Equilibre concurrentiel et défaillances du marché

Stéphane Gauthier
stephane.gauthier@univ-paris1.fr
Université Paris 1 Panthéon Sorbonne
Licence 2 – DIVISION 1

Année universitaire 2025-26

Résumé

Cette brochure regroupe l'ensemble des énoncés de travaux dirigés du cours. Vous trouverez dans certains cas plusieurs problèmes associés au même TD. Le choix du problème traité sera laissé à la discrétion de votre chargé de TD ; les problèmes restants vous sont donnés à titre d'exercices supplémentaires d'entraînement. Plusieurs énoncés reprennent des sujets donnés en partiel les années précédentes.

Les TDs débuteront la semaine du 29 septembre 2025 ; 10 séances de 1h30 chacune sont prévues.

Mise en garde : les thèmes traités en division 2 sont similaires mais ils sont abordés dans un ordre différent, et mettent plus l'accent sur les aspects d'équilibre général qui ne seront vus qu'en fin de cours magistral en division 1 (séances 9 à 12 et TD7). La brochure diffusée en division 2 sera donc utilisable en division 1, et vous fournira des exercices d'entraînement supplémentaires, mais en fin de semestre seulement.

TD1. L'offre des entreprises en équilibre partiel

On considère une entreprise j devant supporter le coût

$$c_j(y) = a_j y + \frac{1}{2} b_j y^2$$

pour produire $y \geq 0$ unités d'un bien final, avec $a_j > 0$ et $b_j > 0$ deux constantes.

1. Montrez que la fonction de coût est croissante et convexe.
2. Représentez cette fonction dans un repère où y est en abcisse et où l'axe des ordonnées correspond à des grandeurs mesurées en euros.
3. Exprimez le changement de coût qu'implique la production de $dy > 0$ biens supplémentaires, où dy est proche de 0, en fonction de y, des paramètres a_j et b_j, et du montant dy. A quoi est-il égal si l'entreprise produisait $y = 100$ unités de bien final lorsqu'elle a choisi d'augmenter sa production de $dy = 1$ unité de bien ? Représentez graphiquement les conséquences de cette modification de la production sur le coût.
4. Soit $p > 0$ le prix du bien final. Quelle est l'offre $y_j(p)$ de l'entreprise j ?
5. Supposons que le prix change d'un petit montant, de p_0 à $p_1 = p_0 + dp$, $dp > 0$. Exprimez la réaction de l'offre de l'entreprise en fonction de b_j et dp.
6. Représentez graphiquement l'impact du changement de prix sur l'offre de l'entreprise j lorsque $a_j < p$.
7. Quel est le profit $\pi_j(p)$ maximal que cette entreprise obtient au prix p ?
8. Soit $p_0 > a_j$. Exprimez la réaction du profit au changement de prix de p_0 à p_1 en fonction de p_0, dp et des deux paramètres a_j et b_j. Représentez graphiquement cette perturbation.
9. Lorsque J entreprises sont présentes sur le marché, sont-elles toutes actives ? Supposons que $a_j = j$ pour tout $j = 1, \ldots, J$. Quelle est la fonction d'offre agrégée $Y(p)$?

TD2. Equité et efficacité des aides aux entreprises en difficulté

On considère un marché sur lequel deux entreprises $j = 1, 2$ se comportent de façon concurrentielle. Leurs technologies sont caractérisées par les fonction de coût $c_j(y)$, avec

$$c_1(y) = \frac{y^2}{2}, \quad c_2(y) = y + \frac{y^2}{2}.$$

où y le nombre d'unités de bien produites. Pour simplifier, on supposera qu'il n'y a qu'un seul consommateur, propriétaire des entreprises, et disposant initialement du revenu $\bar{m}$. Ses préférences sont représentées par la fonction d'utilité

$$u(x) + m = 2\sqrt{x} + m$$

lorsqu'il consomme x unités du bien et conserve m euros (qu'il peut consacrer à l'achat d'autres biens).

1. L'offre
   (a) Montrez que l'entreprise 1 est active pour tout prix positif, tandis que l'entreprise 2 est inactive lorsque $p < 1$.
   (b) Quelle est la fonction d'offre $y_j(p)$ de l'entreprise j ?
   (c) Quelle est la fonction d'offre agrégée $Y(p) = y_1(p) + y_2(p)$ sur le marché ? Représentez-la dans un plan où les quantités sont en abcisse et les prix en ordonnées.
2. La demande
   (a) Ecrivez la contrainte budgétaire du consommateur. En utilisant cette contrainte, écrivez l'utilité du consommateur sans faire référence à l'encaisse monétaire m.
   (b) En maximisant l'utilité trouvée dans la question précédente, montrez que la fonction de demande agrégée est

   $$X(p) = 1/p^2.$$

   Représentez-la dans un plan où les quantités sont en abcisse et les prix en ordonnées.
3. L'équilibre
   (a) Soit p^* le prix d'équilibre. Quelle est l'équation donnant ce prix si $p^* < 1$? Que devient cette équation si $p^* \geq 1$?
   (b) Montrez que $p^* = 1$. Quelle est la production de chaque entreprise à l'équilibre ?

4. L'OPTIMUM

   On s'intéresse maintenant aux propriétés d'optimalité de l'équilibre : à quelles recommandations quant à l'activité des entreprises nous conduit l'application d'un critère marshallien ?

   (a) Calculez le surplus brut et le surplus net du ménage s'il consomme x unités du bien. Représentez-les graphiquement en vous référant à son utilité marginale.

   (b) Supposons que la puissance publique souhaite faire produire aux entreprises une quantité totale y du bien. Comment devrait-elle répartir cette quantité entre les deux entreprises ?

   (c) En utilisant le résultat de la question 4.b., écrivez le coût de production de $c(y)$ de y unités du bien.

   (d) Ecrivez alors le programme donnant les optima marshalliens et caractérisez ces optima. Commentez.

5. *Optionnelle – à traiter après le chapitre 3.* L'activité de l'entreprise 2 rentre dans le cadre d'une politique industrielle qui cherche à la sauvegarder. Cette politique doit s'adresser à l'ensemble du secteur. Pour cela, une subvention s est versée à tous les producteurs : lorsque les consommateurs payent le bien au prix q, les producteurs reçoivent $p = q + s$ euros sur chaque unité.

   (a) Exprimez la nouvelle fonction d'offre agrégée en fonction du prix q payé par les consommateurs.

   (b) Représentez la nouvelle fonction d'offre et la fonction d'offre avant subvention dans un plan où les quantités sont en abcisse et le prix q est en ordonnées. Comment change le prix d'équilibre reçu par les producteurs lorsque la subvention est mise en place ?

   (c) Ecrivez l'équation d'égalité entre l'offre et la demande lorsque $s > 0$.

   (d) Exprimez le changement de prix dq^* en fonction du changement de la subvention ds pour une petite subvention ($s \simeq 0$). Montrez que, pour $q^* = 1$ et $s = 0$, ce changement est
   $$dq^* = -\frac{1}{2}ds.$$

   (e) De combien le prix reçu par les producteurs change-t-il ?

   (f) Calculez la perte sociale de Harberger. Peut-on dire que la politique de subvention est d'autant plus appréciable qu'elle bénéficie aux consommateurs ?

TD2. Ursula et les féeries électriques

Dans une note publiée en septembre dernier [1], la Commission Européenne

> 0.3 propose un plafond temporaire de recettes pour les producteurs d'électricité 'inframarginaux', à savoir ceux recourant à des technologies à moindre coût, telles que les énergies renouvelables, le nucléaire et le lignite, qui fournissent de l'électricité au réseau à un coût inférieur au niveau de prix fixé par les producteurs 'marginaux' plus chers. Ces producteurs inframarginaux ont réalisé des recettes exceptionnelles, alors que leurs coûts d'exploitation sont restés relativement stables, étant donné que les centrales au gaz coûteuses ont entraîné une hausse du prix de gros de l'électricité qu'ils reçoivent. La Commission propose de fixer le plafond des recettes inframarginales à 180 euros/MWh. Cela permettra aux producteurs de couvrir leurs investissements et leurs coûts d'exploitation sans compromettre les investissements dans de nouvelles capacités, conformément à nos objectifs en matière d'énergie et de climat pour 2030 et 2050. Les recettes supérieures au plafond seront perçues par les gouvernements des Etats membres et utilisées pour aider les consommateurs d'énergie à faire baisser le montant de leurs factures.

Sur le marché de l'électricité, les consommateurs demandent $X(p) = 20 - p$ mégawatt-heures (MWh) pour un prix unitaire de p euros. Il y a deux entreprises différentes. L'entreprise 1 produit l'électricité à partir d'énergie nucléaire. Elle doit dépenser $y^2/2$ euros pour produire $y \geq 0$ MWh. Le coût de production de l'entreprise 2, qui utilise l'énergie thermique au gaz, est $y + y^2/2$ euros pour y MWh.

I. Équilibre

1. (a) Quelle est l'offre $y_1(p)$ de l'entreprise 1 au prix p ? (b) Montrez que l'entreprise 2 préfère rester inactive lorsque $p \leq 1$. (c) Déduisez-en l'offre $y_2(p)$ de cette entreprise au prix p.
2. Ecrivez l'offre agrégée $Y(p)$ en fonction du prix p.
3. Quel serait le prix d'équilibre si l'entreprise 1 était la seule à produire l'électricité ? Montrez que l'entreprise 2 préfèrerait être active à ce prix. Qu'en concluez-vous ?
4. Quel serait le prix d'équilibre si les deux entreprises produisaient l'électricité ? Représentez l'offre agrégée, la demande et le prix d'équilibre dans un plan où le nombre de MWh figure sur l'axe des abcisses.
5. Calculez le profit de chaque entreprise ainsi que le surplus des consommateurs à l'équilibre. Pourquoi l'entreprise 1 engrange-t-elle toujours des profits plus importants que l'entreprise 2 ?

1. Commission européenne, Prix de l'énergie : La Commission propose une intervention d'urgence sur le marché pour réduire les factures des Européens, Communiqué de presse, Bruxelles, le 14 septembre 2022. Accessible à https ://france.representation.ec.europa.eu/informations

II. Effets distributifs d'une hausse des coûts

Un conflit impliquant un grand producteur de gaz conduit à un renchérissement du coût de production de l'entreprise 2, qui passe à $c_1 y + y^2/2$ euros.

1. Soit $c_1 = 4$ euros. Que se passe-t-il sur le marché ? Comment les profits des entreprises et le surplus des consommateurs sont-ils affectés ?
2. Reprenez la question précédente pour une hausse du coût plus forte : $c_1 = 16$ euros.
3. Peut-on dire que le producteur d'électricité d'origine nucléaire bénéficie d'un relèvement des coûts de production de l'électricité à partir de gaz ?

III. Politiques de limitation des profits

On supposera dorénavant que $c_1 = 4$. Les différences mises en évidence dans la partie précédente incitent la puissance publique à chercher des moyens de limiter les recettes des entreprises. Elle envisage pour cela deux manières d'introduire un prix plafond que l'on notera s, $s > c_1$.

III. A. Plafonnement du prix

Une entreprise vendant y MWh au prix p doit acquitter une taxe égale à $p - s$ euros par unité produite lorsque $p \geq s$. Elle ne paye pas d'impôt lorsque $p < s$.

1. Ecrivez le profit après impôt de chaque entreprise lorsque la puissance publique choisit un prix plafond s inférieur au prix de marché, $s \leq p$.
2. Calculez l'offre de chaque entreprise ainsi que l'offre agrégée au prix p lorsque $s \leq p$.
3. Quel est le prix d'équilibre p^* lorsque la puissance publique prélève effectivement des taxes sur les entreprises $(s \leq p^*)$?
4. On suppose que $s \leq p^*$. Montrez que le surplus des consommateurs évalué au prix p^* baisse lorsque la puissance publique réduit le prix plafond s qu'elle impose aux entreprises. Interprétez.
5. Comment varie le surplus des consommateurs avec le prix plafond s si la puissance publique reverse aux consommateurs la recette fiscale dégagée sur les entreprises ? Pensez-vous que ce résultat soit celui que recherche la puissance publique ? Expliquez.

III. B. Taxes forfaitaires

Les résultats obtenus ci-dessus amènent la puissance publique à envisager une autre politique fiscale impliquant un plafonnement du prix pour les entreprises.

1. Supposons que l'entreprise j doive acquitter une taxe forfaitaire de T_j euros. Quelle est l'offre de l'entreprise 1 ? Celle de l'entreprise 2 ?

2. L'autorité souhaite qu'aucune entreprise ne fasse des pertes. Quel est alors le prix d'équilibre ? Calculez les profits de chaque entreprise en fonction de T_1 et T_2.
3. L'autorité choisit de fixer le montant de la taxe à

$$T_j = \begin{cases} (p^* - s)y_j(p^*) & \text{si } p^* \geq s \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

   où p^* est le prix d'équilibre et $y_j(p^*)$ l'offre de l'entreprise j à ce prix. La puissance publique peut-elle confisquer l'intégralité du profit de l'entreprise 1 tout en assurant la viabilité de l'entreprise 2 ?
4. La puissance publique renonce au maintien de l'entreprise 2 sur le marché. Quelle valeur du prix plafond s permet de confisquer tout le profit de l'entreprise 1 ?
5. Concluez sur l'arbitrage entre la taxation des entreprises infra-marginales et le bien-être des consommateurs que la puissance publique doit résoudre.

TD2. Perdant au libre choix

Les mesures de politique publique laissent parfois le choix aux usagers d'en bénéficier ou non. C'était par exemple le cas du Prélèvement Forfaitaire Unique sur les revenus du capital mis en place en 2018. L'acceptabilité sociale de la politique est perçue comme étant alors meilleure puisque les usagers, ayant toujours la possibilité de ne pas bénéficier de la mesure, ne devraient pas en souffrir : il suffit pour cela qu'ils optent pour le statu quo. Cet exercice montre que cette idée simple peut être battue en brèche par le marché.

I. Comportements individuels

Chaque entreprise $j = 1, \dots, J$ utilise la même technologie. Chacune doit supporter un coût de $c(y) = y^2/2$ euros lorsqu'elle produit y unités d'un bien. Soit $p > 0$ le prix de ce bien.

1. Quelle est la fonction d'offre individuelle $y_j(p)$ de l'entreprise j ? Quel est son profit au prix p ?

Il y a I consommateurs $i = 1, \dots, I$. Chacun d'eux détient une part égale de chaque entreprise et dispose en outre de $\bar{m}$ euros ; la quantité totale de monnaie est noté $\bar{M}$. Les préférences du consommateur i sont représentées par la fonction d'utilité $b_i \log x + m$ lorsqu'il consomme x unités du bien et conserve m euros, qu'il peut consacrer à l'achat d'autres biens. On suppose que $b_i > 0$ pour tout i.

1. Quel est le revenu du capital perçu par le consommateur i ?
2. Ecrivez la contrainte budgétaire du consommateur i.
3. Après avoir éliminé la référence à sa demande d'encaisse monétaire dans son utilité, calculez sa demande $x_i(p)$ de biens au prix p.
4. Quelle utilité obtient-il au prix p ?

II. Equilibre walrassien

1. Quel est le prix p_0^* d'équilibre walrassien ? Quelles sont alors les quantités offertes et demandées par chaque agent ? On notera
$$B = \sum_i b_i.$$
2. Quelle est l'utilité dégagée par le consommateur i à l'équilibre ?

III. Premier théorème de l'économie du bien-être

A. Surplus marshallien

1. Quel est le surplus marshallien de cette économie ?

2. Montrez que, si un planificateur souhaite maximiser ce surplus sous la contrainte de réalisabilité qu'il ne peut pas distribuer plus de biens que ce qui a été produit, il doit choisir des consommations $(x_i^*)_{i>1}$ et des productions $(y_j^*)_j$ qui maximisent

$$b_1 \log \left(\sum_j y_j - \sum_{i>1} x_i \right) + \sum_{i>1} b_i \log x_i - \frac{1}{2} \sum_j y_j^2.$$

   Quelle est alors la consommation réservée au consommateur $i = 1$?
3. En utilisant un argument marginal, montrez que toutes les productions y_j^* sont égales. Soit y^* la production de chaque entreprise.
4. En utilisant un argument marginal, montrez que

$$\frac{b_i}{x_i^*} = y^* \text{ pour tout } i.$$

5. Montrez que l'allocation obtenue à l'équilibre walrassien maximise le surplus marshallien.

B. Optimalité paretienne

1. On s'intéresse maintenant aux optima de Pareto de cette économie. Ecrivez le programme permettant de les caractériser.
2. Montrez que l'équilibre walrassien est un optimum de Pareto. (Vous pourrez pour cela montrer que le programme obtenu dans la question précédente coïncide avec celui étudié en III.A.)

IV. La politique de ton choix

La puissance publique souhaite encourager la production du bien. Elle propose aux consommateurs de subventionner au taux s leurs achats : lorsque le prix est p, un consommateur ne paye que $(1-s)p$, avec $0 < s < 1$. Pour financer la politique, chaque consommateur doit payer T_0 euros ; ceux qui bénéficient de la subvention doivent en plus payer T_1 euros. Les consommateurs sont libres de bénéficier de la subvention ou non.

1. Quelle est la demande d'un consommateur i qui choisirait de bénéficier de la subvention ? Quelle est son utilité ?
2. Montrez que le consommateur i opte pour la subvention lorsque

$$b_i > \frac{T_1}{-\log(1-s_i)}.$$

3. Pour simplifier, on suppose maintenant qu'il n'y a que deux consommateurs $i = 1, 2$. On pose $b_1 < b_2$. Quel est le nouveau prix équilibre walrassien p_1^* si seul le consommateur 2 opte pour le nouveau régime ?

4. Pourquoi le consommateur 1, bien qu'ayant opté pour le statu quo, souffre-t-il de la politique ?
5. *Optionnel, pour aller plus loin.* Soit $s = 1/2$.
   (a) Ecrivez la contrainte de budget de la puissance publique lorsque seul le consommateur 2 opte pour le bénéfice de la subvention.
   (b) Montrez que, lorsque le budget de la puissance publique est équilibré, le consommateur i opte pour la subvention si et seulement si
   $$b_i \geq \frac{b_2 - 2T_0}{\log 2}.$$
   (c) Dans ce qui suit, on suppose que
   $$2T_0 < b_2 < \frac{2T_0}{1 - \log 2}. \tag{1}$$
   Quelles sont les politiques choisies par les consommateurs ?
   (d) Dans quelle mesure peut-on dire que le consommateur bénéficie de la subvention qu'il a librement choisie ?

TD3. Incidence des aides au logement

Sur le site `www.capital.fr`, Thomas Chenel commente le 12 juillet 2019 la synthèse des recherches menées par Véronique Flambard[2] sur les aides au logement :

> Quant à la question, plus générique, de la politique de baisse des allocations logement, l'auteure évoque une décision politique. "Le coût des allocations logement a considérablement augmenté, d'année en année (environ 18 milliards d'euros de dépenses publiques en 2017, selon l'étude, ndlr). La motivation première du gouvernement, c'est de maîtriser ce coût. C'est une nécessité budgétaire".
>
> Selon elle, il est ensuite possible que l'espoir du gouvernement, en diminuant les aides, soit de réduire l'inflation des loyers. L'étude souligne en effet que l'ampleur de la couverture des allocations logement a alimenté les augmentations de loyers, les propriétaires pouvant demander à directement percevoir les aides au logement pour le compte de leur locataire, afin d'éviter les arriérés de loyer. Un mécanisme qui a incité un grand nombre d'entre eux à gonfler artificiellement leur loyer, comme le démontrait déjà en 2006 une étude de Gabrielle Fack, professeure d'économie à l'Université de Paris Dauphine. En s'appuyant sur la réforme des aides au logement du début des années 1990, cette dernière estimait qu'un euro supplémentaire d'aide au logement se traduisait par une augmentation de 78 centimes du loyer, ne laissant que 22 centimes au bénéficiaire pour réduire la charge de son logement.

Pour reconstituer l'exercice de quantification auquel se livre Gabrielle Fack, on considère un marché en équilibre partiel sur lequel l'offre et la demande pour un prix p sont notées $O(p) = p^{\sigma}$ et $D(p) = p^{-\delta}$, avec $\sigma > 0$ et $\delta > 0$. Initialement, le bien considéré n'est pas subventionné ; le prix d'équilibre est noté p_0^*. L'Etat introduit une subvention ad valorem au taux s bénéficiant aux consommateurs : lorsque les offreurs vendent le bien au prix p, les acheteurs payent en fait $(1-s)p$.

1. Interprétez les paramètres σ et δ.
2. Représenter dans un repère où p est reporté en ordonnée (et les quantités sont sur l'axe des abcisses) la fonction d'offre et les deux fonctions de demande pour $s = 0$ et une valeur de $s > 0$ (par exemple, $s = 20\%$). Marquez l'équilibre initial E_0 sur ce graphique. De même pour l'équilibre final E_1. Comment change le prix d'équilibre perçu par les offreurs ? Comment change celui qui est payé par les demandeurs du bien ?
3. Repérez sur le graphique les surplus des consommateurs, des producteurs, et celui de l'Etat. Comment change le surplus total ? La politique de subvention implique-t-elle

2. Véronique Flambard, 2019, Les allocations logement ne peuvent à elles seules empêcher les arriérés de loyer, Economie et Statistique 507-508.

une perte ou un gain pour la société, en utilisant le seul critère du changement de surplus ?

4. Quelle relation satisfait le nouveau prix p_1^* perçu par les offreurs à l'équilibre ? Exprimez ce prix ce prix en fonction du taux de subvention s et du rapport σ/δ.
5. Pour quelles valeurs de σ/δ le prix producteur ne change pas ? Interprétez.
6. Pour quelles valeurs de σ/δ le prix consommateur ne change pas ? Interprétez.
7. Nous allons considérer le cas du marché du logement. Le tableau reproduit ci-dessous donne les estimations de l'impact des aides au logement sur les loyers (le prix du service de logement) obtenues par Fack (2005). Pour l'interpréter, vous supposerez que les locataires du "2ème quartile" ne reçoivent quasiment pas d'aide au logement. Quelle valeur choisiriez-vous pour le ratio σ/δ ? Concluez sur la difficulté d'aider dans une économie de marché les ménages pauvres à se loger.

Tableau 1
Une première estimation de l'effet des aides avec l'estimateur en doubles différences

		1988	1996	Évolution de 1988 à 1996
Loyer annuel au m^2 (en euros de 2002)	1er quartile	64,1 (2,2)	90,2 (2,5)	26,1 (2,3)
	2^e quartile	67,8 (2,2)	79,0 (2,2)	11,2 (2,2)
	Différence	- 3,7 (2,4)	11,2 (2,1)	**14,9** (3,2)
Aide au logement annuelle par m^2 (en euros de 2002)	1er quartile	14,3 (0,5)	34,9 (1,0)	20,6 (1,4)
	2^e quartile	7,5 (0,2)	12,3 (0,3)	4,8 (0,8)
	Différence	6,8 (1,0)	22,6 (1,2)	**15,8** (1,5)
Estimateur de Wald (14,9/15,8)		0,94 (0,20)		

Lecture : la différence de loyer au m^2 entre 1988 et 1996 est de 26,1 euros pour le premier quartile et de 11,2 euros pour le deuxième quartile. Le loyer au m^2 du premier quartile a donc augmenté de 14,9 euros de plus que celui du deuxième quartile entre 1988 et 1996. L'aide au logement par m^2 du premier quartile a augmenté de 15,8 euros de plus que celle du deuxième quartile entre 1988 et 1996. Il en résulte qu'un euro d'aide supplémentaire entraîne une augmentation de 0,94 euro du loyer.
Les écarts-types sont entre parenthèses.
Champ : ménages locataires du secteur privé.
Source : calculs de l'auteur d'après les enquêtes Logement, *Insee.*

FIGURE 1 –

TD4. Equilibre de libre entrée : une illustration sur le marché de l'automobile

Après dix ans de croissance presque ininterrompue,
l'industrie automobile va entrer dans une forte zone de turbulences en 2020.
Extraits, Le Parisien, 10 septembre 2019

Carlos Tavares, le patron de PSA dans un entretien à Bloomberg TV a prévenu que la période qui s'annonce pourrait être marquée par des défaillances d'entreprises.

À cela s'ajoute un environnement défavorable avec la baisse de plusieurs marchés automobiles dont la Chine et l'Europe où les ventes se sont tassées de l'ordre de 3 % au premier semestre 2019, les menaces d'un Brexit, la guerre commerciale entre la Chine et les Etats-Unis.

En Europe, pour atteindre les objectifs fixés par Bruxelles de réduire les émissions de CO2, les constructeurs doivent relever un véritable défi. Selon les projections, pour parvenir à ces objectifs, la part des voitures électriques en France dans les ventes devra tripler pour atteindre 6 % du marché d'ici 2021 contre à peine 1,8 % aujourd'hui.

Les ventes des hybrides rechargeables devront elles quintupler à 5 % du marché pendant cette période. Mais si les marques gardaient leur catalogue en l'état, les constructeurs auraient à payer des amendes dont le montant global est estimé à 25 milliards d'euros en 2021.

En attendant, les constructeurs qui vendent moins de véhicules classiques en raison de la baisse de plusieurs marchés vont devoir supporter une inévitable baisse des marges. La baisse des ventes des voitures classiques et les mutations techniques dans les usines risquent de mettre à mal plusieurs sites de production y compris en France. La production automobile française va baisser de 20 % en 2020, selon les données compilées par le cabinet IHS pour Les Échos. Environ 1,7 million de véhicules devraient sortir des chaînes contre 2,2 millions en 2018. Plusieurs raisons à cela : l'arrêt de la production programmée de la Smart à Hambarg (Moselle) mais surtout la délocalisation de plusieurs modèles comme la 208 Peugeot, la Clio...

1. Reprenez la réaction du marché de l'automobile à une baisse de la demande. Que pensez-vous de ce qui est dit sur l'évolution possible des prix ?

On considère un marché sur lequel la demande agrégée est $D(p) = a - p/2$, avec a un nombre réel positif. Les producteurs potentiels utilisent tous la même technologie, représentée par la fonction de coût $c(q) = \bar{c}^2 + q^2$, avec $\bar{c} > 0$ un coût fixe (qui s'applique à court et à long terme). On supposera que le marché est suffisamment grand, au sens de $a > \bar{c}$. Dans ce qui suit, on représentera une demande plus forte par le passage de $a = a_0$ à $a = a_1 > a_0$.

2. Soit $a = a_0$. Quel est l'équilibre de long terme ?

3. Supposons que, le marché étant à l'équilibre de long terme, la demande devienne plus forte : $a = a_1 > a_0$ augmente (dans l'article du Parisien, la demande d'automobiles baissait au contraire). Calculez l'équilibre de court terme, à savoir le nombre J de producteurs actifs, la production (individuelle et agrégée) et les prix.
4. Représentez graphiquement l'impact du changement de demande et l'ajustement vers le nouvel équilibre de long terme.

TD4. Nouvelles technologies et concurrence : une illustration sur les appareils auditifs

On trouve dans l'Union, un quotidien régional diffusé dans le Grand Est, un communiqué selon lequel "suite à la réduction progressive de la taille des appareils auditifs, les patients malentendants n'ont plus peur de s'équiper afin de mieux entendre au quotidien" (28/11/2019). Ce communiqué nous rappelle que les nouvelles technologies, très souvent vues comme affectant les coûts des entreprises, influencent aussi la demande.

Pour illustrer cet aspect, on considère un consommateur ayant un revenu $\bar{m}$, et dont les préférences sont représentées par la fonction d'utilité $\log x - ax + m$ lorsqu'il achète x unités d'un bien et conserve m euros. Le paramètre a mesure une réticence à consommer.

On note p le prix unitaire du bien. L'offre de biens provient d'une entreprise se comportant de façon concurrentielle. Le coût nécessaire pour produire y unités du bien est égal à $y^2/2 + c$ pour tout $y \geq 0$.

I. Equilibre de court terme

1. Que représente le paramètre c ?
2. Quel est le profit dégagé par l'entreprise si elle décide de rester inactive ?
3. Quel est le profit d'une entreprise qui choisirait d'être active pour tout prix p ? Exprimez sa production en fonction de p dans ce cas.
4. En utilisant les résultats obtenus en I.2 et I.3, écrivez l'offre agrégée de biens.
5. Exprimez la demande du consommateur en fonction de p et de a.
6. En utilisant les observations faites en I.7, calculez le prix d'équilibre en fonction de a.
7. Dans ce qui suit, on prendra $a = 2$. A combien le prix d'équilibre est-il alors égal ? Quelle est la quantité d'équilibre ?
8. Calculez le surplus du producteur en fonction de c. Montrez qu'il est positif pour c suffisamment petit.

II. Equilibre de long terme

A long terme, de nouveaux producteurs peuvent rentrer sur le marché. On note J le nombre de producteurs actifs dans le long terme. Vous négligerez la restriction de J comme un nombre entier.

1. Quelle est la condition d'égalité entre l'offre et la demande dans le long terme ? Vous l'exprimerez en fonction de J, p et a.
2. Exprimez l'offre de chaque producteur actif dans le long terme en fonction de p.

3. Comment le nombre d'entreprises actives est-il déterminé ?
4. En utilisant le résultat obtenu en II.3, montrez que l'offre d'un producteur actif est égale $y = \sqrt{2c}$ dans le long terme.
5. Quel est le prix d'équilibre dans le long terme ?
6. Exprimez alors le nombre d'entreprises actives J en fonction de a et c.
7. Calculez J pour $a = 2$ et $c = 1/200$. Comparez-le au nombre d'entreprises actives à court terme. Commentez. Insistez notamment sur le caractère général ou non du résultat de cette comparaison.

III. Une nouvelle technologie

Soit $c = 1/200$. Le nombre d'entreprises actives est J trouvé en II.6 lorsqu'une nouvelle technologie permet de produire des appareils plus discrets qui conduisent à une réduction de la réticence à porter un appareil : le paramètre a, qui était jusqu'à présent égal à 2, baisse légèrement en-dessous de 2. On s'intéresse à l'impact de long terme de cette nouvelle technologie.

1. Lorsque la réticence a change d'un petit montant da, le nombre d'entreprises actives change de dJ. En utilisant l'expression trouvée en II.6, exprimez dJ en fonction de da.
2. Devrait-on observer plus ou moins d'entreprises actives à l'équilibre de long terme lorsque la réticence des consommateurs à porter un appareil baisse ? Expliquez.

TD5. Une analyse d'équilibre partiel du réchauffement climatique

On considère une économie composée d'une entreprise publique se comportant de façon concurrentielle et de deux types $i = 1, 2$ de consommateurs. Il y a une proportion n_i de consommateurs de type i (on a donc $n_1 + n_2 = 1$). Le bien-être des consommateurs dépend de leur consommation d'essence et du revenu qu'ils peuvent consacrer à l'achat des autres biens. Il dépend également du réchauffement climatique qu'implique la consommation agrégée d'essence. Lorsqu'un consommateur de type i consomme c_i unités d'essence et alloue m_i euros aux autres biens, son utilité est égale à

$$\log c_i + m_i - \alpha_i \left(n_1 c_1 + n_2 c_2\right).$$

où α_i ($\alpha_i \geq 0$) mesure la perte que le réchauffement climatique leur fait subir. Les consommateurs de type i sont dotés d'un revenu total exogène y_i et payent leur essence au prix unitaire p. On supposera que $1 \leq y_1 \leq y_2$.

L'essence est produite par une entreprise se comportant de façon concurrentielle. Il en coûte $e^2/2$ euros pour produire e litres d'essence.

Partie 1 : l'équilibre concurrentiel décentralisé

1. Quelle est la contrainte de budget d'un ménage de type i ?
2. Pourquoi un consommateur peut-il considérer uniquement les situations où cette contrainte est saturée ?
3. Ecrivez l'utilité d'un consommateur de type i sans faire référence au budget m_i alloué aux autres biens.
4. En supposant que la consommation agrégée d'essence est traitée comme une externalité, calculez la consommation d'essence d'un consommateur de type i ?
5. Quelle est l'offre agrégée sur le marché de l'essence ?
6. Quel est le prix p_{E} d'équilibre ? Quelles sont les quantités d'essence consommées par les différents consommateurs à l'équilibre ? Quelle est la consommation agrégée d'essence ?
7. Quelle est l'utilité (le surplus) d'un consommateur de type i à l'équilibre ? Quel est le profit dégagé par l'entreprise à l'équilibre ? Quel est le surplus total dégagé à l'équilibre ? Vous noterez $\bar{y} = n_1 y_1 + n_2 y_2$ le revenu moyen, et $\bar{\alpha} = n_1 \alpha_1 + n_2 \alpha_2$ le dommage moyen causé par 1 litre d'essence consommé.

Partie 2. Le marché comme institution défaillante

1. On supposera dans cette partie que l'Etat peut choisir les consommations c_1 et c_2 et la production de l'entreprise $n_1c_1 + n_2c_2$. Son objectif sera de maximiser le surplus total sur le marché (celui des consommateurs augmenté du profit des producteurs). A quoi ce surplus est-il égal ?
2. Comment le surplus change-t-il si l'Etat peut, à partir de la situation d'équilibre décentralisé, contraindre les consommateurs de type i à modifier leur consommation d'un petit montant $\mathrm{d}e_i$? Qu'en concluez-vous ? Si l'Etat devait choisir entre un ciblage de la consommation des plus pauvres (type 1) ou des plus riches (type 2), que lui recommanderiez-vous ? De même, s'il devait choisir entre un ciblage de la consommation de ceux qui souffrent le plus du réchauffement climatique ou ceux qui en souffrent le moins, que lui recommanderiez-vous ?
3. Quel serait le choix optimal (c_1^*, c_2^*) de l'Etat ? Comparer c_i^* à la quantité d'essence consommée à l'équilibre par les consommateurs de type i.
4. Supposons que l'Etat puisse taxer la consommation d'essence au taux personnalisé t_i (accise). Est-il possible de choisir une taxe qui conduit à un équilibre où les consommateurs de type i demandent la quantité c_i^* ?
5. Discutez l'impact redistributif des taxes collectées.

TD5 Négocier la pollution

Le chauffage au bois implique des polluants atmosphériques toxiques qui se déplacent en fonction des vents. On considère deux consommateurs $i = 1, 2$. Les préférences du consommateur 1 sont représentées par la fonction d'utilité $\ln x + m$ lorsqu'il consomme x stères de bois de chauffage et consacre m euros aux autres biens. Celles de l'agent 2 sont représentées par la fonction $-\alpha(x-E)^2 + m$, avec E une externalité. Cette externalité est causée par la consommation de bois de l'agent 1, $E = ax_1$. Chaque agent dispose d'un revenu de $\bar{m}$ euros, supposé très grand par rapport aux dépenses en bois. Le coût de production de y stères est de cy euros.

Partie 1. Equilibre

1. Calculez l'utilité marginale dégagée par le consommateur 2 lorsqu'il a consommé x stères de bois. Pour quel nombre de stères peut-on dire qu'un stère de bois supplémentaire n'apporte plus d'utilité à ce consommateur ? Dans ce qui suit, on se restreindra à des consommations inférieures à ce montant.
2. Quelle est la fonction de demande agrégée de stères de bois ?
3. Quelle est l'offre agrégée de stères ?
4. Calculez le prix d'équilibre walrassien, et les quantités de consomment alors chacun des deux agents.

Partie 2. Optimum

1. Ecrivez le surplus marshallien.
2. Calculez les quantités qui devraient être consommées chacun des deux agents en un optimum marshallien.
3. Comment la consommation optimale de l'agent 1 diffère-t-elle de sa consommation d'équilibre d'équilibre ? Expliquez.
4. Dans quelle mesure peut-on dire que l'agent 2 devrait consommer de plus petites quantités, mais plus souvent ?

Partie 3. Négociation coasienne

Supposons que l'agent 2 soit doté d'un droit qui l'autorise à limiter la consommation de bois par l'agent 1 à un seul stère. Il propose à l'agent 1 que ce dernier puisse consommer x_1 stères mais qu'en retour, il verse à l'agent 2 un dédommagement de T euros. La paire (x_1, T) qui va être proposée à l'agent 1 sera choisie par l'agent 2. Si l'agent 1 accepte cette proposition, il devra acheter la quantité x_1 sur le marché.

1. Quelle est l'utilité de l'agent 1 s'il refuse l'option (x_1, T) que lui propose l'agent 2 ?

2. Quelle est son utilité s'il l'accepte ?

3. Ecrivez le programme que doit résoudre l'agent 2 pour choisir au mieux sa consommation x_2 et l'offre (x_1, T) qu'il devrait faire à l'agent 1, s'il souhaite que ce dernier accepte sa proposition.

4. Exprimez le transfert T que devrait proposer l'agent 2 en fonction de x_1 et $\bar{x}_1$.

5. Réécrivez alors l'objectif de l'agent 2 en fonction de x_2 et x_1. Que constatez-vous ? Déduisez-en les consommations de bois que devrait choisir cet agent. Commentez.

TD5. La mode optimale

Dans sa Théorie de la Classe de Loisir publiée en 1899, T. Veblen observe que la consommation bourgeoise cherche souvent à calquer celle de l'aristocratie. Pour discuter cet aspect, nous considérons deux consommateurs $i = 1, 2$, chacun disposant d'un revenu $\bar{m}$. Lorsque le consommateur $i = 1$ consomme x_1 biens et conserve m_1 euros (qu'il pourra consacrer à l'achat d'autres biens), il retire un bien-être égal à

$$-\frac{1}{2}(c - x_1)^2 + m_1$$

Le consommateur $i = 2$, s'il consomme x_2 biens et conserve m_2 euros, éprouve quant à lui un bien-être égal à

$$-\frac{a}{2}(E - x_2)^2 + m_2$$

où E une externalité égale à la consommation moyenne des autres agents ; soit, dans cet exercice,

$$E = x_1.$$

On impose que $a > 1$ et $c \geq 3$.

Enfin, on supposera que le coût de production de y biens est de y euros.

1. Comment interprétez-vous le paramètre c intervenant dans l'utilité de l'agent 1 ? L'agent 2 se comporte-t-il plutôt en aristocrate ou en bourgeois ?
2. Soit p le prix de marché du bien. Quelle est la demande de l'agent 1 au prix p si $p \geq c$? Si $p < c$? Calculez le prix p^* ainsi que les consommations x_i^* de chaque agent et l'externalité E^* à l'équilibre. Vous supposerez que $x_i^* > 0$ est fini.
3. On s'intéresse aux propriétés d'optimalité de l'équilibre.

   (a) Quel est le surplus brut de chaque consommateur ?

   (b) Ecrivez le programme permettant de caractériser les optima marshalliens.

   (c) Montrez que les choix de consommation et de production d'un planificateur parétien coïncident avec ceux qui sont solutions du problème marshallien.

   (d) Après avoir réécrit l'objectif du programme marqhallien en fonction des seules quantités consommées, montrez que la consommation optimale x_1^{opt} de l'agent 1 doit être fixée de sorte que

   $$x_1^{opt} = \frac{a}{1+a} x_2^{opt} + \frac{c-1}{1+a},$$

   avec x_2^{opt} la consommation optimale de l'agent 2.

   (e) Quelle serait la consommation optimale de l'agent 2 si $ax_1^{opt} \leq 1$? Déduisez-en, en utilisant le résultat de la question précédente, que l'on doit avoir $ax_1^{opt} > 1$.

(f) Calculez alors les consommations optimales x_1^{opt} et x_2^{opt}.

4. Peut-on dire qu'un souci de la mode implique une consommation excessive ?
5. Supposons que la puissance publique puisse imposer une accise pigouvienne personalisée t_i à l'agent i (cet agent paye donc le bien au prix $p + t_i$). Quelles accises pigouviennes devrait-elle choisir ? Interprétez ces résultats.
6. On cherche à évaluer la faisabilité d'une politique cherchant à égaliser le bien-être des deux agents.

   (a) Soit T_i le transfert de revenu destiné à l'agent i ($T_i < 0$ s'interprète comme un impôt). Quelle relation doivent satisfaire ces transferts pour que le budget de la puissance publique soit équilibré ? Une telle politique permet-elle d'égaliser le bien-être des consommateurs ?

   (b) Reconsiderez la question précédente si la puissance publique utilise, outre les transferts T_1 et T_2, les accises pigouviennes trouvées quest. 5. Qu'en concluez-vous ?

TD5. Quelle politique publique pour la messagerie électronique ?

Cherchant à discuter les mérites comparées des applications de messagerie instantanée, le site www.futura-sciences.com écrit [3] :

> "La clé pour une application de messagerie instantanée, c'est de gagner rapidement en popularité pour être présente sur un maximum de terminaux. En effet, l'avantage du SMS et du MMS est d'être compatible avec tous les téléphones. [$\cdots$] Au niveau des messageries instantanées, c'est différent puisque les deux correspondants, émetteur et destinataire, doivent avoir installé la même application pour pouvoir communiquer.
>
> C'est la raison pour laquelle les applications présentées dans cet article sont les plus connues et les plus répandues. Il serait inutile de vous présenter des solutions peu utilisées puisque vous ne pourriez pas communiquer avec vos proches s'ils ne les ont pas déjà installées. [$\cdots$] Avantages de Whatsapp : avec plus d'un milliard d'utilisateurs actifs chaque mois, il est fort probable que vos contacts disposent déjà de Whatsapp. [$\cdots$] La messagerie est [$\cdots$] sans publicités."

On s'intéresse au cas d'une messagerie payante [4], où le fournisseur vend une capacité de messages aux utilisateurs. La capacité correspond au volume maximal de messages que l'on peut envoyer. Envoyer y messages coûte au fournisseur $y^2/2$. Chaque message est vendu au prix unitaire p. Les préférences des utilisateurs sont représentées par la fonction d'utilité $\log x + m + \log e$ lorsqu'ils envoient x messages et consacrent m euros aux autres biens de consommation. Ils sont dotés d'un revenu $\bar{m}$. Pour prendre en compte le gain retiré de la popularité de la messagerie, on introduit l'externalité $e = x$ dans l'utilité.

I. Equilibre

1. Calculez l'offre et la demande agrégées. Quelles sont les quantités de messages et le prix à l'équilibre ?
2. Le fournisseur étant une entreprise privée dont les profits sont redistribués aux consommateurs qui en sont propriétaires, calculez l'utilité des consommateurs à l'équilibre.

II. Optimum

3. Quelles sont les meilleures applications de messagerie instantanée ?

4. Whatsapp est une messagerie gratuite. On pourra discuter le profit tiré du gratuit : informations personnelles nécessaires pour s'inscrire, numéros de téléphone et modalités d'utilisation de l'application.

1. Le planificateur cherche à maximiser l'utilité des consommateurs sous les contraintes de réalisabilité, selon lesquelles la consommation de messages ne peut excéder son offre, de même que la quantité de monnaie utilisée ne peut excéder la quantité de monnaie existante. Ecrivez le programme du planificateur.
2. Quelle est la quantité de messages optimale ?
3. Les ménages retirent-ils plus ou moins d'utilité à l'optimum qu'à l'équilibre ? Commentez.

III. Subventionner la messagerie électronique

1. On s'intéresse à la possiblité de subventionner les serveurs de messagerie électronique, qui permettent de transférer les messages électroniques. Toute capacité (et donc tout message) produite est subventionnée d'un montant s. Cette subvention est versée au producteur. Quel est l'équilibre pour s donné ?
2. Quel montant s devrait être choisi par la puissance publique ?
3. Le profit du producteur augmente-t-il autant qu'il pouvait l'espérer ?
4. Les consommateurs bénéficient-ils de la subvention accordée aux entreprises ?

IV. Pop-up

L'absence de publicité est perçue comme un avantage de Whatsapp. Imaginons que le producteur puisse trouver une source complémentaire de financement impliquant une publicité via des pop-ups qui gênent les usagers. Ce contrat de publicité rapporte $a \in [0, 1]$ euros à l'entreprise mais son obtention requiert un effort de négociation valorisé à $a^2/(2\phi)$ euros, où $0 < \phi \leq 1$.

La présence des pop-ups se reflète dans les préférences des consommateurs, qui deviennent $(1 - a)^2 \log x + m + \log e$.

1. Discutez les interprétations possibles de a.
2. Pour un prix p donné, quelle est l'offre de l'entreprise ? A quoi son profit est-il égal ? Comment varie-t-il avec ϕ ?
3. Quels sont les quantités et le prix à l'équilibre ?
4. Calculez le profit à l'équilibre. Comment varie-t-il avec ϕ ? Commentez.

Pour s'entraîner et aller plus loin, on pourra adapter l'exercice au cas plus réaliste où il y a n consommateurs et $e = nx$.

TD5. Vers une agriculture propre ?

En s'inspirant du débat récent sur les arrêtés anti-pesticides recommandant de fixer une distance minimale entre les champs traités et les habitations ou écoles, on considère un petit exploitant traitant sa vigne à proximité d'une aire urbaine constituant le principal débouché pour son vin. Le vigneron pourrait réduire la pollution émise en utilisant une technique de pulvérisation confinée coûteuse. On dit alors qu'il abat la pollution. Cet exercice s'intéresse à la politique d'abattement optimale et aux outils que la puissance publique pourrait utiliser pour inciter le vigneron à améliorer la qualité de l'environnement.

Lorsqu'il produit y litres de vin, le vigneron émet une pollution

$$e = \begin{cases} y - a & \text{si } y - a \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2}$$

où a est interprété comme la pollution abattue. Le coût de produire y et d'abattre la pollution de a est égal à

$$\frac{y^2}{2} + \phi\frac{a^2}{2}$$

euros, avec $\phi \geq 1$.

Le ménage (représentatif des ménages de l'aire) retire une utilité $2\log x + m - 2e$ lorsqu'il consomme x litres de vin et conserve m euros pour acheter d'autres biens. Son revenu est de $\bar{m}$ euros. Le dommage qu'il subit, égal à $2e$, est traité comme une externalité.

I. L'équilibre

Soit p le prix d'un litre de vin.

1. Quel est le profit du vigneron lorsqu'il vend y litres de vin et abat la pollution d'un montant a ?
2. Quelle est la fonction d'offre de vin ?
3. Pourquoi le vigneron choisit-il de ne pas abattre la pollution ?
4. Ecrivez la contrainte budgétaire du ménage.
5. Quelle est la fonction de demande de vin du ménage ?
6. Quels sont les quantités et le prix d'un litre de vin à l'équilibre ?
7. Quelle est la pollution à l'équilibre ?

II. L'optimum

1. Pourquoi la quantité totale de monnaie nécessaire pour produire y litres de vin, abattre la pollution d'un montant a, et allouer au ménage m euros est-elle égale à

$$\frac{y^2}{2} + \phi\frac{a^2}{2} + m\,?$$

2. Ecrivez la contrainte de réalisabilité selon laquelle la quantité totale de monnaie utilisée par le planificateur est plus petite que la quantité totale de monnaie existante.
3. Ecrivez la contrainte de réalisabilité selon laquelle la quantité totale de vin consommé est plus petite que celle qui est produite.
4. Quel est le programme du planificateur qui cherche à maximiser l'utilité du ménage sous les contraintes de réalisabilité obtenues questions II.2 et II.3, alors qu'il prend en compte le lien entre pollution, production et abattement décrit par (2).
5. Pourquoi le planificateur choisira-t-il toujours de saturer les deux contraintes de réalisabilité ?
6. En utilisant le résultat de la question II.5, réécrivez l'objectif du planificateur sans faire référence à la production y et l'encaisse m.
7. En dérivant l'objectif trouvé question II.6, donnez la production optimale de vin et la pollution abattue choisies par le planificateur.

III. L'inefficacité de l'équilibre

1. En utilisant les résultats de la question II.7, calculez la pollution e^* optimale. Faut-il l'éliminer complètement ?
2. Quelle est l'utilité du ménage à l'optimum ?
3. La pollution à l'équilibre est-elle trop importante ?
4. En supposant que les profits perçus par le vigneron soient transférés au ménage, comparez l'utilité du ménage à l'équilibre et celle qu'il pourrait avoir à l'optimum.

IV. A propos du principe pollueur payeur

1. On adopte dans un premier temps le principe pollueur-payeur en imposant au vigneron de payer une taxe t par litre de vin. Face à cette seule taxe, se comporte-t-il de façon optimale ?
2. On complémente maintenant la taxe décrite question IV.1 par une subvention s pour chaque unité de pollution abattue. Quelle est la nouvelle fonction d'offre de vin ? Montrez que l'abattement choisi par le vigneron est égal à s/ϕ. Commentez.
3. Quelle taxe t et quelle subvention s faudrait-il choisir pour que l'équilibre coïncide avec l'optimum ?
4. Quel est le montant total de recette collectée par l'administration fiscale pour t et s obtenus question IV.3 ? La taxe sur le vin permettrait-elle de financer la politique de subvention à la dépollution ?

Pour s'entraîner, une variante possible consiste à interpréter le paramètre ϕ comme l'efficacité de l'abattement : l'externalité serait $y - \phi a$ (lorsque ce montant est positif). Pour simplifier, on retirerait alors la référence à ce paramètre dans la fonction de coût.

TD5. Remords de carnivores

On trouve sur le site de l'association France Nature Environnement un dossier sur la souffrance des animaux d'élevage qui précise que les

> conditions d'enfermement sont incompatibles avec le bien-être des animaux. [$\cdots$] Tout est bon pour réduire les coûts. [$\cdots$] Bio, plein air, Label rouge « fermier » et « plein air » ou « en liberté » : plusieurs certifications garantissent de meilleurs conditions de vie et rassurent les consommateurs. Parmi les amateurs de bio, 70% d'entre eux évoquent d'ailleurs le bien-être animal comme l'un de leurs critères d'achat. C'est une tendance forte : la consommation de produits issus de l'agriculture biologique a progressé de 20% en 2016.

On considère un groupe étranger produisant des volailles. L'éleveur choisit son mode d'élevage s et le nombre y de volailles qu'il va mettre en vente en France. Il existe deux modes d'élevage qui diffèrent selon la souffrance animale qu'ils impliquent : une faible souffrance $s = s^{\text{inf}}$ ou bien une souffrance plus forte $s = s^{\text{sup}}$ (avec $0 < s^{\text{inf}} < s^{\text{sup}}$). Le coût de production de l'éleveur est

$$\frac{y^2}{2s}.$$

Un consommateur de revenu $\bar{m}$ apprécie la viande de volaille et valorise le mode d'élevage s^{inf} qui implique le plus grand bien-être pour l'animal. Un label clair lui permet de repérer ce mode d'élevage. Son utilité est

$$\frac{b}{s}\ln x + m$$

lorsqu'il consomme x volailles ayant été élevées selon le mode impliquant la souffrance s, et consacre m euros aux autres biens. Le paramètre b mesure le goût pour la viande de volaille du consommateur. On supposera b suffisamment grand : $\ln b > 1$. Le prix d'une volaille est noté p.

I. L'équilibre décentralisé

1. (a) Quelle est la fonction d'offre de volailles si l'éleveur utilise le mode d'élevage s ? (b) Ecrivez le profit maximal qu'il obtient en fonction de s et p. (c) L'éleveur préfère-t-il recourir au mode d'élevage s^{inf} le plus respectueux de l'animal ?
2. (a) Ecrivez la contrainte de budget du consommateur. (b) Ecrivez son utilité en fonction de la quantité x de volailles sans faire référence à la dépense m qu'il consacre aux autres biens. (c) Quelle est la fonction de demande de volailles ? Comment le mode d'élevage choisi par l'éleveur influence-t-il la demande ?
3. (a) Calculez le prix d'équilibre et (b) la quantité de volailles produites. Le fait que les consommateurs valorisent un élevage respectueux de l'animal suffit-il pour que l'éleveur choisisse $s = s^{\text{inf}}$ à l'équilibre ?

II. L'optimum social

1. (a) Ecrivez le programme marshallien que l'on doit résoudre pour trouver la quantité de volailles optimale et le type d'élevage que la société devrait promouvoir. (b) Sans faire de calcul, est-il évident que la société doive promouvoir le mode le plus respectueux de l'animal ?
2. (a) Quelle quantité de volailles serait-il optimal de produire ? (b) Si l'on se contente d'apprécier l'efficacité du marché à l'aune de la quantité de volailles, peut-on parler d'une défaillance du marché ? Pourquoi ce résultat est-il surprenant ?
3. (a) Calculez le surplus maximal obtenu pour un mode d'élevage s quelconque. (b) La société devrait-elle promouvoir la moindre souffrance animale ? (c) Reconsidérez alors la question de la défaillance du marché.

III. Prix et compensation

1. Supposons que le consommateur propose au producteur de lui verser une compensation $T \geq 0$ s'il opte pour l'élevage impliquant la moindre souffrance animale $s = s^{\text{inf}}$. Sans faire de calcul, donnez le profit du producteur s'il refuse cette proposition.
2. (a) Quelle est sa fonction d'offre de volailles s'il accepte la proposition ? (b) Quelle est la demande de volailles du consommateur ? (c) Calculez alors le prix d'équilibre et la quantité de volailles produites ?
3. (a) Calculez le profit du producteur à l'équilibre obtenu s'il accepte la proposition du consommateur. (b) Déduisez-en une condition liant T, s^{inf} et s^{sup} qui assure que les producteurs accepteront la proposition.
4. (a) Ecrivez l'utilité du consommateur à l'équilibre obtenu si sa proposition est acceptée. (b) Quel est sa meilleure offre de compensation $T \geq 0$? (c) Le consommateur a-t-il intérêt à faire une telle proposition ? Concluez sur les difficultés de la transition vers un élevage plus respectueux de l'animal.

TD6. Une piscine trop belle pour toi

Le 93 a aussi ses villages. À Coubron, Vaujours et Gournay-sur-Marne, situés à la frontière de la Seine-et-Marne, le nombre d'habitants ne dépasse pas 7 000 personnes. Le cadre de vie est champêtre, sans grands ensembles ou urbanisation à outrance. La typologie de ces petites villes ressemble à celle de communes de grande couronne ou de la France périphérique. Les problématiques, aussi. Avec des budgets restreints, les élus "luttent chaque jour", selon les mots d'Eric Schlegel, maire (SE) de Gournay, pour maintenir les services publics. "Ce n'est pas parce qu'on a 60% d'espaces verts que nos habitants n'ont pas le droit à des infrastructures de qualité, clame Ludovic Toro, maire (UDI) de Coubron. Alors nous sommes devenus experts dans la chasse aux subventions !".

Sans subventions, pas de médiathèque. Il y a dix jours, l'élu a signé un contrat d'aménagement local avec la région Ile-de-France. Il va permettre la construction d'un centre de loisirs et d'une médiathèque. "Les subventions de la région représentent 50% du budget pour les deux projets. Sans cela, nous ne pourrions pas les réaliser, indique Ludovic Toro. Il faut encore trouver d'autres soutiens, car je veux qu'il ne reste que 30% à la charge de la commune".

À Gournay, Eric Schlegel a réussi à convaincre la préfecture et a obtenu 12 000 euros de subventions pour l'installation de vidéosurveillance. "Après un très long combat, souffle l'élu. La situation devient intenable. Nous n'avons pas les moyens de développer notre ville, tandis que l'Etat, lui, nous demande de construire des logements. Mais si on ne peut pas offrir les services publics qui vont avec". Le maire "ignore" comment il va financer la construction d'un troisième groupe scolaire, essentiel pour scolariser les enfants des nouveaux habitants dans les prochaines années. "Ce serait plus facile si nous étions une grande ville, estime Eric Schlegel. Je ne dis pas qu'elles sont mieux loties, mais, pour obtenir des subventions, encore faut-il avoir des ressources nécessaires pour prévoir un investissement. C'est un cercle vicieux !"

Le combat des petites villes de Seine-Saint-Denis pour maintenir les services publics (extraits)
Victor Tassel
Le Parisien, 18 septembre 2019

On considère une société composée de n agents identiques. Les agents sont répartis en deux groupes différents $j = 1, 2$. Le groupe j comprend n^j agents (on a $n^1 + n^2 = n$). Les préférences de chaque agent portent sur un bien public local et la monnaie consacrée à l'achat d'autres biens. Un bien public local est un bien qui ne bénécie qu'aux membres du groupe : on peut penser à une infrastructure (piscine, bibliothèque, stade, etc.) bénéficiant aux seuls habitants de la commune j. Les préférences d'un membre du groupe j sont représentées par la fonction d'utilité $\log G^j + m$, où G^j est la quantité d'un bien public local et m la quantité de monnaie. Chacun dispose d'un revenu de $\bar{m}$ euros. La quantité totale de monnaie disponible est fixe, égale à $\bar{M}$.

1. Ce cadre vous semble-t-il constituer une bonne représentation de la situation des "villages du 93" ?
2. Exprimez les quantités de biens public optimales au sens de Pareto en fonction de n^1 et de n^2. Comment s'expriment les recommandations issues de la règle de Samuelson ?
3. Supposons que l'Etat central puisse imposer à chaque membre du groupe j de payer une contribution τ^j propre au groupe. Quelle contribution faudrait-il choisir pour que chaque agent demande spontanément la quantité optimale au sens de Pareto propre à son groupe ?
4. En pratique, il est parfois difficile de faire varier les taxes selon les groupes : la même règle s'applique à tous uniformément. On impose maintenant que $\tau^j = \tau$ pour tout $j = 1, 2$. Quel est le montant τ que chacun doit payer pour que soit produit G^1 et G^2 biens publics dans les groupes 1 et 2 ? Quelles sont les quantités de biens publics que préfèrent les membres des groupes si l'on met en place une telle taxe ? Sont-elles optimales ? Commentez.
5. (Question optionnelle). Certains services publics locaux bénéficient en fait à plusieurs petites communes voisines ; on pense par exemple aux infrastructures scolaires ou sportives. Pour le prendre en compte, on suppose qu'un membre du groupe i bénéficie d'une part α du bien public du groupe j, $j \neq i$. Ecrivez l'utilité d'un membre du groupe i. Caractérisez les optima de Pareto. Existe-t-il des tailles urbaines n^1 et n^2 ainsi qu'une valeur du paramètre α pour laquelle le régime fiscal conduit à une quantité optimale de biens publics ? Commentez au regard de la politique de l'intercommunalité.

Sécheresse et conflits de l'eau

En France, la Préfecture bloque un quota d'eau dans les nappes phréatiques au titre de la biodiversité. La sécheresse du début de l'année 2023 a exacerbé les tensions entre les besoins de l'agriculture et la préservation de la biodiversité, les agriculteurs souhaitant entamer le quota réservé à la biodiversité pour irriguer les cultures. Cet exercice s'intéresse à la gestion optimale des nappes. Il y a deux agents $i = 1, 2$. L'agent i a une utilité

$$m - \frac{1}{2}(\bar{e}_i - e)^2$$

s'il dépense m euros pour sa consommation et que la hauteur de la nappe est de e mètres. Il dispose d'un revenu $\bar{m}_i$ donné (on note $\bar{M}$ la quantité totale de monnaie $\bar{m}_1 + \bar{m}_2$). On pose $0 < \bar{e}_1 < \bar{e}_2 < \bar{e}$ où est la hauteur maximale $\bar{e}$ de la nappe. On supposera $2\bar{e}_1 > \bar{e}$.

Partie I. La nappe optimale

1. Quel est le niveau de la nappe préféré par l'agent i ? Quel agent représente mieux les agriculteurs ?

2. A partir de e, $e < \bar{e}_i$, la nappe augmente d'un petit montant de, $de > 0$. Exprimez en fonction de e et $\bar{e}_i$ le changement dm_i de la dépense de l'agent i qui laisserait son utilité inchangée. Cet agent accepterait-il de réduire sa dépense ?

3. L'agent i accepterait-il de réduire sa dépense lorsque $e > \bar{e}_i$ initialement ? Interprétez en vous référant au concept de taux marginal de substitution.

4. Pour chacun des deux agents, représentez dans un plan où le niveau de la nappe est mesuré sur l'axe des abcisses et la dépense de consommation sur celui des ordonnées, la courbe d'indifférence de l'agent i qui lui donne le plus grand bien-être. Quels sont les niveaux de nappe impliquant un conflit entre agriculteurs et écologistes défenseurs de la biodiversité ?

5. La Préfecture, guidée par les préceptes marshalliens, cherche à rendre la somme des utilités des deux agents la plus grande possible. Montrez qu'elle choisit un niveau optimal e^* de la nappe obéissant à la règle de Samuelson. Exprimez e^* en fonction de $\bar{e}_1$ et $\bar{e}_2$. La Préfecture est-elle poussée à exacerber le conflit entre agents ?

Partie II. Délégation de la gestion de la nappe

1. On confie la gestion de la nappe aux écologistes. Ils peuvent proposer aux agriculteurs un contrat fixant un niveau de nappe e contre paiement de T euros.
   (a) Ecrivez l'utilité des agriculteurs s'ils acceptent le contrat ?
   (b) Quel sera le niveau de nappe choisi s'ils le refusent ? Ecrivez l'utilité des agriculteurs dans ce cas.

(c) Quel est le meilleur contrat accepté par les agriculteurs que peuvent proposer les écologistes ? Comparez le niveau de nappe choisi à e^*.

(d) Les écologistes ont-ils intérêt à proposer un contrat aux agriculteurs ?

2. On confie maintenant la gestion aux agriculteurs. Ils peuvent proposer un contrat (e, T) où le niveau e est associé à un transfert qu'ils reçoivent des écologistes.

   (a) Quel est le meilleur contrat accepté que proposent les agriculteurs ? Quel résultat classique de la microéconomie cela vous évoque-t-il ?

   (b) Les agriculteurs gagnent-ils à proposer un contrat aux usagers ?

3. Montrez que les écologistes préfèreraient gérer la nappe. Représentez dans ce cas les courbes d'indifférence de chaque agent dans le même plan que celui utilisé en I.4.

4. Face aux problèmes de répartition que suggère la question II.3, on confie la gestion de la nappe à une entreprise privée qui cherche à maximiser ses recettes. Elle propose à l'agent i le niveau e contre un paiement T_i $(i = 1, 2)$. Elle fixe la nappe au niveau $\hat{e}$ dès qu'un agent refuse de souscrire à son contrat. Montrez qu'elle choisit $e = e^*$. Quel niveau $\hat{e}$ serait choisi en cas de refus de souscription ? Comment varient les recettes de l'entreprise avec $\bar{e}_1$ et $\bar{e}_2$? Expliquez.

5. En pratique, certains agriculteurs se soucient de la biodiversité ; et le niveau de nappe qui la préserve reste difficile à évaluer. La mise en oeuvre de contrats prévoyant des paiements différents selon les agents est donc discutable. Reprenez la question II.4 lorsque $T_1 = T_2 = T$. L'entreprise propose-t-elle encore le niveau e^* ? Commentez.

TD7. Introduction à l'équilibre général

On considère une économie d'échange dans laquelle il y a deux agents $i = 1, 2$ et deux biens de consommation $\ell = 1, 2$. L'utilité de l'agent i est $u_i(x_{i1}, x_{i2})$ lorsqu'il consomme un panier composé de x_{i1} unités de bien 1 et de x_{i2} unités de bien 2, avec

$$u_1(x_{11}, x_{12}) = \sqrt{x_{11}}x_{12}$$

et

$$u_2(x_{21}, x_{22}) = x_{21}\sqrt{x_{22}}.$$

La dotation initiale du consommateur i est $\omega_i = (\omega_{i1}, \omega_{i2})$. On pose $\omega_1 = (4, 12)$ et $\omega_2 = (2, 9)$.

1. Les paniers $(4, 12)$ et $(16, 6)$ appartiennent-ils à la même courbe d'indifférence pour l'agent 1 ?
2. Dans un repère où les quantités de bien 1 sont en abcisse et celles de bien 2 en ordonnée, calculez la pente de la courbe d'indifférence de l'agent 1 au point ω_1. Comment cette pente change-t-elle le long de cette courbe d'indifférence ? Interprétez et représentez graphiquement. Où se trouvent les paniers que l'agent 1 préfère à ω_1 ? Où sont ceux qui sont moins préférés à ω_1 ? Qu'en est-il du panier $(9, 10)$?
3. Représentez la dotation initiale de l'économie $\omega = \omega_1 + \omega_2$ dans le même repère que celui de la question 2.
4. Construisez maintenant la boite d'Edgeworth associée à cette économie. Où se trouve l'allocation initiale ω_2 dans cette boite ? Calculez la pente d'une courbe d'indifférence de l'agent 2 au point ω_2, dans le repère dont l'origine est ω_1 et les deux axes reportent les quantités consommées par l'agent 1. Dans ce repère, comment change-t-elle le long de cette courbe d'indifférence ? Représentez-la dans ce repère. Dans ce repère, où se trouvent les paniers qui sont préférés à ω_2 par l'agent 2 ?
5. Où se trouvent les paniers qui sont préférés par les deux agents à leurs allocations initiales respectives ?
6. Représentez graphiquement une allocation réalisable pour laquelle il n'existe plus d'échanges mutuellement avantageux. Calculez alors l'équation de la courbe des contrats.
7. On introduit maintenant un système de prix $(1, p)$ où le bien 1 est le numéraire. Représentez la contrainte de budget de l'agent 1 dans la boite d'Edgeworth lorsque $p = 1$. Existe-t-il des paniers que l'agent 1 pourrait acquérir lorsque $p = 1$ et qu'il préfère à ω_1 ? Comment cette contrainte change-t-elle avec p ? Quel est le meilleur choix de l'agent 1 lorsque p est quelconque ?

8. Caractérisez un équilibre walrassien de cette économie ? Calculez le prix p^* d'équilibre et l'allocation des biens correspondante. Représentez graphiquement la situation d'équilibre dans une boite d'Edgeworth.
9. Concluez sur l'optimalité de l'équilibre walrassien.

TD7. Justice et Equité

On apprécie parfois l'équité à l'aune de l'inégalité de la distribution des ressources ; une situation très inégalitaire ne serait pas équitable. Dans Justice et Equité publié en 1972, S.C. Kolm défend l'idée qu'une situation est équitable lorsque personne n'envie personne. Cet exercice étudie si ce critère peut être concilié avec l'efficacité parétienne. On considère une économie d'échanges avec deux consommateurs et deux biens de consommation. Les préférences de l'agent 1 sont représentées par la fonction d'utilité $u^1(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$ lorsqu'il consomme x_1 unités de bien 1 et x_2 unités de bien 2. Celles de l'agent 2 sont représentées par la fonction d'utilité $u^2(x_1, x_2) = x_1^{2/3} x_2^{1/3}$. La quantité totale de bien 1 est $\omega_1 = 6$; celle de bien 2 est $\omega_2 = 12$. Tous les biens sont distribuées aux deux agents, l'agent 1 possédant initialement $\omega_1^1 = 2$ unités de bien 1 et $\omega_2^1 = 8$ unités de bien 2.

I. Optimalité

1. (a) Calculez le taux marginal de substitution de l'agent 1 en un point (x_1, x_2) quelconque. (b) Calculez celui de l'agent 2 au même point.
2. On note x_ℓ^i la quantité de bien ℓ consommée par l'agent i. Exprimez x_2^1 en fonction de x_1^1 le long de la courbe des contrats de cette économie.
3. (a) L'allocation pour laquelle les agents consomment les mêmes quantités de biens (telle que $x_1^1 = x_1^2$ et $x_2^1 = x_2^2$) est-elle un optimum de Pareto ? (b) Que se passerait-il si on laissait les agents échanger librement des biens à partir de cette allocation ? (c) Qu'en concluez-vous sur la désirabilité de l'égalité des consommations ?

II. Equilibre

On considère maintenant que l'échange passe par le marché. Le bien 1 est choisi comme unité de compte (son prix est posé à 1) et le prix du bien 2 est noté p.

1. (a) Exprimez le revenu R^1 de l'agent 1 en fonction de p et de (ω_1^1, ω_2^1). Ecrivez alors sa contrainte de budget. (b) Mêmes questions pour l'agent 2, en notant R^2 son revenu.
2. (a) Ecrivez le programme que doit résoudre l'agent 1 pour choisir au mieux sa consommation. (b) Résolvez-le pour exprimer les quantités (x_1^1, x_2^1) en fonction de p et de R^1 ? (c) Quelle est la consommation de l'agent 2 au prix p avec un revenu R^2 ?
3. (a) Calculez le prix p^* d'équilibre walrassien, et (b) les quantités que consomment les deux agents dans cette situation.
4. Montrez que cet équilibre est optimal au sens de Pareto.

III. Equité

1. On dit qu'une allocation est sans envie si chaque agent préfère sa propre situation à celle de l'autre. (a) L'allocation d'équilibre walrassien est-elle sans envie ? (b) L'allocation $x_1^1 = 2$, $x_2^1 = 9$, $x_1^2 = 4$ et $x_2^2 = 3$ est-elle réalisable ? Est-elle sans envie ? (c) Qu'en concluez-vous ?

2. (a) Montrez que toutes les allocations réalisables et sans envie sont telles que

$$\left(\frac{\omega_2 - x_2^1}{x_2^1}\right)^2 \leq \frac{x_1^1}{\omega_1 - x_1^1} \leq \sqrt{\frac{\omega_2 - x_2^1}{x_2^1}}.$$

   (b) Déduisez-en qu'une allocation équitable laisse au moins la moitié de la ressource totale en bien 2 à l'agent 1.

3. En utilisant les résultats obtenus en I.2. et III.2., montrez que toutes les allocations $((x_1^1, x_2^1), (x_1^2, x_2^2))$ sans envie et optimales au sens de Pareto satisfont

$$\frac{1}{4^2} \leq \left(\frac{x_1}{\omega_1 - x_1}\right)^3 \leq \frac{1}{4}.$$

4. Supposons que l'on redistribue les ressources également entre les deux agents : $\omega_1^1 = \omega_1^2 = 3$ et $\omega_2^1 = \omega_2^2 = 6$. L'équilibre walrassien associé à cette nouvelle distribution des revenus serait-il équitable ? Que pensez-vous du rôle joué par la politique d'égalisation des revenus ?