

Microéconomie
Magistère, Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Mercredi 15 janvier 2025
Durée: 2 heures
Aucun document autorisé

Exercice 1 (5 points)

On considère un individu susceptible d'entreprendre une activité illégale. Cette activité illégale rapporte à l'individu un bénéfice monétaire égal à $b > 0$. Si l'activité illégale est adoptée, elle est détectée et sanctionnée avec probabilité p . La sanction monétaire est égale à $S > 0$. L'espérance monétaire de sanction est donc égale à $p.S$. L'individu dispose par ailleurs d'un revenu égal à $W > S$. L'individu est maximisateur d'espérance d'utilité et sa fonction de Von-Neuman est notée $u(x)$ avec $u''(x) < 0$. S'il n'adopte pas l'activité illégale, son gain est égal à son seul revenu W . L'agent profite du bénéfice b même si l'activité illégale est détectée et sanctionnée.

1. Préciser à quelle condition l'individu adopte l'activité illégale.

On cherche à déterminer l'impact d'une augmentation de la probabilité de sanction sur le comportement de l'individu, à espérance de sanction inchangée. L'espérance de sanction ($p.S$) est supposée à égale à $K > 0$.

2. Montrer que si l'espérance de sanction est maintenue constante et égale à K , le montant de la sanction est égale à $\frac{K}{p}$.
3. Déterminez si une hausse de la probabilité de sanction encourage ou décourage l'activité illégale, à espérance de sanction inchangée (indication: vous penserez à dériver l'espérance d'utilité et à comparer $f'(x)$ avec $\frac{f(x+\Delta)-f(x)}{\Delta}$ pour $\Delta > 0$ et pour une fonction $f(x)$ concave).

Exercice 2 (5 points)

On considère deux magasins et deux acheteurs. Les deux magasins proposent le même bien. Chaque magasin ne peut vendre qu'une seule unité. Un acheteur souhaite acheter une unité du bien. On note p_i le prix fixé pour une unité de bien par le magasin i avec $i = 1, 2$. On suppose sans perte de généralité que $0 \leq p_2 \leq p_1 < 1$. Les deux acheteurs observent les deux prix et doivent déterminer simultanément le magasin où se rendre pour acheter le bien. Le gain d'un acheteur est le suivant:

(a) Si un acheteur est le seul à se rendre au magasin i , il obtient le bien au prix p_i et a un gain égal à $1 - p_i$.

(b) Si un acheteur se rend au même magasin i que l'autre acheteur, il obtient le bien au prix p_i avec probabilité $\frac{1}{2}$ et a un gain égal à $\frac{1}{2}(1 - p_i)$.

Les prix sont exogènes. Les deux seuls joueurs sont les deux acheteurs qui ont comme stratégie de se rendre au magasin 1 ou au magasin 2.

1. Représenter le jeu sous forme normale (sous la forme d'un tableau de gains).
2. Déterminer tous les équilibres de Nash de ce jeu en stratégie mixte comme en stratégie pure lorsque $p_2 - 2p_1 + 1 > 0$.
3. Déterminer tous les équilibres de Nash de ce jeu en stratégie mixte comme en stratégie pure lorsque $p_2 - 2p_1 + 1 \leq 0$.

Exercice 3 (10 points)

L'accès aux prestations sociales implique souvent des démarches administratives perçues comme inutilement complexes, ce qui pourrait représenter une barrière pour les bénéficiaires les plus vulnérables. Cet exercice discute la désirabilité de ces démarches. On considère une agence devant allouer un budget de B euros, $B > 0$ donné. Les bénéficiaires diffèrent selon qu'ils sont plus ou moins découragés par les formalités qu'ils doivent remplir. La désutilité est de θy euros pour un bénéficiaire de type θ , $\theta \geq 0$, faisant face à des formalités y , $y \geq 0$. Il y a $F(\theta)$ agents ayant un type inférieur ou égal à θ , et l'on note $f(\theta)$ la densité associée. L'agence propose deux options, entre lesquelles les bénéficiaires doivent choisir : la première (option 1) consiste à verser t euros sans aucune formalité, la seconde (option 2) associe au versement de T euros des formalités $y \geq 0$. L'utilité d'un agent est égale au transfert qu'il reçoit net de la désutilité éventuelle des formalités (mesurée en euros).

1. Montrez que les deux options coexistent si $T > t$ et $y > 0$. Vous supposerez que ces conditions sont satisfaites jusqu'à la quest. 6 ci-dessous. Montrez qu'alors les agents dont le type est inférieur à un seuil $\bar{\theta}$ préfèrent l'option 2 et exprimez $\bar{\theta}$ en fonction de (t, T, y) .
2. L'agence choisit t et la paire (T, y) . Son cherche à rendre la somme pondérée des utilités des bénéficiaires la plus grande possible. On note $a(\theta)$, $a(\theta) \geq 0$, le poids qu'elle attribue à l'utilité de chaque agent de type θ . Ecrivez l'objectif de l'agence.
3. Ecrivez le problème que doit résoudre l'agence pour allouer au mieux son budget B entre les bénéficiaires. On supposera que la mise en oeuvre des formalités administratives incluses dans y n'implique aucun coût financier pour l'agence.
4. Calculez la variation de l'objectif de l'agence qui suivrait une petite hausse dT du transfert prévu dans l'option 2, $dT > 0$ proche de 0. Vous décrierez les différents effets que cette revalorisation implique.
5. Déduisez de la quest. 4 que l'agence devrait distribuer l'intégralité de son budget.
6. Sans perte de généralité, on supposera que la somme des poids que l'agence attribue aux bénéficiaires est égale à 1,

$$\int_0^{+\infty} a(\theta) f(\theta) d\theta = 1.$$

Réécrivez alors l'objectif obtenu quest. 2 en fonction de $(t, \bar{\theta}, y)$.

7. En utilisant le résultat de la quest. 4, réécrivez à nouveau l'objectif, cette fois en fonction de $(\bar{\theta}, y)$.
8. Calculez la valeur de l'objectif si l'agence ne recourt à aucune formalité, c'est-à-dire que tous les agents perçoivent le transfert t .
9. Montrez qu'il est optimal pour l'agence de recourir à des formalités administratives, $y > 0$, s'il existe $\bar{\theta} > 0$ tel que

$$\Phi(\bar{\theta}) = \int_0^{\bar{\theta}} a(\theta) (\bar{\theta} - \theta) f(\theta) d\theta - \bar{\theta} F(\bar{\theta}) > 0.$$

10. Expliquez pourquoi cette condition est satisfaite si l'agence valorise fortement le bien-être des agents souffrant peu des formalités à remplir. En étudiant la fonction $\Phi(\bar{\theta})$ au voisinage de $\bar{\theta} = 0$, vous pourrez montrer formellement qu'il suffit que $a(0) > 2$ pour que ces formalités soient utiles pour l'agence.
11. Expliquez le rôle que jouent les formalités administratives.