

UNIVERSITÉ DE PARIS I
Magistère d'Economie, Première année
Cours de Microéconomie
Année universitaire 2025-2026
Exercices de la partie I - Consommateur
 Eléments de correction

Le consommateur

Exercice 5

1. $Max (c - \bar{c})^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$ sc $\theta L + qC = \theta T + m$

Les préférences sont définies pour $c \geq \bar{c}$ et $L \leq T$.

Le $TMS(L, C) = \frac{c - \bar{c}}{L}$. Les préférences sont convexes et la CI admet une asymptote verticale pour $L = 0$. Par ailleurs, $TMS(L = T, C) > 0$.

2.

On cherche une solution intérieure. On trouve:

$$qc = \frac{1}{2}(\theta T + m + q\bar{c})$$

$$\theta L = \frac{1}{2}(\theta T + m - q\bar{c}).$$

On remarque que $c > \bar{c}$ et $L > 0$. Par contre, la solution intérieure existe uniquement si $L < T$ ssi $m < \theta T + q\bar{c}$.

3. On cherche les conditions d'optimalité de la seule solution en coin possible $L = T$ et $c = \frac{m}{q}$.

La solution est optimale ssi $TMS(T, \frac{m}{q}) \geq \theta$ ssi $\frac{\frac{m}{q} - \bar{c}}{T} \geq \frac{\theta}{q}$ ssi $m - q\bar{c} \geq \theta T$.

Interprétation: si m est élevé, l'agent préfère ne pas travailler. Vous pouvez aussi raisonner en salaire de réserve: si q est trop faible, le consommateur ne travaille pas.

1. (i) si $m_2 > \theta T + q\bar{c}$: $R(q) = (q - p)(\frac{m_2}{q} + \frac{1}{2}(\frac{\theta T}{q} + \bar{c}))$

(ii) si $m_2 \leq \theta T + q\bar{c}$: $R(q) = (q - p)((\frac{\theta T}{q} + \bar{c}) + \frac{1}{2}\frac{m_2}{q})$

On vérifie que $R(q)$ est continue et croissante avec $R(p) = 0$. Pour $q > \frac{m_2 - \theta T}{\bar{c}}$, elle change d'expression. Interprétation: si q devient trop élevé, le capitaliste souhaite travailler (cf question 2 précédente).

2. Direct du fait de la monotonie de $R(q)$. On appelle $\bar{R}$ la valeur de R telle que $R(q = \frac{m_2 - \theta T}{\bar{c}}) = \bar{R}$

4. La croissance de $R(q)$ assure que si m_2 augmente, $\bar{R}$ augmente. Interprétation: si le revenu du capital augmente, le capitaliste est moins incité à travailler et pour un même niveau de la taxe, il ne travaillera pas. Autrement dit: si on veut augmenter les recettes fiscales, on doit augmenter la taxe ($R(q)$ augmente si q augmente) et cela a pour effet d'inciter le capitaliste à travailler.

5. L'augmentation de la taxe incite le capitaliste à travailler. Cela fait mécaniquement augmenter la part du revenu du travail dans le revenu total. On a donc ici une part du revenu du travail dans le revenu total qui augmente lorsque la taxe augmente. La conclusion provocatrice de l'exercice consiste à dire que si on veut absolument faire augmenter la part du revenu du travail, cela passe ici par une taxe élevée donc plus distorsive.

Exercice 8

1. Direct. Les biens sont parfaitement substituables.

2. (i) Soit $f(\rho) = \ln [\alpha_1 (x_1)^\rho + \alpha_2 (x_2)^\rho]$. $f(0) = \ln (\alpha_1 + \alpha_2)$.

On a donc:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\ln[\alpha_1 (x_1)^\rho + \alpha_2 (x_2)^\rho] - \ln(\alpha_1 + \alpha_2)}{\rho} = f'(0)$$

$$\text{On a } f'(\rho) = \frac{[\alpha_1 \ln x_1 \exp(\rho \ln x_1) + \alpha_2 \ln x_2 \exp(\rho \ln x_2)]}{[\alpha_1 (x_1)^\rho + \alpha_2 (x_2)^\rho]}$$

$$f'(0) = \frac{\alpha_1 \ln x_1 + \alpha_2 \ln x_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

(iii) Les préférences représentées par U sont aussi représentées par donc par $\frac{\ln[\alpha_1 (x_1)^\rho + \alpha_2 (x_2)^\rho] - \ln(\alpha_1 + \alpha_2)}{\rho}$ et donc par $\alpha_1 \ln x_1 + \alpha_2 \ln x_2$ lorsque ρ tend vers 0. Par ailleurs la fonction cobb douglas représente les mêmes préférences que $\alpha_1 \ln x_1 + \alpha_2 \ln x_2$.

3. Les conditions d'optimalité sont:

$$TMS_{2,1}(x_1, x_2) = \frac{\alpha_1 (x_1)^{\rho-1}}{\alpha_2 (x_2)^{\rho-1}} = \frac{p_1}{p_2} \text{ et } p_1 x_1 + p_2 x_2 = R$$

On trouve:

$$x_1 = \frac{R(p_1)^{\frac{1}{\rho-1}} \alpha_1^{\frac{1}{1-\rho}}}{(p_1)^{\frac{\rho}{\rho-1}} \alpha_1^{\frac{1}{1-\rho}} + (p_2)^{\frac{\rho}{\rho-1}} \alpha_2^{\frac{1}{1-\rho}}}$$

Exercice 9

1. On trouve $x = \alpha(R - T)$ et $s = (1 - \alpha)(R - T)$. L'utilité est $u^B = \alpha^\alpha (1 - \alpha)^{1-\alpha} (R - T)$

A.

1. On a l'optimum:

$$TMS_{s,x} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{s}{x} = \frac{1}{r} \text{ et } x^\alpha s^{1-\alpha} = u$$

On en déduit:

$$s = u \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha r^{-\alpha} \text{ et } x = u \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\alpha-1} r^{1-\alpha}$$

Commentaire: si le prix du m2 augmente, le consommateur monte le long de la courbe d'indifférence: il réduit la demande de m2 qu'il remplace par des biens de consommation.

2. Précision d'énoncé: si un individu peut s'installer soit en banlieue soit au centre, quel prix r maximum est-il prêt à payer au centre?

Deux manières de raisonner ici:

(i) chercher r qui assure la même utilité en banlieue et au centre

(ii) chercher r pour lequel la dépense minimale au centre qui assure la même utilité (u^B) est égale à R .

Idée:

Calculons la fonction de dépense d'un consommateur localisé au centre ville:

$$e(u, r) = rs + x = u \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha r^{1-\alpha} + u \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\alpha-1} r^{1-\alpha} = ur^{1-\alpha} \cdot \left(\left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\alpha-1} \right)$$

Cette fonction donne le revenu minimal nécessaire pour avoir une utilité u au centre ville.

Si $e(u^B, r) < R$, cela signifie qu'avec R , un individu localisé au centre ville aura une utilité supérieure à u^B

Si $e(u^B, r) > R$, cela signifie qu'avec R , un individu localisé au centre ville aura une utilité inférieure à u^B

Si $e(u^B, r) = R$, cela signifie qu'avec R , un individu localisé au centre ville aura une utilité égale à u^B

Donc le loyer maximal qu'est prêt à payer un individu qui lui assure la même utilité au centre et en banlieue est tel que $e(u^B, \bar{r}) = R$.

Cela donne:

$$u^B \bar{r}^{1-\alpha} \cdot \left(\left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\alpha-1} \right) = R$$

équivalent à:

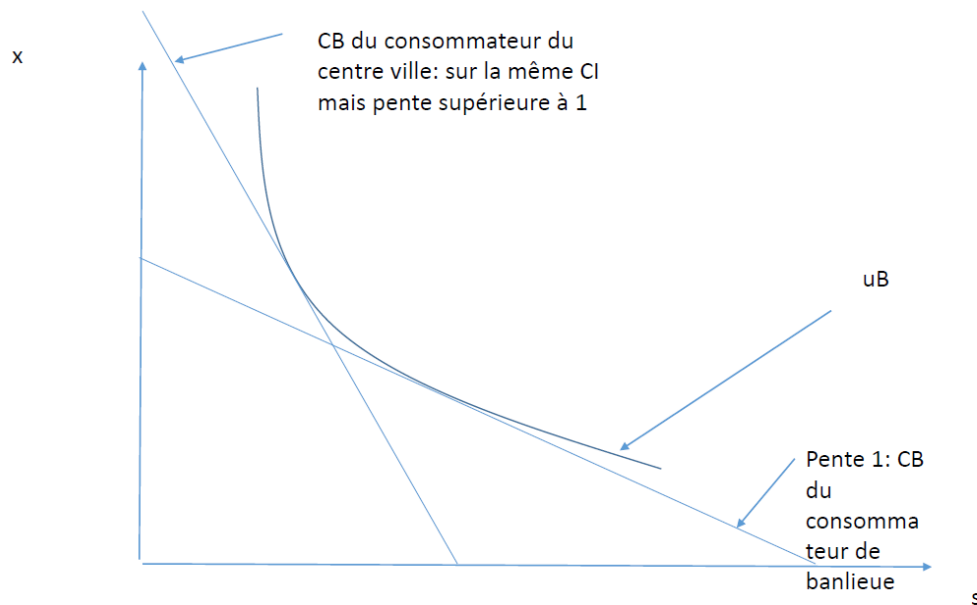
$$\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} \bar{r}^{1-\alpha} \cdot \left(\left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\alpha-1} \right) (R - T) = R$$

On trouve alors: $r = \left(\frac{R}{R-T} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} > 1$.

Commentaires:

Si $r = 1$, l'utilité au centre est supérieure à u^B puisque l'individu ne paye pas T

Si T augmente, l'utilité u^B baisse et donc le r qui assure la même utilité est plus élevée.



4. Les logements du centre sont plus petits car s est plus faible.

B.

2. On a $r = \left(\frac{R}{R-T} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$. Ce niveau baisse si R augmente. Cela signifie que les pauvres sont prêts à payer plus au centre que les riches!

Explication: les riches occupent des logements plus grands (s bien normal). Une augmentation de r a donc plus d'impact sur l'utilité d'un riche que d'un pauvre.

Le modèle explique donc des centres pauvres et des banlieues riches.