20 novembre 2024

Durée de l'épreuve : 1h15 minutes

Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

Exercice 1 (5 points)

Un agent dispose d'une richesse de 300 et fait face à un risque de dommage. Le dommage peut être de 50, 100 ou 200 avec la même probabilité $\frac{1}{4}$. Une compagnie propose deux contrats d'assurance pour une même prime de 80. Le contrat A propose un remboursement total avec une franchise de 50. Le contrat B propose un remboursement de 200 en cas de dommage de 200 mais aucun remboursement pour des dommages de 50 ou 100.

Quel contrat préfère un individu maximisateur d'espérance d'utilité et averse au risque ? Justifier formellement votre réponse.

Exercice 2 (7 points)

On considère un agent maximisateur d'espérance d'utilité dont la fonction de VNM est notée $u(x)$ et est strictement concave. Cet agent a la possibilité de placer un revenu monétaire w entre deux actifs risqués. On suppose qu'il n'y a pas d'actif sans risque de sorte que l'agent est contraint de répartir son revenu entre les deux actifs risqués. Le rendement d'un actif risqué est le suivant : pour un euro placé, il rapporte 2 euros avec probabilité p et 0 avec probabilité $1 - p$. Les distributions de ces deux actifs sont indépendantes.

1. Déterminer les différents montants du revenu en fonction du montant I investi dans l'actif 1 en précisant les différentes probabilités associées.
2. Déterminer le montant optimal placé dans chacun des deux actifs.

Exercice 3 (8 points)

Un consommateur vit deux périodes. Il dispose pendant la première période de sa vie d'un revenu y et ne perçoit aucun revenu pendant la deuxième période de sa vie. Ses préférences sont représentées par la fonction d'utilité intertemporelle suivante :

$$\left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)^{-1} (C_1)^{1-\frac{1}{\sigma}} + \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)^{-1} (C_2)^{1-\frac{1}{\sigma}}$$

où σ est un paramètre avec $\sigma > 0$.

On note C_t la consommation d'un unique bien à la période t ($t = 1, 2$). Le prix de ce bien est égal à 1 aux deux périodes. L'individu a la possibilité d'épargner au taux nominal $i > 0$. Par ailleurs, le revenu de l'épargne (iS si le montant épargné est noté S) est taxé au taux $t > 0$ avec l'objectif de stimuler la consommation de première période.

1. Ecrire la contrainte budgétaire intertemporelle. Expliquer les niveaux des prix des biens.
2. Déterminer les consommations optimales.
3. Quel est l'effet d'une hausse de t sur la consommation de première période ? Expliquer ce résultat.

Eléments de correction

Exercice 1

Le contrat A se traduit par le revenu aléatoire suivant :

- ✓ 220 avec probabilité $\frac{1}{4}$
- ✓ 170 avec probabilité $\frac{3}{4}$

Le contrat B se traduit par le revenu aléatoire suivant :

- ✓ 220 avec probabilité $\frac{1}{2}$
- ✓ 170 avec probabilité $\frac{1}{4}$
- ✓ 120 avec probabilité $\frac{1}{4}$

Le contrat B équivaut au contrat A dans lequel, au lieu d'obtenir 170, l'agent obtient 170 plus une loterie de moyenne nulle qui lui donne 50, 0 ou -50 avec probabilité $\frac{1}{3}$. Le contrat A domine donc le contrat B au sens de la dominance stochastique du second ordre. Un agent VNM averse au risque préfère donc le contrat A au contrat B.

Exercice 2

1. Le revenu peut prendre quatre valeurs différentes. On note I le montant investi dans l'actif 1.
 - ✓ $2(W - I) + 2I = 2W$ avec probabilité p^2
 - ✓ $2I$ avec probabilité $p(1 - p)$
 - ✓ $2(W - I)$ avec probabilité $p(1 - p)$
 - ✓ 0 avec probabilité $(1 - p)^2$
2. L'agent maximise l'espérance d'utilité donnée égale à $p^2u(2W) + p(1 - p)u(2I) + (1 - p)pu(2W - 2I) + (1 - p)^2u(0)$. La condition d'optimalité s'écrit $u'(2I) = u'(2W - 2I)$. On en déduit donc que $I = \frac{1}{2}W$. L'agent diversifie le risque.

Exercice 3

1. La contrainte budgétaire de première période s'écrit $C_1 + S = y$ et celle de deuxième période $C_2 = S + i(1 - t)S$. La contrainte intertemporelle est donc $C_1 + \frac{1}{1+i(1-t)}C_2 = y$. La taxe sur le revenu de l'épargne équivaut à augmenter le prix de la consommation de deuxième période.
2. Les conditions d'optimalité sont $\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = 1 + i(1 - t)$ et la contrainte budgétaire intertemporelle. On en déduit facilement que $C_1 = y(1 + (1 + i(1 - t))^{\sigma-1})^{-1}$. On en déduit qu'une hausse de t n'accroît C_1 que si σ est supérieur à 1. En effet, une hausse de t a un effet de substitution (hausse de C_1) mais aussi un effet de revenu (baisse du revenu intertemporel donc baisse de C_1). Le premier effet domine si l'élasticité de substitution intertemporelle est suffisamment élevée.