
Université de Paris I

Magistère d'Economie - Première année Cours de Microéconomie Interrogation de contrôle continu 2

Mercredi 23 octobre 2025

Durée de l'épreuve : 1h15 minutes

Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

Exercice 1 (15 points)

On considère un couple composé de deux individus A et B . Ses préférences sont représentées par la fonction d'utilité $U(C_1, C_2) = \ln C_1 + \ln C_2$ où C_j représente la quantité totale de bien j que le couple consomme, avec $j = 1, 2$. Le bien 1 est acheté sur le marché à un prix unitaire égal à 1. Le bien 2 est produit au sein du couple. Si l'individu i ($i = A, B$) consacre un temps L_i à la production du bien 2, la quantité de bien 2 produite est égale à $F(L_A, L_B) = (L_A)^{\frac{1}{2}}(L_B)^{\frac{1}{2}}$. Chaque individu dispose d'une dotation temps égale à T qu'il ou elle répartit entre temps de travail salarié et temps de travail consacré à la production du bien 2. On notera l_i le temps consacré au travail salarié par l'individu i . On a donc $L_i + l_i = T$. L'heure de travail salarié de l'individu i est rémunéré w_i euros et le couple n'a pas d'autre ressource monétaire que le travail salarié.

L'objectif du couple consiste à maximiser l'utilité du couple précisée précédemment.

1. Montrer que la contrainte budgétaire du couple est donnée par l'équation :

$$C_1 = w_A l_A + w_B l_B$$

2. Montrer que pour produire une quantité C_2 de bien 2, l'allocation du temps des deux individus est solution du programme suivant :

$$\text{Min}_{L_A, L_B} [w_A L_A + w_B L_B]$$

sous contrainte

$$(L_A)^{\frac{1}{2}}(L_B)^{\frac{1}{2}} \geq C_2$$

3. Résoudre le programme précédent en ne considérant que les solutions intérieures.
4. Montrer que la contrainte budgétaire du couple peut se ré-écrire de la manière suivante :

$$C_1 + C(w_A, w_B, C_2) = (w_A + w_B)T$$

où $C(w_A, w_B, C_2)$ est une fonction de coût que l'on explicitera.

5. En déduire les consommations optimales de bien 1 et de bien 2 en fonction des seuls paramètres w_A , w_B et T . On ne considèrera que les solutions intérieures.
6. On note $e = \frac{w_A}{w_B}$. Par convention on suppose $e \geq 1$. Si on interprète e comme une mesure des inégalités salariales au sein du couple, quel est l'effet d'une augmentation de ces inégalités sur la consommation de bien 2. Expliquer.

Exercice 2 (5 points)

On considère un agent avec des préférences définies sur un bien de consommation et sur la qualité de l'environnement. La fonction d'utilité qui représente ses préférences est $U(C, E) = C \cdot E$ où C est la quantité du bien consommé et E la qualité de l'environnement avec $E > 0$. Le prix d'une unité du bien de consommation est égal à p et la qualité de l'environnement est donnée mais gratuite. Le consommateur dispose d'un revenu $R > 0$.

1. Déterminer la quantité de bien consommé. En déduire la fonction de dépense de ce consommateur.
2. La qualité de l'environnement se dégrade de $\Delta > 0$ de sorte que la nouvelle qualité est égale à $E - \Delta > 0$. Quelle est la variation compensatrice du revenu associée à cette dégradation ?

Eléments de correction

Exercice 1 (15 points)

1. La dépense monétaire est égale à C_1 et le revenu monétaire est égal au revenu du travail salarié.
2. Le revenu monétaire du couple est égal à $w_A(T - L_A) + w_B(T - L_B)$. Le couple cherche à maximiser ce revenu pour maximiser C_1 . Cela revient donc à minimiser le coût du travail non salarié sous contrainte d'atteindre un certain niveau de consommation C_2 .
3. Résolution standard d'un programme de minimisation du coût. On trouve $L_A = C_2(w_A)^{-\frac{1}{2}}(w_B)^{\frac{1}{2}}$ et $L_B = C_2(w_B)^{-\frac{1}{2}}(w_A)^{\frac{1}{2}}$.
4. On a $C_1 = w_A(T - L_A) + w_B(T - L_B) = (w_A + w_B)T - C(w_A, w_B, C_2)$ où $C(w_A, w_B, C_2)$ est la fonction de coût de production du bien 2 par le couple. On a $C(w_A, w_B, C_2) = 2C_2(w_A)^{\frac{1}{2}}(w_B)^{\frac{1}{2}}$.
5. La couple maximise son utilité. On trouve alors $C_2 = \frac{1}{4} \frac{(w_A + w_B)T}{(w_A)^{\frac{1}{2}}(w_B)^{\frac{1}{2}}}$.
6. On a $C_2 = \frac{T}{4} \frac{1+e}{e^{\frac{1}{2}}}$. La consommation augmente si e augmente. Deux effets s'opposent : un effet revenu qui conduit le couple à augmenter la consommation de bien 2 mais un effet coût qui accroît le coût de production du bien. Le premier effet l'emporte.

Exercice 2 (5 points)

1. On a $C = \frac{R}{p}$. On en déduit la fonction d'utilité indirecte $\frac{R}{p}E$. D'où la fonction de dépense $e(p, E, u) = \frac{pu}{E}$.
2. On cherche la variation de revenu nécessaire pour maintenir l'utilité initiale constante malgré la détérioration de l'environnement. Cette variation est donc égale à $e(p, E - \Delta, u) - R$ avec $u = E \frac{R}{p}$. D'où une variation de revenu égale à $\frac{R\Delta}{E - \Delta}$.