

# Partie II : Optimalité, incitations privées et intervention de l'Etat

## Chapitre 4: L'intervention de l'Etat dans la croissance

Jean-Olivier Hairault ( PSE )

20 avril 2026

# Introduction

- ▶ L'ensemble des décisions d'accumulation est caractérisé par une dimension intertemporelle, faisant intervenir des dépenses présentes et des revenus futurs.
- ▶ Le système économique doit garantir à l'investisseur la propriété de ce revenu futur. Les droits de propriété, y compris sur les connaissances doivent être clairement établis et garantis par l'Etat.
- ▶ Mais ce dernier doit laisser espérer la possibilité d'un revenu élevé, y compris et surtout après impôt, pour rémunérer la renonciation à la consommation présente et la prise de risque inhérente à un investissement en univers aléatoire.

# Introduction

- ▶ Si la première fonction de l'Etat est de mettre en place des institutions favorisant la croissance, son intervention répond aussi à une série de dysfonctionnements intrinsèques à une économie de marché,
- ▶ de l'impossibilité de nouer des contrats financiers entre les générations présentes et leurs descendants
- ▶ à la nature publique de certains biens d'équipement
- ▶ en passant par l'existence d'externalités et d'imperfections sur les marchés financiers.

# Introduction

- ▶ Les agents privés ne perçoivent pas toujours en effet toutes les conséquences de leurs décisions en matière d'accumulation.
- ▶ Ainsi, les investissements en recherche-développement permettent des découvertes qui profitent ensuite à tous ceux qui entreprennent des activités de recherche (externalités de connaissances).
- ▶ Le niveau socialement optimal de ces investissements est en général supérieur à celui qui résulte des décisions privées : des politiques fiscales correctrices peuvent alors permettre de rapprocher l'équilibre décentralisé de l'optimum de premier rang.

# Introduction

- ▶ Ensuite, seul l'Etat peut offrir toute une série de biens collectifs. La qualité des équipements publics est d'autant plus cruciale que ces derniers sont par définition spécifiques à un pays et intransférables internationalement, à la différence du capital physique ou technologique, et dans une moindre mesure du capital humain qui peut être transféré grâce à une migration de main d'oeuvre qualifiée.
- ▶ Enfin, l'Etat peut permettre de sortir de situations de sur-accumulation en mettant en place des systèmes de retraite par répartition ou en émettant une dette publique qui éponge l'épargne privée.
- ▶ L'intervention de l'Etat est donc cruciale pour réguler l'accumulation du capital, au sens large, du capital physique au capital humain en passant par les connaissances.

# Le rôle de l'Etat

## L'Etat comme garant des droits de propriétés

- ▶ De façon générale, D. North a particulièrement souligné le rôle historique des institutions, ensemble de contraintes imaginées par l'homme qui structurent les interactions politiques, économiques et sociales, dans l'émergence et la pérennité de la croissance.
- ▶ Les institutions doivent limiter au maximum les coûts de transaction dont Ronald Coase a particulièrement montré l'importance dans une économie capitaliste. Il s'agit de l'ensemble des dépenses relatives à la définition, la protection et la mise en application des droits de propriétés sur les biens.
- ▶ Fondamentalement les institutions déterminent les règles du jeu et en cela les incitations à investir et à innover.

# Le rôle de l'Etat

## L'Etat comme garant des droits de propriétés

- ▶ Prenons l'exemple des investissements en recherche-développement pour expliciter ces différents points.
- ▶ Pourquoi une entreprise cherche-t-elle à innover? Son objectif est de se différencier des autres entreprises et de jouir ainsi d'un pouvoir de monopole assurant des profits élevés par une tarification au-delà du coût marginal.
- ▶ L'Etat doit-il chercher à éliminer ces rentes monopolistiques? Ces dernières rémunèrent-elles une activité socialement utile ou proviennent-elles d'une rente de situation indue?

# Le rôle de l'Etat

## L'Etat comme garant des droits de propriétés

- ▶ En fait, cette position de monopole est nécessaire pour rentabiliser les importants coûts fixes engendrés par l'activité préalable de recherche. Or, comme les idées sont non-rivales, seul l'Etat peut garantir l'exclusivité de leur exploitation industrielle, au moins pendant une période transitoire.
- ▶ L'existence de droits de propriété intellectuelle matérialisés par des brevets assure que la recherche peut être profitable si elle est couronnée de succès, rien évidemment ne garantissant cette réussite.

# Le rôle de l'Etat

## L'Etat comme garant des droits de propriétés

- ▶ NORTH prétend que ce n'est qu'à partir du moment où les innovateurs ont eu l'assurance légale de bénéficier des retombées financières de leurs découvertes que le rythme du progrès technique s'est accéléré.
- ▶ Si l'on comprend intuitivement l'intérêt pour une entreprise de préserver l'exclusivité de l'utilisation de son innovation, c'est donc aussi l'intérêt de la société de mettre en place cette protection juridique.

# Le rôle de l'Etat

## L'Etat comme garant des droits de propriétés

- ▶ Voir la vidéo : Prix Nobel 2024 Acemoglu/Johnson/Robinson
- ▶ Les causes de la croissance doivent être recherchées dans l'efficacité des institutions. Certains pays sont parvenus à mettre en place des institutions qui permettent et encouragent l'initiative privée, tandis que d'autres la brident.
- ▶ L'exemple historique de la croissance de l'Angleterre et de la stagnation jusqu'à une période récente de l'Espagne apportent selon North la preuve de l'importance du cadre institutionnel.
- ▶ Les incertitudes sur les droits de propriété dans certains pays expliquent partiellement le déficit d'investissements dans ces pays, qu'ils soient d'origine interne ou de nationalité étrangère, ce qui limite dans ce dernier cas la diffusion du progrès technique.

# Le rôle de l'Etat

## L'Etat comme garant des droits de propriétés

- ▶ Les coûts de transaction apparaissent trop élevés, en particulier aux investisseurs étrangers, du fait en premier lieu de la corruption. L'Etat peut dans certains pays être le principal responsable de la violation du droit de propriété privé.
- ▶ C'est pourquoi la démocratie va souvent de pair avec la croissance (cf. BARRO).

# Le rôle de l'Etat

## Une fiscalité faible sur le capital

- ▶ L'Etat peut aussi être un frein à cause d'une fiscalité trop importante sur l'épargne et sur l'investissement, les hauts salaires ou sur les profits.
- ▶ En abaissant le rendement (après impôt) de l'innovation, de l'épargne ou la rémunération (après impôt) des travailleurs les plus qualifiés, il diminue les incitations à investir dans le capital technologique, dans le capital physique et dans le capital humain.

# Le rôle de l'Etat

## Une fiscalité faible sur le capital

- ▶ Considérons à nouveau le cadre du modèle de croissance optimale présenté dans le chapitre précédent.
- ▶ Toute diminution du rendement de l'épargne ou augmentation du coût de l'investissement conduit à une réduction de l'accumulation du capital.
- ▶ Par exemple, considérons l'introduction d'une taxe  $\tau$  sur les intérêts perçus sur l'épargne.

$$B_{t+1} = W_t N_t + (1 + r_{t-1}(1 - \tau))B_t - C_t N_t$$

- ▶ Considérons l'introduction d'une taxe  $\tau$  sur le patrimoine (financier).

$$B_{t+1} = W_t N_t + (1 + r_{t-1} - \tau)B_t - C_t N_t$$

# Le rôle de l'Etat

## Une fiscalité faible sur le capital

- ▶ Il est facile d'en déduire le sentier de règle d'or modifié pour une taxe sur les intérêts :

$$(1 - \tau)f'(\bar{k}) = (1 - \tau)\delta + \tilde{\rho} + n + g$$

- ▶ ou pour l'existence d'une taxe sur le patrimoine/richeesse financière :

$$f'(\bar{k}) - \tau = \tilde{\rho} + n + g + \delta$$

- ▶ Ces résultats attesteraient de l'existence d'un arbitrage entre réduction des inégalités et croissance. Si les inégalités sont imputables à une grande hétérogénéité dans les détentions de patrimoine financier, leur réduction peut passer par une fiscalité correctrice taxant fortement l'épargne, ce qui en retour peut pénaliser l'accumulation du capital.

# Le rôle de l'Etat

## Une fiscalité faible sur le capital

- ▶ Une taxe  $\tau$  sur l'investissement (net de la dépréciation) aboutit au même résultat. La condition d'optimalité de la demande de capital est en effet modifiée de la façon suivante :

$$f'(k_{t+1}) - \delta = (1 + \tau)r_t$$

- ▶ On en déduit la condition de la règle d'or modifiée :

$$\frac{f'(\bar{k})}{1 + \tau} = \tilde{\rho} + n + g + \frac{\delta}{1 + \tau}$$

# Le rôle de l'Etat

## Une fiscalité faible sur le capital

- ▶ Des disparités dans les systèmes fiscaux entre pays peuvent alors expliquer des niveaux de revenu par tête différents. Il apparaît généralement que le poids des prélèvements obligatoires a bien une influence négative.
- ▶ Cependant, de façon générale, ce n'est pas l'impôt qui est à proscrire, mais une assiette trop concentrée sur des activités productives.
- ▶ En outre, toute une série de défaillances liée au fonctionnement décentralisé d'une économie justifie l'intervention de l'Etat afin de réguler le taux d'accumulation.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Dans le modèle à progrès technique exogène, la règle d'or choisit un niveau optimal de capital sur un sentier de croissance dont le taux est donné.
- ▶ Le modèle de croissance endogène modifie l'analyse de la règle d'or de manière fondamentale : le taux de croissance lui-même devient endogène, car il dépend des ressources affectées à la recherche.
- ▶ La règle d'or n'est donc plus seulement une condition sur le capital physique. Elle devient une condition conjointe sur :

$$K_t \quad \text{et} \quad L_{A,t},$$

c'est-à-dire sur l'accumulation de capital et sur la production de connaissance.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Une ressource supplémentaire consacrée à la recherche a un effet différent. Elle réduit la production courante en diminuant le travail disponible dans le secteur des biens, mais elle augmente le stock de connaissances futur :

$$L_{A,t} \uparrow \Rightarrow L_{Y,t} \downarrow \Rightarrow Y_t \downarrow \text{ à court terme,}$$

mais aussi

$$L_{A,t} \uparrow \Rightarrow A_{t+1} \uparrow \Rightarrow Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots \uparrow.$$

- ▶ Le choix social ne porte donc plus seulement sur l'intensité capitaliste, mais aussi sur l'intensité de recherche.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Le planificateur choisit désormais non seulement  $(C_t, K_{t+1})$ , mais aussi  $(L_{A,t})$ . Un problème simplifié peut s'écrire

$$\max_{\{C_t, K_{t+1}, L_{A,t}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t)$$

sous les contraintes

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + Y_t - C_t,$$

$$Y_t = F(K_t, A_t(L - L_{A,t})),$$

$$A_{t+1} - A_t = \mu A_t^\lambda L_{A,t}.$$

- ▶ À la marge, une hausse de  $L_{A,t}$  a :
  - ▶ un *coût courant*, car elle réduit la production présente ;
  - ▶ un *gain futur*, car elle augmente la croissance de la connaissance, puis la production et la consommation futures.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ On peut donc dire qu'il existe, en général, un niveau socialement optimal de recherche  $L_{A,t}^{opt}$ , caractérisé par l'égalité entre :

perte marginale de bien-être aujourd'hui

et

gain marginal actualisé de bien-être demain.

- ▶ La règle d'or est ainsi transformée en un problème d'*allocation intertemporelle et intersectorielle*.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Même dans le cas du modèle de Romer où une hausse de  $L_A$  agit sur le taux de croissance de l'économie et non seulement sur le niveau de production par tête, cela ne signifie pas qu'il soit optimal de choisir une valeur très élevée de  $L_A$ .
- ▶ Car le bénéfice en termes de croissance plus élevée ne se réalise pas instantanément : plus de recherche aujourd'hui signifie d'abord moins de capital humain disponible dans le secteur productif, moins de consommation présente, tandis que les gains apparaissent seulement dans le futur.
- ▶ Le fait que la recherche affecte le taux de croissance renforce l'importance du bénéfice futur, mais ne supprime nullement l'arbitrage intertemporel.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Modèle de croissance endogène : analyse de la règle d'or est modifiée, mais surtout l'équilibre de marché n'est pas optimal, à cause de l'existence d'externalités de connaissance
- ▶ Le rendement social de la recherche est plus large que son rendement privé. Une innovation ne se limite pas à générer un profit pour son inventeur ; elle produit aussi des effets bénéfiques diffus sur l'ensemble de l'économie.
- ▶ Premièrement, une nouvelle variété intermédiaire accroît l'efficacité de la production finale. C'est l'effet de variété.
- ▶ Deuxièmement, une innovation enrichit le stock de connaissances  $A$ , ce qui augmente la productivité de la recherche future puisque une idée nouvelle facilite la production d'idées ultérieures. Cet effet bénéficie à l'ensemble des chercheurs et non pas seulement à l'innovateur initial.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Ainsi, on peut écrire :

rendement social = rendement privé + externalités positives.

- ▶ En conséquence, l'économie décentralisée investit en général trop peu dans la recherche :

$$L_A^{eq} < L_A^{opt}.$$

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ La protection de l'innovation par le brevet engendre deux effets de sens opposé.
- ▶ D'une part, l'apparition de nouvelles variétés intermédiaires accroît le stock de connaissances et soutient la croissance de long terme. Cet effet est socialement positif, car une innovation augmente non seulement la productivité courante, mais aussi la capacité à produire des innovations futures.
- ▶ D'autre part, ce pouvoir de monopole conduit à une tarification au-dessus du coût marginal, ce qui introduit une distorsion statique dans l'allocation des ressources.
- ▶ L'idée centrale est donc qu'il existe une tension entre incitation dynamique à innover et inefficacité statique de l'allocation.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Dans le modèle, les idées sont non rivales. Sans mécanisme d'appropriation, l'innovateur ne pourrait pas capter le rendement de son invention. Les profits privés seraient trop faibles, et l'incitation à investir en recherche-développement serait insuffisante.
- ▶ Le brevet ou le droit exclusif d'exploitation d'une variété permet précisément de créer une rente privée. Cette rente provient d'un prix supérieur au coût marginal :

$$p_t > MC_t.$$

Ainsi, le pouvoir de monopole constitue le mécanisme qui donne une valeur privée à l'innovation.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Le revers de cette rente monopolistique est qu'elle entraîne une sous-utilisation des biens intermédiaires. Les producteurs du bien final font face à des prix trop élevés pour les variétés existantes et en demandent donc une quantité trop faible.
- ▶ Il en résulte qu'à stock de connaissances donné, la production agrégée est inférieure à son niveau socialement efficace.
- ▶ Autrement dit, même si l'économie dispose d'un ensemble de technologies donné, elle ne les exploite pas de manière optimale.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Dans une économie décentralisée, la connaissance est difficile à vendre directement, parce qu'elle est non rivale et au moins partiellement non excluable. Une fois révélée, elle peut être imitée ou diffusée à faible coût. Dès lors, si l'innovateur ne bénéficie d'aucune protection, il ne peut pas espérer récupérer le rendement de son effort de recherche.
- ▶ Le brevet ou le droit exclusif sur une variété constitue alors un mécanisme institutionnel d'appropriation. L'innovateur est rémunéré non pas parce que la société lui paie directement la valeur sociale de son idée, mais parce qu'il peut exploiter une position de monopole.
- ▶ Autrement dit, l'économie de marché rémunère la connaissance en créant artificiellement une rareté sur son usage.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Le coeur du problème est qu'on ne peut pas obtenir simultanément, sans instrument supplémentaire :
  1. une utilisation statiquement efficace des biens intermédiaires, ce qui exigerait
$$p_t = MC_t,$$
  2. et une incitation privée suffisante à innover, qui suppose l'existence de profits.
- ▶ Si l'on supprimait totalement le pouvoir de monopole, on éliminerait la distorsion statique, mais on réduirait fortement, voire on annulerait, la valeur privée de l'innovation.
- ▶ À l'inverse, si l'on laisse un fort pouvoir de monopole, on soutient la R&D mais au prix d'une mauvaise allocation courante des ressources.
- ▶ Il s'agit donc d'un arbitrage entre plus de concurrence aujourd'hui et plus d'innovation demain.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Ainsi, le marché est sous-optimal pour deux raisons distinctes :  
externalité de connaissance + distorsion monopolistique.
- ▶ La première implique que le rendement social de la recherche excède son rendement privé. La seconde implique que les variétés existantes sont utilisées de manière insuffisante.
- ▶ C'est pourquoi l'optimum social ne coïncide ni avec le laisser-faire monopolistique, ni avec la concurrence parfaite sans soutien à l'innovation.
- ▶ En général, une politique efficace combine un soutien à la R&D et une correction partielle de la distorsion de monopole.
- ▶ Le problème peut donc être formulé ainsi : comment rémunérer l'invention sans distordre l'usage de l'innovation ?

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ il faut dissocier autant que possible deux objets distincts : la rémunération de l'inventeur et le prix d'usage de l'innovation.
- ▶ Dans l'équilibre monopolistique, les deux sont confondus : l'inventeur est payé parce qu'il peut vendre cher.
- ▶ Une solution plus efficace consiste au contraire à rémunérer l'innovateur par un transfert distinct, puis à permettre une diffusion de la technologie au coût marginal.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ L'idée générale est donc la suivante : il faut payer l'inventeur sans faire payer trop cher l'utilisateur.
- ▶ En théorie, la solution de premier rang consiste à verser à l'innovateur une rémunération directe égale, autant que possible, à la valeur sociale de son invention, puis à imposer ou permettre une tarification au coût marginal.
- ▶ Cette rémunération directe peut prendre plusieurs formes :
  1. une subvention à la R&D ;L'État finance une partie du coût de recherche.
  2. une prime à l'innovation ;une récompense monétaire publique
  3. un achat public du brevet ;
  4. une production publique de la recherche ;

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Si la solution théorique paraît simple, sa mise en oeuvre est délicate. La difficulté principale est informationnelle.
- ▶ Pour rémunérer directement l'innovation, il faut connaître ou estimer sa valeur sociale, ou au moins sa contribution attendue. Or cette valeur est souvent incertaine, diffuse et intertemporelle.
- ▶ Une autorité publique ne connaît pas parfaitement :
  1. la qualité réelle des projets de recherche ;
  2. leur probabilité de succès ;
  3. la valeur sociale future des découvertes ;
  4. l'effort effectivement fourni par les innovateurs.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Dans ce contexte, la rente de monopole présente un avantage pratique : elle constitue un mécanisme décentralisé d'appropriation, qui ne demande pas à l'État de mesurer précisément la valeur de chaque invention.
- ▶ Le monopole apparaît alors comme une solution imparfaite mais opérationnelle au problème de la rémunération privée du savoir.

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et externalités

- ▶ La part de l'Etat dans le financement de la recherche est proche de 50% en France, même si elle n'est que de 32% dans l'ensemble des pays de l'OCDE.
- ▶ Il existe toute une série d'aides. Toutefois, ces aides ne sont pas sans créer certains problèmes. Elles induisent des effets d'aubaine, en aidant des projets qui auraient été de toute façon réalisés, et surtout elles posent la question de la qualité de la sélection des projets financés.
- ▶ Dans ce cas, l'Etat peut soutenir la recherche par une politique de subventions spécifiques (le crédit d'impôt-recherche par exemple) ou même par une prise en charge totale si le rendement privé est quasi-nul et le rendement social élevé, comme pour la recherche fondamentale (CNRS).

# Le rôle de l'Etat

## Recherche et optimalité

- ▶ Toutefois, l'Etat ne doit pas bloquer la diffusion des connaissances qui est au centre du processus de la croissance par les externalités qu'elle engendre.
- ▶ C'est pourquoi les brevets sont cessibles, proposant une description complète et détaillée de l'innovation et surtout d'une durée limitée. En outre, une situation de monopole qui perdure peut être socialement défavorable.
- ▶ Les autorités de la concurrence sont donc prises entre deux objectifs contradictoires : inciter à innover et donc limiter la diffusion, ou faciliter la diffusion au risque de réduire l'innovation.

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ Certains équipements sont des biens publics, c'est-à-dire des biens non-rivaux et non-exclusifs. C'est le cas par exemple de l'éclairage et du réseau routier.
- ▶ Seul l'Etat est susceptible de financer de tels investissements grâce à l'impôt obligatoire qui permet d'éviter le phénomène de passager clandestin ;
- ▶ En outre, certains investissements impliquent de tels coûts fixes que seul l'Etat peut atteindre l'efficacité économique en tarifant au coût marginal, et donc à pertes (réseau ferroviaire).

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ Il est reconnu que les infrastructures publiques, le capital public, exerce des effets positifs sur la productivité des facteurs de production privés.
- ▶ La qualité des équipements publics est d'autant plus cruciale que ces derniers sont par définition spécifiques à un pays et intransférables internationalement, à la différence du capital physique ou technologique, et dans une moindre mesure du capital humain qui peut être transféré grâce à une migration de main d'oeuvre qualifiée.
- ▶ L'accumulation du capital public explique ainsi une partie des disparités observées entre pays (cf. BARRO).

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ On considère une économie sans progrès technique et sans croissance démographique où les dépenses publiques  $G$  exercent un effet positif sur la production.
- ▶ La fonction de production agrégée prend alors la forme suivante :

$$Y = F(K, H, G) = K^\alpha H^{1-\alpha} G^\varepsilon, \quad \varepsilon \geq 0, \quad 0 < \alpha < 1$$

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ Les dépenses publiques sont financées par impôt. On suppose que la production est taxée au taux constant  $\tau$  exogène.
- ▶ La contrainte budgétaire de l'État impose alors que les dépenses publiques s'ajustent à ce montant d'impôts prélevés :
- ▶

$$G = \tau Y$$

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ Cette économie ressemble à celle présentée dans le modèle de croissance optimale, à deux différences près.
- ▶ L'équilibre du marché des biens s'écrit

$$Y = C + I + G$$

et le programme des entreprises est modifiée par l'existence d'une taxe  $\tau$ .

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ Les conditions d'optimalité sur le capital (dépréciation nulle par hypothèse simplificatrice) et le travail s'écrivent respectivement :

$$(1 - \tau) \frac{\partial Y}{\partial K} = r$$

et

$$(1 - \tau) \frac{\partial Y}{\partial H} = W$$

- ▶ La deuxième condition détermine le niveau du salaire réel, tandis que la première permet de calculer le niveau de la demande de capital physique.
- ▶ Apparemment le niveau d'imposition  $\tau$  joue négativement sur la productivité du capital et donc sur son niveau d'accumulation.

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ Cependant, il influence le niveau des dépenses publiques qui permet d'élever la productivité marginale du capital.
- ▶ Cette dernière est égale en effet à :

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha H^{1-\alpha} K^{\alpha-1} G^\varepsilon$$

- ▶ En substituant dans la règle de dépenses publiques l'expression du revenu donnée par la fonction de production, on en déduit que :

$$G = (\tau K^\alpha H^{1-\alpha})^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ d'où l'expression de la productivité du capital :

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \tau^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}} H^{\frac{1-\alpha}{1-\varepsilon}} K^{\frac{\alpha-1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}$$

- ▶ La productivité est décroissante si et seulement si  $\alpha - 1 + \varepsilon < 0$ , soit  $\varepsilon < 1 - \alpha$ .
- ▶ Dans ce cas, cette économie se comporte comme une économie à la Solow. En l'absence de croissance de la population, les variables en niveau tendent à long terme vers un état stationnaire.

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ Cet état stationnaire est défini par l'égalité du taux d'intérêt réel et du taux d'actualisation, qui garantit la constance de la consommation :

$$(1 - \tau)\alpha\tau^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}} H^{\frac{1-\alpha}{1-\varepsilon}} \bar{K}^{\frac{\alpha-1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} = \rho$$
$$\Leftrightarrow \bar{K} = \left( \frac{(1 - \tau)\alpha\tau^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}} H^{\frac{1-\alpha}{1-\varepsilon}}}{\rho} \right)^{\frac{1-\varepsilon}{1-\alpha-\varepsilon}} = \left( \frac{(1 - \tau)\alpha}{\rho} \right)^{\frac{1-\varepsilon}{1-\alpha-\varepsilon}} \tau^{\frac{\varepsilon}{1-\alpha-\varepsilon}} H^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\varepsilon}}$$

- ▶ Cet état stationnaire est également défini par l'arrêt de l'accumulation du capital si le taux de dépréciation du capital est supposé nul pour simplifier.
- ▶ On a donc  $\bar{I} = 0$ , soit

$$\bar{Y} = \bar{C} + \bar{G} = \bar{C} + \tau\bar{Y} \Leftrightarrow \bar{C} = (1 - \tau)\bar{Y}$$

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ On montre aisément que l'on a :

$$\bar{Y} = \tau^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}} H^{\frac{1-\alpha}{1-\varepsilon}} \bar{K}^{\frac{\alpha}{1-\varepsilon}} = \left[ \tau^{\varepsilon} H^{1-\alpha} \left( \frac{(1-\tau)\alpha}{\rho} \right)^{\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\varepsilon}}$$

d'où

$$\bar{C} = (1-\tau)\bar{Y} = \left[ \tau^{\varepsilon} (1-\tau)^{1-\varepsilon} H^{1-\alpha} \left( \frac{\alpha}{\rho} \right)^{\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\varepsilon}}$$

- ▶ On peut donc en déduire l'influence du taux d'imposition sur la consommation stationnaire. On montre à partir de l'expression précédente que l'on a :

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \tau} = 0 \Leftrightarrow \tau = \varepsilon$$

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ Il existe donc un taux d'imposition non nul qui maximise le niveau de la consommation stationnaire.
- ▶ En deçà de ce taux, l'imposition est modérée et l'augmenter favorise la croissance car l'effet positif sur la productivité privée qui transite par les dépenses publiques l'emporte sur l'effet négatif dû à l'alourdissement de la fiscalité qui pèsent sur la production des entreprises. C'est l'inverse au delà de ce taux.

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ La fiscalité a dans ce cas un effet bénéfique sur le niveau des variables. On peut là encore mettre en évidence un cas de croissance endogène pour lequel la fiscalité permettra d'atteindre le taux de croissance optimal.
- ▶ La productivité du capital est en effet constante dans le cas  $\epsilon = 1 - \alpha$ . Le taux de croissance de l'économie à long terme est également celui de la consommation. Ce dernier est donné à chaque période par

$$\frac{C_{t+1} - C_t}{C_t} = \sigma(r - \rho)$$

- ▶ avec  $r$  égal à la productivité marginale du capital nette de la fiscalité :

$$r = (1 - \tau)\alpha\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} H^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

- ▶ le taux de croissance  $\gamma$  est donc égal à :

$$\gamma = \sigma(r - \rho) = \sigma\left(\alpha(1 - \tau)\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} H^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \rho\right)$$

# Le rôle de l'Etat

## Le rôle des infrastructures publiques

- ▶ L'effet du taux d'imposition sur le taux de croissance est ambigü. On remarque là encore les effets antagonistes du taux d'imposition sur le taux de croissance.
- ▶ On vérifie en outre que le taux de croissance est une fonction croissante puis décroissante du taux d'imposition, et que le maximum du taux de croissance est atteint pour un taux d'imposition  $\tau^* = 1 - \alpha$ .

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = 0 \Leftrightarrow \tau = 1 - \alpha$$

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Comme nous l'avons déjà souligné précédemment, les générations présentes ne souhaitent pas nécessairement faire l'effort d'accumulation qui permettraient aux générations suivantes de profiter d'une consommation maximale, sauf à faire preuve d'un altruisme intergénérationnel élevé compensant la préférence pour le présent.
- ▶ L'Etat n'a pas ici de raisons d'intervenir pour avantager les uns aux dépens des autres, d'autant que ce sont les générations actuelles qui votent...
- ▶ De façon apparemment plus paradoxale, on peut également ne pas atteindre la règle d'or parce que l'économie se trouve en situation de sur-accumulation. Cela traduit une situation d'inefficience dynamique

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Il est possible de mettre en évidence formellement cette situation d'inefficience dynamique dans le cadre d'un modèle où coexistent des générations dont l'horizon de vie fini diffère :
- ▶ il s'agit alors d'un modèle à générations imbriquées (DIAMOND, 1965) dont les propriétés dynamiques s'opposent à celles du modèle à horizon de vie infini qui était le cadre de la croissance optimale.
- ▶ Le reste de la structure est analogue au modèle de croissance optimale. Il existe deux types d'agents, les entreprises et les ménages qui inter-agissent dans un univers concurrentiel sous l'hypothèse d'un marché financier parfait.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Un individu a un horizon fini de deux périodes de vie. A chaque période coexistent donc deux types d'agent, ceux nés au début de cette période (les Jeunes) et ceux qui mourront à la fin de cette période (les Vieux).
- ▶ La population est supposée croître à un taux exogène  $n$  :

$$N_t^J = (1 + n)N_t^V$$

- ▶ Seuls les Jeunes travaillent et offrent de façon inélastique une unité de temps pour un salaire  $W$ . Ils ont accès à un marché financier parfait.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiency dynamique

Chaque ménage représentatif d'une génération maximise une utilité intertemporelle sous contrainte budgétaire intertemporelle :

$$\max_{C_t^J, C_{t+1}^V} u(C_t^J) + \frac{1}{1 + \rho} u(C_{t+1}^V)$$

sous

$$C_t^J + \frac{C_{t+1}^V}{1 + r_t} \leq W_t$$

avec  $C_t^J$  la consommation de la période  $t$  d'un agent né en  $t$  (Jeune),  $C_{t+1}^V$  la consommation de la période  $t + 1$  de cet agent lorsqu'il est Vieux.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Dans la formulation de l'utilité intertemporelle, il a été supposé que les agents ne se préoccupaient pas de leurs descendants : il n'y a pas d'altruisme intergénérationnel. La contrainte budgétaire intertemporelle a été dérivée sous l'hypothèse que les Vieux mourraient avec un actif nul.
- ▶ La condition d'optimalité est la condition d'Euler traditionnelle qui préside aux choix intertemporels de consommation :

$$\frac{u'(C_t^J)}{u'(C_{t+1}^V)} = \beta(1 + r_t)$$

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiences dynamiques

- ▶ Les entreprises sont supposées identiques et ont accès à une technologie à rendements constants utilisant du capital physique et du travail. Nous supposons pour simplifier qu'il n'existe pas de progrès technique :

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t H_t)^{1-\alpha}$$

- ▶ Les demandes de facteurs dérivent de la maximisation du profit et donc de l'égalisation de leur productivité marginale à leur coût respectif.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ A l'équilibre du marché du travail, les heures travaillées correspondent à l'offre émanant des Jeunes :

$$H_t = N_t^J$$

- ▶ Le stock de capital disponible à la période suivante correspond à l'offre totale d'épargne de la part des Jeunes :

$$K_{t+1} = N_t^J S_t^J$$

où  $S_t^J$  est l'épargne individuelle d'un Jeune. Cette dernière permet à la fois de racheter les actifs des Vieux qui désaccumulent et de financer de nouveaux investissements.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiance dynamique

- ▶ En raison de la croissance démographique, il est pertinent de déflater l'ensemble des variables par  $A_t N_t^J$ . La fonction de production se réécrit en termes intensifs :

$$y_t = k_t^\alpha$$

- ▶ On en déduit la relation suivante en termes intensifs :

$$k_{t+1} = \frac{s_t^J}{(1+n)(1+g)} \quad (1)$$

- ▶ Etant donné les facteurs de croissance, le capital par travailleur intensif à une période donnée est plus faible que l'épargne individuelle des Jeunes de la période précédente.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ De façon générale, l'épargne d'un Jeune dépend de la valeur du taux d'intérêt et de la richesse qui se réduit ici au salaire réel déflaté par le progrès technique :

$$s_t^J = s_t^J(w_t, r_t)$$

- ▶ Or, à l'équilibre des marchés, on sait que le salaire et le taux d'intérêt s'expriment de la façon suivante :

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$$

et

$$r_t = f'(k_{t+1}) - \delta$$

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiences dynamiques

- ▶ De façon générale, en substituant les expressions de  $s_t^J$ , de  $r_t$  et de  $w_t$  dans l'équation (1), on en déduit une relation entre  $k_{t+1}$  et  $k_t$  qui détermine de façon autonome la dynamique de l'économie :

$$k_{t+1} = k_{t+1}(k_t)$$

- ▶ Cette équation est non linéaire et ses propriétés dépendent en particulier de la relation entre épargne individuelle et taux d'intérêt dont le sens est indéterminé *a priori* et résulte de l'importance relative de l'effet de substitution par rapport à l'effet revenu.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiency dynamique

- ▶ Il est donc nécessaire pour aller plus loin de spécifier la fonction d'utilité  $u$ . Nous supposons pour simplifier qu'elle est de type logarithmique. Dans ce cas, il est facile d'en déduire la fonction d'épargne qui ne dépend plus du taux d'intérêt :

$$s_t^J = \frac{w_t}{2 + \rho}$$

- ▶ On en déduit alors la dynamique de l'économie :

$$k_{t+1} = \left( \frac{1 - \alpha}{(2 + \rho)(1 + g)(1 + n)} \right) k_t^\alpha$$

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiences dynamiques

- ▶ Il est alors facile de déterminer le niveau de  $k$  sur le sentier de croissance régulier :

$$\bar{k} = \left( \frac{1 - \alpha}{(2 + \rho)(1 + g)(1 + n)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

- ▶ On retrouve la propriété classique d'extinction de la croissance endogène tirée par l'accumulation du capital. Sur le sentier de croissance régulier, les variables macroéconomiques par tête croissent au taux du PT.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Au-delà de cette question de la nature de la croissance à long terme se pose le problème de l'optimalité du régime d'accumulation dans le modèle à générations. Normalement, les hypothèses de concurrence parfaite, d'absence d'externalités et de biens collectifs devraient nous assurer de l'optimalité de la solution décentralisée obtenue.
- ▶ cependant, rien n'assure que  $f'(\bar{k}) > n + g + \delta$ , et donc que l'économie ne soit pas en sur-accumulation par rapport à la règle d'or, et donc en situation d'inefficience dynamique ou de sous-optimalité.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiance dynamique

- ▶ Le capital de la règle d'or est défini par :

$$f'(k^{GR}) = n + g + \delta$$

- ▶ Or, avec  $f(k) = k^\alpha$ ,

$$f'(k) = \alpha k^{\alpha-1}$$

- ▶ donc

$$\alpha(k^{GR})^{\alpha-1} = n + g + \delta$$

- ▶ ce qui donne

$$k^{GR} = \left( \frac{\alpha}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiance dynamique

- ▶ On cherche la condition pour que :

$$\bar{k} > k^{GR}$$

- ▶ La condition devient donc :

$$\rho < \frac{(1 - \alpha)(n + g + \delta)}{\alpha(1 + n)(1 + g)} - 2$$

- ▶ Dans cette version du modèle avec utilité logarithmique et épargne constante en part du salaire, l'économie n'est généralement pas dynamiquement inefficace pour des paramètres réalistes.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ La comparaison avec la solution planifiée va permettre de mettre en évidence une sous-optimalité intrinsèque de l'accumulation du capital dans le cadre intertemporel du modèle à générations.
- ▶ Considérons un planificateur centralisé qui se préoccupe de maximiser l'utilité intertemporelle des différentes générations se succédant dans l'économie.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiency dynamique

- ▶ Son critère intertemporel  $\mathcal{U}$  prend en compte la somme des utilités intertemporelles des différentes générations :

$$\mathcal{U} = \sum_{t=0}^{\infty} \left( \frac{1}{1 + \theta} \right)^t U(C_t^J, C_{t+1}^V)$$

- ▶ la fonction  $U$  est l'utilité intertemporelle sur deux périodes de vie d'une génération donnée, avec une préférence pour le présent  $\rho$ .
- ▶ Lorsque le paramètre  $\theta$  est strictement positif (négatif), le planificateur attribue un poids d'autant plus faible (grand) à une génération qu'elle est éloignée de la génération présente. En revanche, une valeur nulle implique que toutes les générations sont traitées de façon égale.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Naturellement, le planificateur doit faire face à une contrainte emplois-ressources à chaque période :

$$K_{t+1} + N_t^J C_t^J + N_t^V C_t^V = (1 - \delta)K_t + F(K_t, A_t N_t^J)$$

Les ressources sont la production et le capital non usagé, tandis que les emplois possibles sont le capital investi et les consommations des vieux et des jeunes vivant à la période  $t$ .

- ▶ Cette égalité peut s'écrire en termes de travailleurs (les jeunes) :

$$(1 + n)\tilde{k}_{t+1} + C_t^J + \frac{C_t^V}{1 + n} = (1 - \delta)\tilde{k}_t + f(\tilde{k}_t)$$

avec  $f(\tilde{k}_t) = F(\tilde{k}_t, A_t)$

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Sur la base de ce programme d'optimisation, les termes des arbitrages apparaissent clairement. Soit le planificateur investit, et il avantage alors les générations en vie à la période suivante. Pour la génération en fin de vie à la période présente, cela implique cependant moins de consommation.
- ▶ On retrouve donc ce problème de l'allocation des ressources dans le temps pour une génération donnée, mais apparaît également un arbitrage entre différentes générations qui n'était pas pris en compte dans le problème intertemporel d'une génération donnée.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiency dynamique

- ▶ on écrit le langrangien

$$L = \mathcal{U} + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t ((1 - \delta)\tilde{k}_t + f(\tilde{k}_t) - (1 + n)\tilde{k}_{t+1} - C_t^J - \frac{C_t^V}{1+n})$$

- ▶ La condition d'arbitrage par rapport à  $C_t^J$

$$\left(\frac{1}{1+\theta}\right)^t U'_1(C_t^J, C_{t+1}^V) = \lambda_t$$

- ▶ La condition d'arbitrage par rapport à  $C_t^V$

$$\left(\frac{1}{1+\theta}\right)^{t-1} U'_2(C_{t-1}^J, C_t^V) = \frac{\lambda_t}{1+n}$$

- ▶ la condition par rapport à  $k_{t+1}$  :

$$\lambda_t = \frac{\lambda_{t+1}}{1+n} (1 - \delta + f'(\tilde{k}_{t+1}))$$

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiences dynamiques

- ▶ On en déduit la condition d'optimalité analogue à la condition d'Euler d'une génération prise isolément sur le marché financier :

$$\frac{U'_1(C_t^J, C_{t+1}^V)}{U'_2(C_t^J, C_{t+1}^V)} = 1 - \delta + f'(\tilde{k}_{t+1})$$

- ▶ Cette condition était assurée par le comportement individuel des jeunes à chaque génération dans la solution décentralisée (attention  $U'_2(C_t^J, C_{t+1}^V) = \beta u'(C_{t+1}^V)$ ).
- ▶ L'écart entre optimum et équilibre décentralisé ne se situe donc pas à ce niveau, mais par la prise en compte de l'allocation optimale entre deux générations présentes à la même période.
- ▶ Cet arbitrage n'apparaît pas dans le programme décentralisé, puisqu'une génération ne se préoccupe jamais de l'utilité d'une autre génération. .

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiences dynamiques

- ▶ Cet écart est bien sûr dans la condition d'optimalité qui préside à l'arbitrage entre deux générations présentes à la même période :

$$\frac{U'_1(C_t^J, C_{t+1}^V)}{(1 + \theta)} = (1 + n)U'_2(C_{t-1}^J, C_t^V)$$

- ▶ Une unité de consommation en moins pour les Jeunes de la période  $t$  implique une perte d'utilité collective égale à  $U'_1(C_t^J, C_{t+1}^V)$  ; Comme cette génération est née une année après, son utilité est escompté au taux  $\theta$  :  $\frac{U'_1(C_t^J, C_{t+1}^V)}{1 + \theta}$  unités d'utilité collective en moins.
- ▶ Le transfert de ces biens aux Vieux de la période  $t$  implique que la consommation de ces derniers augmente de  $(1 + n)$  unités par Vieux, ce qui finalement procure  $(1 + n)U'_2(C_{t-1}^J, C_t^V)$  unités d'utilité collective en plus.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Le planificateur prend en compte la préférence pour le présent  $\beta$  qui est implicite dans le gain  $(1+n)U'_2(C_{t-1}^J, C_t^V)$ . Le rendement de donner des Jeunes vers les Vieux en est diminué.
- ▶ Le transfert d'une unité des jeunes vers les vieux a donc un rendement qui est déterminé, non pas par le marché financier, mais la croissance de l'économie  $g+n$ ; ici dans cette forme implicite  $U$  non stationnarisé par  $A$ , on ne voit explicitement uniquement que le terme de croissance démographique  $n$ .

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiency dynamique

- ▶ On peut déduire la condition intertemporelle entre deux générations :

$$\frac{U'_1(C_t^J, C_{t+1}^V)}{U'_1(C_{t+1}^J, C_{t+2}^V)} = \frac{1 - \delta + f'(\tilde{k}_{t+1})}{(1+n)(1+\theta)}$$

- ▶ Cette dynamique des consommations dans le temps est alors analogue à celle du modèle de croissance optimale, ie. le planificateur peut égaliser le TMS intertemporel et intergénérationnel au bon critère, en opérant des transferts entre générations.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Ce qui n'était pas possible au niveau de l'équilibre décentralisé du marché qui n'opère des transferts intertemporels qu'au sein d'une génération donnée.
- ▶ Le planificateur en se souciant de la repartition jeunes-vieux prend en compte les intérêts intergénérationnels, ce que ne fait pas le choix d'une génération.
- ▶ Cette dernière peut accumuler trop dans le sens où les deux générations vivantes pourraient être mieux avec moins de capital dans l'économie.
- ▶ Si les Jeunes pouvaient bénéficier lorsqu'ils seront devenus Vieux d'un transfert des Jeunes en contrepartie aujourd'hui d'un transfert aux Vieux, ils seraient gagnants car le rendement de ce transfert serait supérieur au rendement du capital qui est trop élevé dans ce sens.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiency dynamique

- ▶ Vérifions que les conditions d'optimalité du programme du planificateur conduisent bien au sentier de la règle d'or. Supposons pour le montrer simplement que  $A_t = A$ , donc  $g = 0$ , pour éviter la stationnarisation par le terme de progrès technique (voir plus loin dans le chapitre).
- ▶ A l'état stationnaire,  $C_t^J = C_{t+1}^J = C^J$  et  $C_t^V = C_{t+1}^V = C^V$ , on obtient :

$$\frac{U'_1(C^J, C^V)}{U'_2(C^J, C^V)} = 1 - \delta + f'(\bar{k})$$

et

$$\frac{U'_1(C^J, C^V)}{U'_2(C^J, C^V)} = (1 + n)(1 + \theta)$$

d'où

$$1 - \delta + f'(\bar{k}) = (1 + n)(1 + \theta)$$

ce qui implique, approximativement, que :

$$f'(\bar{k}) = n + \theta + \delta$$

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Lorsque le planificateur valorise de façon identique toutes les générations ( $\theta = 0$ ), on retrouve exactement la condition de la règle d'or (pour  $g = 0$ ).
- ▶ Si  $\theta > 0$ , on obtient la condition de la règle d'or modifiée, incluant non pas le taux de préférence des agents, mais celui du planificateur pour les générations présentes.
- ▶  $\rho$  ne joue aucun rôle, le planificateur ne décide pas de l'accumulation du capital en fonction de la préférence des agents ; cette dernière joue dans la répartition de la consommation entre vieux et jeunes d'une même période, ce qui reflète bien les préférences individuelles entre les deux périodes de vie.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Dans un modèle à générations imbriquées, où les différentes générations se succèdent dans le temps et ne vivent qu'un nombre fini de périodes, ces dernières pourraient gagner à épargner moins et à substituer des transferts intergénérationnels à des transferts intertemporels : le rendement des premiers est égal à  $n + g$  en général ( $n$  uniquement si  $g = 0$ ), tandis que les seconds rapportent uniquement la productivité marginale du capital nette de la dépréciation, le taux d'intérêt.
- ▶ Les jeunes générations seraient d'accord pour transférer une partie de leur revenus aux vieilles générations à condition que les prochaines générations en fassent de même, à leur profit cette fois lorsqu'ils seront devenus vieux.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficience dynamique

- ▶ Cependant, ces transferts mutuellement avantageux ne peuvent pas être mis en place en pratique entre les générations actuelles et les générations à venir.
- ▶ Il est évidemment impossible que ce type de transferts s'organise sans l'intervention de l'Etat qui seul peut donner l'assurance aux jeunes générations actuelles que les suivantes seront obligées de respecter leurs engagements, qu'elles ne peuvent signer, envers eux.

# Le rôle de l'Etat

## Inefficiences dynamiques

- ▶ Les jeunes en sont réduits ne pouvant pas compter pour leurs vieux jours sur les transferts des jeunes dans le futur sur une épargne relativement abondante qui conduit alors à trop de capital :

$$K_{t+1} = N_t S_t$$

- ▶ C'est exactement ce qui se passe en cas de suraccumulation.
- ▶ tandis que le planificateur choisit  $K_{t+1}$  directement dans l'ensemble des allocations faisables. Le planificateur a donc un ensemble de choix plus large : il peut réduire le capital, augmenter la consommation présente, et compenser via des transferts entre générations.

# Le rôle de l'Etat

## la retraite par répartition

- ▶ Seule l'intervention de l'Etat peut donner l'assurance aux jeunes générations actuelles que les suivantes seront obligées de respecter leurs engagements.
- ▶ C'est le principe même de la retraite par répartition qui s'avère plus efficace qu'une retraite par capitalisation (épargne placée sur les marchés financiers) en cas de sur-accumulation.
- ▶ Lorsqu'il est jeune, il paie une cotisation retraite  $\tau_t$ . Sa contrainte budgétaire de première période est :

$$W_t = C_t^J + S_t + \tau_t.$$

- ▶ Lorsqu'il est vieux à la date  $t + 1$ , il consomme  $C_{t+1}^V$ , financé par le rendement de son épargne et par la pension de retraite :

$$C_{t+1}^V = (1 + r_t)S_t + b_{t+1}.$$

# Le rôle de l'Etat

## la retraite par répartition

- ▶ En remplaçant l'épargne par

$$S_t = W_t - C_t^J - \tau_t$$

on obtient :

$$C_{t+1}^V = (1 + r_t)(W_t - C_t^J - \tau_t) + b_{t+1}.$$

- ▶ En réarrangeant :

$$C_{t+1}^V + (1 + r_t)C_t^J = (1 + r_t)W_t + b_{t+1} - (1 + r_t)\tau_t.$$

# Le rôle de l'Etat

## la retraite par répartition

- ▶ Dans un système de retraite par répartition, la pension reçue par la génération âgée est financée par les cotisations de la génération jeune suivante. Si l'on a un progrès technique au taux  $g$ , et si les cotisations évoluent comme la masse salariale, alors le rendement implicite de la retraite par répartition devient approximativement  $n + g$  :

$$N_t b_{t+1} = N_{t+1} \tau_{t+1} = N_{t+1} (1 + g) \tau_t$$

d'où :

$$b_{t+1} = (1 + n + g) \tau_t.$$

# Le rôle de l'Etat

## la retraite par répartition

- ▶ En substituant cette expression dans la contrainte intertemporelle, on obtient :

$$C_{t+1}^V + (1 + r_t)C_t^J = (1 + r_t)W_t + (1 + n + g)\tau_t - (1 + r_t)\tau_t.$$

- ▶ donc :

$$C_t^V + (1 + r_t)C_t^J = (1 + r_t)W_t + (n + g - r_t)\tau_t.$$

# Le rôle de l'Etat

## la retraite par répartition

- ▶ Cette écriture montre que la cotisation retraite agit comme un prélèvement aujourd'hui, mais qu'elle donne en contrepartie un rendement implicite égal au taux de croissance  $n + g$ , alors que l'épargne privée rapporte le taux de marché  $r_t$ .
- ▶ Le terme  $(n + g - r_t)\tau_t$  mesure ainsi le rendement de la retraite par répartition relativement à l'épargne privée.
- ▶ Il permet d'accéder au rendement des transferts intratemporels entre Jeunes et Vieux grâce à la retraite publique de l'Etat.

# Le rôle de l'Etat

## la retraite par répartition

- ▶ La retraite par répartition modifie l'arbitrage du ménage de deux façons :
  - ▶ elle réduit le revenu disponible quand l'agent est jeune, via la cotisation ;
  - ▶ elle augmente les ressources quand il est vieux, via la pension.

La conséquence est que les ménages ont moins besoin d'épargner individuellement pour préparer leur retraite. L'épargne privée diminue, donc l'accumulation de capital aussi.

- ▶ Autrement dit, la retraite par répartition permet de transférer des ressources vers la vieillesse sans passer entièrement par la capitalisation. Elle introduit un canal de transfert intergénérationnel direct, ce qui rapproche l'économie d'une logique de planificateur.

# Le rôle de l'Etat

## la dette publique

- ▶ On considère une économie à générations imbriquées dans laquelle les jeunes détiennent la dette publique et la revendent lorsqu'ils deviennent vieux. Les variables individuelles sont stationnarisées par la productivité du travail  $A_t$ , avec  $A_{t+1} = (1 + g)A_t$ .
- ▶ La contrainte budgétaire du jeune à la date  $t$  s'écrit donc :

$$c_t^J + s_t + b_t = w_t,$$

où  $b_t$  désigne la quantité individuelle de dette publique acquise à la date  $t$  et  $s_t$  l'épargne sous forme de titres privés.

- ▶ À la période suivante, devenu vieux, l'agent consomme le rendement de cette dette ainsi qu'un transfert public versé par l'État :

$$c_{t+1}^V = \frac{1 + r_t}{1 + g} s_t + \frac{1 + r_t}{1 + g} b_t + \tau_{t+1},$$

où  $c_{t+1}^V$  est la consommation du vieux et  $\tau_{t+1}$  le transfert individuel reçu à la date  $t + 1$ .

# Le rôle de l'Etat

## la dette publique

- ▶ Au niveau agrégé, la dynamique de la dette publique stationnarisée s'écrit :

$$(1 + n)(1 + g)b_{t+1} = (1 + r_t)b_t + \tau_t,$$

- ▶ La dette est stabilisée quand  $b_{t+1} = b_t = b$ , de sorte que le transfert compatible avec une dette publique constante est donné par :

$$\tau = (n + g - r_t)b$$

Cette expression montre que, au niveau agrégé, la soutenabilité de la dette dépend à la fois de la croissance de la productivité et de la croissance de la population, au regard du niveau de  $r$ .

# Le rôle de l'Etat

## la dette publique

- ▶ Ainsi, le transfert est strictement positif dès lors que  $n + g > r$ . La dette est stationnaire même avec un déficit primaire égal au transfert.
- ▶ En remplaçant  $\tau$  dans la contrainte budgétaire du vieux, on obtient :

$$c^V = \frac{1+r}{1+g} s + \frac{1+r}{1+g} b + (n+g-r)b.$$

- ▶ Autrement dit, à l'état stationnaire, la consommation des vieux est composée de deux termes : d'une part, le rendement privé de la dette détenue lorsqu'ils étaient jeunes ; d'autre part, un transfert public rendu possible par le fait que la dette publique peut être stabilisée lorsque le taux de croissance de l'économie excède le taux d'intérêt.

# Le rôle de l'Etat

## Permettre les transferts intergénérationnels

- ▶ La retraite par répartition et la dette publique introduisent un mécanisme supplémentaire permettant de transférer des ressources entre générations coexistantes.
- ▶ Elles donnent donc à l'économie décentralisée un instrument qui mime partiellement ce que ferait le planificateur : décider plus directement de la part des ressources courantes allouée aux vieux, aux jeunes, et à l'investissement.
- ▶ C'est en ce sens qu'on peut dire que ces instruments rapprochent l'économie décentralisée d'une logique plus proche de celle du planificateur.

# Le rôle de l'Etat

## Permettre les transferts intergénérationnels

- ▶ Dans un modèle OLG, l'économie sans dette publique ni retraite par répartition oblige chaque génération à préparer sa vieillesse uniquement par accumulation de capital (achats d'actifs privés). Cela peut conduire à une accumulation excessive.
- ▶ La retraite par répartition et la dette publique jouent alors un rôle voisin : elles introduisent un mécanisme de transfert intergénérationnel qui se substitue partiellement à la capitalisation. En réduisant le besoin d'épargne productive, elles peuvent rapprocher l'économie décentralisée de l'allocation du planificateur et corriger une situation de suraccumulation.

# Le rôle de l'Etat

## Permettre les transferts intergénérationnels

- ▶ Dans les deux cas, le jeune a accès à un mécanisme de transfert intertemporel dont le rendement est lié, directement ou indirectement, au taux de croissance de l'économie, plutôt qu'au rendement du capital.
- ▶ Dans un système de retraite par répartition, une cotisation versée par les jeunes à la date  $t$  donne droit à une pension financée par les jeunes de la date  $t + 1$ . Le rendement implicite de cette opération est donc lié à la croissance de la masse salariale, soit approximativement la croissance de la population et de la productivité :

$$n + g$$

- ▶ La dette publique joue un rôle proche. Dans une trajectoire soutenable, le rendement de cet actif est donc discipliné par la croissance de l'assiette fiscale, et donc par la croissance de l'économie.

# Le rôle de l'Etat

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ La génération née à la date  $t$  retire une utilité

$$U_t = u(C_t^j) + \beta u(C_{t+1}^v),$$

- ▶ et où la fonction d'utilité instantanée est de type CRRA :

$$u(C) = \frac{C^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}}$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ Afin de stationnariser le problème, on définit les variables individuelles en unités efficaces :

$$c_t^j = \frac{C_t^j}{A_t}, \quad c_{t+1}^v = \frac{C_{t+1}^v}{A_{t+1}}, \quad k_t = \frac{K_t}{A_t N_t}.$$

- ▶ de sorte que le bien-être de la génération  $t$  peut s'écrire

$$U_t = A_t^{1-\frac{1}{\sigma}} \left[ u(c_t^j) + \beta(1+g)^{1-\frac{1}{\sigma}} u(c_{t+1}^v) \right].$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ Le planificateur social agrège le bien-être total de chaque cohorte, si bien que sa fonction objectif est donnée par

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{N_t}{(1 + \theta)^t} U_t.$$

- ▶ En remplaçant  $U_t$  par son expression stationnarisée, on obtient

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{N_t A_t^{1 - \frac{1}{\sigma}}}{(1 + \theta)^t} \left[ u(c_t^j) + \beta(1 + g)^{1 - \frac{1}{\sigma}} u(c_{t+1}^v) \right].$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ Comme

$$N_t A_t^{1-\frac{1}{\sigma}} = N_0 A_0^{1-\frac{1}{\sigma}} \left[ (1+n)(1+g)^{1-\frac{1}{\sigma}} \right]^t,$$

le problème peut être réécrit, à une constante multiplicative près, sous la forme stationnaire :

$$\max_{\{c_t^j, c_t^v, k_{t+1}\}_{t \geq 0}} \sum_{t=0}^{\infty} \Theta^t \left[ u(c_t^j) + \tilde{\beta} u(c_{t+1}^v) \right],$$

où  $\Theta \equiv \frac{1}{1+\tilde{\theta}} = \frac{(1+n)(1+g)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1+\theta}$  et  $\tilde{\beta} = \beta(1+g)^{1-\frac{1}{\sigma}}$ .

- ▶  $\tilde{\theta} = \theta - (n + (1 - 1/\sigma)g)$  et  $\tilde{\rho} = \rho - (1 - 1/\sigma)g$ .
- ▶ On impose la restriction  $\theta > n + (1 - 1/\sigma)g$ .

# Le rôle de l'Etat

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ La contrainte de ressources agrégée en niveau s'écrit

$$N_t C_t^j + N_{t-1} C_t^v + K_{t+1} = F(K_t, A_t N_t) + (1 - \delta) K_t.$$

- ▶ En supposant une fonction de production à rendements constants

$$F(K_t, A_t N_t) = A_t N_t f(k_t),$$

et en divisant par  $A_t N_t$ , on obtient la contrainte stationnarisée

$$c_t^j + \frac{1}{1+n} c_t^v + (1+g)(1+n)k_{t+1} = f(k_t) + (1-\delta)k_t.$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ Le problème du planificateur s'écrit donc

$$\max_{\{c_t^j, c_t^v, k_{t+1}\}_{t \geq 0}} \sum_{t=0}^{\infty} \Theta^t \left[ u(c_t^j) + \tilde{\beta} u(c_{t+1}^v) \right]$$

sous

$$c_t^j + \frac{1}{1+n} c_t^v + (1+g)(1+n)k_{t+1} = f(k_t) + (1-\delta)k_t.$$

- ▶ Le lagrangien associé est

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \Theta^t \left[ u(c_t^j) + \tilde{\beta} u(c_{t+1}^v) \right] + \lambda_t \left[ f(k_t) + (1-\delta)k_t - c_t^j - \frac{1}{1+n} c_t^v - (1+g)(1+n)k_{t+1} \right] \right\}.$$

# Le rôle de l'État

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ Les conditions du premier ordre sont les suivantes. La condition portant sur la consommation des jeunes est :

$$\Theta^t u'(c_t^j) = \lambda_t.$$

La condition portant sur la consommation des vieux est :

$$\Theta^{t-1} \tilde{\beta} u'(c_t^v) = \frac{\lambda_t}{1+n}.$$

- ▶ Enfin, la condition portant sur le capital est :

$$(1+g)(1+n)\lambda_t = \lambda_{t+1} [f'(k_{t+1}) + 1 - \delta].$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ On en déduit la condition intratemporelle

$$\tilde{\beta} u'(c_t^v) = \frac{u'(c_t^j)}{(1+n)(1+\tilde{\theta})}$$

d'où

$$\beta u'(c_t^v) = u'(c_t^j)$$

- ▶ et la condition d'Euler intertemporelle :

$$(1+n)(1+g)(1+\tilde{\theta})u'(c_t^j) = u'(c_{t+1}^j) [f'(k_{t+1}) + 1 - \delta]$$

d'où :

$$\frac{u'(c_t^j)}{u'(c_{t+1}^j)} = \frac{[f'(k_{t+1}) + 1 - \delta]}{(1+n)(1+g)(1+\tilde{\theta})}$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ on en déduit après simplification :

$$\frac{u'(c_t^j)}{u'(c_{t+1}^j)} = \frac{[f'(k_{t+1}) + 1 - \delta]}{(1 + g)^{1/\sigma}(1 + \theta)}$$

- ▶ Si le facteur

$$(1 + n)(1 + g)^{1-1/\sigma}$$

apparaît naturellement dans la réécriture stationnaire de l'objectif du planificateur, en revanche, il se simplifie dans la condition intratemporelle entre jeunes et vieux coexistants.

- ▶ Le facteur de croissance démographique disparaît car il apparaît de façon identique à la fois dans l'effet de dilution et dans le facteur d'escompte : ce point est similaire à la croissance optimale.

# Le rôle de l'Etat

## Retour sur le problème du planificateur

- ▶ Le facteur d'escompte psychologique n'apparaît pas car il détermine l'effort d'épargne intertemporel et intragénérationnel mais pas l'effort d'accumulation intertemporel intergénérationnel qui est celui qui fixe la dynamique du capital dans le temps. Seul le facteur d'escompte du planificateur apparaît.
- ▶ L'intuition est que, dans ce modèle à générations imbriquées,  $\beta$  mesure uniquement l'arbitrage intragénérationnel entre consommation jeune et consommation vieille. Il affecte donc la composition optimale de la consommation au sein d'une cohorte
- ▶ Il ne modifie pas l'arbitrage social entre dates successives qui gouverne l'accumulation du capital.
- ▶ Dans le modèle de Ramsey, le facteur d'escompte gouverne directement l'arbitrage intertemporel du planificateur.

# Le rôle de l'Etat

Retour sur le problème du planificateur

- ▶ À l'état stationnaire, on a  $c_{t+1}^j = c_t^j = c^j$ , de sorte que la condition d'Euler se réduit à

$$f'(\bar{k}) + 1 - \delta = (1 + g)^{1/\sigma}(1 + \theta),$$

soit encore

$$f'(\bar{k}) = g/\sigma + \theta + \delta$$

- ▶ Ainsi, le stock de capital stationnaire optimal est entièrement déterminé par la croissance et la courbure de l'utilité, mais non par le facteur d'escompte individuel  $\beta$ . La restriction  $g/\sigma + \theta > n + g$  assure que le capital est inférieur à la règle d'or.

# Le rôle de l'Etat

## Retour sur l'équilibre décentralisé

- ▶ Un agent né à la date  $t$  choisit sa consommation jeune  $C_t^j$ , sa consommation vieille  $C_{t+1}^v$ , ainsi que son épargne  $S_t$ , de manière à maximiser :

$$U_t = u(C_t^j) + \beta u(C_{t+1}^v),$$

avec, pour  $\sigma \neq 1$ ,

$$u(C) = \frac{C^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}}.$$

- ▶ Les contraintes budgétaires en niveau sont :

$$C_t^j + S_t = W_t,$$

$$C_{t+1}^v = (1 + r_t)S_t,$$

où  $W_t$  est le salaire perçu à la date  $t$ , et  $r_t$  le taux d'intérêt net entre  $t$  et  $t + 1$ .

- ▶ En combinant les deux contraintes :

$$C_t^j + \frac{C_{t+1}^v}{1 + r_t} = W_t.$$

# Le rôle de l'Etat

## Retour sur l'équilibre décentralisé

- ▶ On définit les variables stationnaires par unité d'efficacité du travail :

$$c_t^j \equiv \frac{C_t^j}{A_t}, \quad c_{t+1}^v \equiv \frac{C_{t+1}^v}{A_{t+1}}, \quad s_t \equiv \frac{S_t}{A_t}, \quad w_t \equiv \frac{W_t}{A_t}.$$

- ▶ La contrainte du jeune devient :

$$c_t^j + s_t = w_t.$$

- ▶ La contrainte du vieux devient :

$$c_{t+1}^v = \frac{1 + r_t}{1 + g} s_t.$$

- ▶ La contrainte intertemporelle stationnarisée s'écrit donc :

$$c_t^j + \frac{1 + g}{1 + r_t} c_{t+1}^v = w_t.$$

# Le rôle de l'Etat

## Retour sur l'équilibre décentralisé

- ▶ En remplaçant les variables en niveau par leurs homologues stationnaires :

$$U_t = u(A_t c_t^j) + \beta u((1+g)A_t c_{t+1}^v).$$

- ▶ Comme

$$u(A_t c_t^j) = \frac{(A_t c_t^j)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}} = A_t^{1-\frac{1}{\sigma}} \frac{(c_t^j)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}},$$

et

$$u((1+g)A_t c_{t+1}^v) = A_t^{1-\frac{1}{\sigma}} (1+g)^{1-\frac{1}{\sigma}} \frac{(c_{t+1}^v)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}},$$

- ▶ on obtient :

$$U_t = A_t^{1-\frac{1}{\sigma}} \left[ \frac{(c_t^j)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}} + \beta(1+g)^{1-\frac{1}{\sigma}} \frac{(c_{t+1}^v)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}} \right].$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur l'équilibre décentralisé

Comme le facteur  $A_t^{1-\frac{1}{\sigma}}$  est indépendant du choix du ménage, le problème stationnarisé s'écrit :

$$\max_{c_t^j, c_{t+1}^v} \left\{ \frac{(c_t^j)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}} + \tilde{\beta} \frac{(c_{t+1}^v)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}} \right\}$$

sous la contrainte :

$$c_t^j + \frac{1+g}{1+r_t} c_{t+1}^v = w_t.$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur l'équilibre décentralisé

- ▶ Le lagrangien associé au problème stationnarisé est :

$$\mathcal{L} = \frac{(c_t^j)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}} + \tilde{\beta} \frac{(c_{t+1}^v)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{+} \lambda_t \left( w_t - c_t^j - \frac{1+g}{1+r_t} c_{t+1}^v \right)$$

- ▶ Les conditions du premier ordre sont :

$$\lambda_t = u'(c_t^j)$$

et

$$\tilde{\beta} u'(c_{t+1}^v) = \lambda_t \frac{1+g}{1+r_t}$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur l'équilibre décentralisé

- ▶ En remplaçant  $\lambda_t$ , on obtient :

$$\tilde{\beta} u'(c_{t+1}^v) = u'(c_t^j) \frac{1+g}{1+r_t}.$$

- ▶ On en déduit l'équation d'Euler stationnarisée simplifiée :

$$u'(c_t^j) = \beta(1+r_t)(1+g)^{-1/\sigma} u'(c_{t+1}^v)$$

- ▶ De manière équivalente :

$$\frac{c_{t+1}^v}{c_t^j} = \frac{[\beta(1+r_t)]^\sigma}{1+g}.$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur l'équilibre décentralisé

En utilisant la contrainte intertemporelle, on obtient :

$$c_t^j = \frac{w_t}{1 + \beta^\sigma(1 + r_t)^{\sigma-1}},$$

$$s_t = \frac{\beta^\sigma(1 + r_t)^{\sigma-1}}{1 + \beta^\sigma(1 + r_t)^{\sigma-1}} w_t,$$

et

$$c_{t+1}^v = \frac{1 + r_t}{1 + g} s_t = \frac{\beta^\sigma(1 + r_t)^\sigma}{(1 + g)[1 + \beta^\sigma(1 + r_t)^{\sigma-1}]} w_t.$$

# Le rôle de l'Etat

## Retour sur l'équilibre décentralisé

- ▶ La firme représentative maximise ses profits sous concurrence parfaite. Les prix factoriels sont donc égaux aux productivités marginales.
- ▶ Le rendement net du capital est :

$$r_t = f'(k_{t+1}) - \delta,$$

- ▶ Le salaire stationnaire est :

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t).$$

# Le rôle de l'Etat

## Retour sur l'équilibre décentralisé

- ▶ L'épargne agrégée des jeunes à la date  $t$  finance le capital de la période suivante :

$$K_{t+1} = N_t S_t.$$

- ▶ En divisant par  $A_{t+1}N_{t+1}$ , on obtient :

$$k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{N_t S_t}{(1+g)(1+n)A_t N_t} = \frac{S_t}{(1+g)(1+n)}.$$

# Le rôle de l'Etat

Retour sur l'équilibre décentralisé

- ▶ En remplaçant  $s_t$  :

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \cdot \frac{\beta^\sigma (1+r_t)^{\sigma-1}}{1 + \beta^\sigma (1+r_t)^{\sigma-1}} w_t.$$

- ▶ Comme à l'équilibre des marchés

$$r_t = f'(k_{t+1}) - \delta \quad \text{et} \quad w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t),$$

on obtient la dynamique du capital à l'équilibre :

$$k_{t+1} = \frac{f(k_t) - k_t f'(k_t)}{(1+n)(1+g)} \cdot \frac{\beta^\sigma (1 + f'(k_{t+1}) - \delta)^{\sigma-1}}{1 + \beta^\sigma (1 + f'(k_{t+1}) - \delta)^{\sigma-1}}$$

- ▶ Cette dynamique n'est pas issue d'une condition qui assure qu'à l'état stationnaire on ne soit pas en inefficience dynamique, avec un rendement du capital inférieur à  $n + g$ .