

---

# Université de Paris I

## Magistère d'Economie - Première année Cours de Microéconomie Interrogation courte de contrôle continu 1

Jeudi 25 septembre 2025

*Durée de l'épreuve : 20 minutes  
Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.*

---

Dans les deux exercices, on considère une firme en concurrence parfaite qui produit un unique output avec deux facteurs de production : le capital et le travail. On notera  $w > 0$  le coût unitaire du travail et  $r > 0$  le coût d'une unité de capital. Le producteur a pour objectif de produire une certaine quantité d'output  $y$  à un coût minimal.

### Exercice 1 (5 points)

La technologie de production est donnée par la fonction de production suivante :

$$y = K^\alpha + L^\alpha$$

où l'on note  $y$  la quantité d'output produit,  $L$  le nombre d'heures travaillées,  $K$  le stock de capital et  $\alpha$  un paramètre avec  $0 < \alpha < 1$ .

1. Représentez soigneusement une isoquante de niveau  $y > 0$  dans le plan  $(K, L)$ . (2 points)
2. La demande conditionnelle de l'un des deux facteurs peut-elle être nulle ? (3 points)

### Exercice 2 (5 points)

La technologie de production est donnée par la fonction de production suivante :

$$y = \text{Min}(K, 2L)$$

où l'on note  $y$  la quantité d'output produit,  $L$  le nombre d'heures travaillées et  $K$  le stock de capital.

1. Représentez soigneusement une isoquante de niveau  $y > 0$  dans le plan  $(K, L)$ . (2 points)
2. À l'aide d'un raisonnement graphique que vous explicitez, vous déterminerez les demandes conditionnelles de facteurs et la fonction de coût de ce producteur. (3 points)

# Eléments de correction

## Exercice 1 (5 points)

1. Représentez soigneusement une isoquante de niveau  $y > 0$  dans le plan  $(K, L)$ . (2 points)

On a  $L(K) = (y - K^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}$ . On a  $L'(K) = -K^{\alpha-1} (y - K^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}-1} \leq 0$ .

On vérifie que  $L''(K) > 0$ .

Les deux points d'intersection avec les axes sont :  $(0; y^{\frac{1}{\alpha}})$  et  $(y^{\frac{1}{\alpha}}; 0)$

Les pentes aux deux points :  $L'(K = y^{\frac{1}{\alpha}}) = 0$  et  $L'(K = 0) = -\infty$ .

2. La demande conditionnelle de l'un des deux facteurs peut-elle être nulle ? (3 points)

Les demandes conditionnelles sont toujours strictement positives. En effet,  $K = 0$  ne peut être optimal car le TMST (la pente de l'isoquante calculée précédemment) est alors infini et ne peut être inférieur à  $\frac{r}{w}$ . De la même manière si  $L = 0$  ou  $K = y^{\frac{1}{\alpha}}$ , le TMST est nul et ne peut être supérieur à  $\frac{r}{w}$ .

## Exercice 2 (5 points)

La technologie de production est donnée par la fonction de production suivante :

$$y = \text{Min}(K, 2L)$$

où l'on note  $y$  la quantité d'output produit,  $L$  le nombre d'heures travaillées et  $K$  le stock de capital.

1. Représentez soigneusement une isoquante de niveau  $y > 0$  dans le plan  $(K, L)$ . (2 points)

On a :  $y = K$  si  $L > \frac{K}{2}$ ,  $y = K = 2L$  si  $L = \frac{K}{2}$  et  $y = 2L$  si  $L < \frac{K}{2}$ . On en déduit le graphique ci-dessous.

2. A l'aide d'un raisonnement graphique que vous explicitez, vous déterminerez les demandes conditionnelles de facteurs et la fonction de coût de ce producteur. (3 points)

La minimisation de la droite d'iso-coût conduit le producteur à choisir la technique de production au coude de l'isoquante soit au point  $K = 2L = y$ . On en déduit qu'à l'optimum,  $K = y$  et  $L = \frac{y}{2}$ . Le coût total est donc  $y(r + \frac{1}{2}w)$ .

