

Partie III : Nouvelles technologies, limites environnementales

Chapitre 5: Un Modèle de croissance avec automatisation des tâches

Jean-Olivier Hairault (PSE)

20 avril 2026

Introduction

- ▶ Modèle d'automatisation des tâches inspiré de Zeira et de sa lecture moderne dans les travaux récents sur l'intelligence artificielle.
- ▶ Le modèle Zeira–Aghion simplifié repose sur une idée très puissante : la production est composée de tâches, et l'automatisation consiste à rendre capitalisable une part croissante de ces tâches.
- ▶ L'idée centrale est que la production est composée d'un continuum de tâches. Une fraction de ces tâches peut être automatisée et réalisée par du capital, tandis que les autres continuent d'être exécutées par le travail.

Automatisation des tâches

- ▶ La production finale résulte de l'exécution d'un continuum de tâches $i \in [0, 1]$. On écrit

$$Y_t = A_t \exp \left(\int_0^1 \ln x_t(i) di \right),$$

où $x_t(i)$ est la quantité produite dans la tâche i .

- ▶ Cette écriture signifie que toutes les tâches sont nécessaires à la production.

Automatisation des tâches

- ▶ On suppose qu'à la date t , une fraction β_t des tâches est automatisée. Plus précisément,

$$x_t(i) = \begin{cases} \chi K_t(i) & \text{si } i \leq \beta_t, \\ L_t(i) & \text{si } i > \beta_t, \end{cases} \quad \chi \geq 1.$$

- ▶ Le paramètre χ mesure l'efficacité relative du capital dans les tâches automatisées.
 - ▶ les tâches $i \leq \beta_t$ sont *capitalisables* : elles peuvent être réalisées par du capital ;
 - ▶ les tâches $i > \beta_t$ restent *non capitalisables* : elles nécessitent encore du travail ;
 - ▶ une hausse de β_t signifie donc qu'une fraction plus grande de la chaîne productive devient exécutable par du capital.
- ▶ Autrement dit, l'automatisation n'est pas seulement un choc de productivité : elle élargit le domaine des tâches sur lequel l'accumulation du capital peut agir.

Automatisation des tâches

- ▶ Le paramètre clé du modèle est la part des tâches automatisées, notée $\beta_t \in [0, 1]$. Lorsque β_t augmente, l'économie devient plus automatisée.
- ▶ Le mécanisme central est donc un mécanisme de **capitalisation des tâches** : lorsque β_t augmente, l'accumulation du capital s'applique à un domaine plus large de la chaîne productive.

Automatisation des tâches

- ▶ Sous allocation symétrique, toutes les tâches automatisées reçoivent la même quantité de capital, et toutes les tâches non automatisées reçoivent la même quantité de travail.
- ▶ On a donc

$$K_t(i) = \bar{K}_t \quad \text{pour } i \leq \beta_t, \quad L_t(i) = \bar{L}_t \quad \text{pour } i > \beta_t.$$

Automatisation des tâches

- ▶ Comme le capital total est K_t ,

$$\int_0^{\beta_t} K_t(i) di = K_t,$$

donc

$$\beta_t \bar{K}_t = K_t \quad \Rightarrow \quad \bar{K}_t = \frac{K_t}{\beta_t}.$$

- ▶ De même, comme le travail total est L_t ,

$$\int_{\beta_t}^1 L_t(i) di = L_t,$$

donc

$$(1 - \beta_t) \bar{L}_t = L_t \quad \Rightarrow \quad \bar{L}_t = \frac{L_t}{1 - \beta_t}.$$

Automatisation des tâches

- ▶ On obtient ainsi

$$x_t(i) = \begin{cases} \chi \frac{K_t}{\beta_t} & \text{si } i \leq \beta_t, \\ \frac{L_t}{1 - \beta_t} & \text{si } i > \beta_t. \end{cases}$$

- ▶ L'intégrale dans l'agrégateur devient alors

$$\int_0^1 \ln x_t(i) di = \int_0^{\beta_t} \ln \left(\chi \frac{K_t}{\beta_t} \right) di + \int_{\beta_t}^1 \ln \left(\frac{L_t}{1 - \beta_t} \right) di.$$

Automatisation des tâches

- ▶ Comme les termes sont constants sur chaque intervalle, on a

$$\int_0^1 \ln x_t(i) di = \beta_t \ln \left(\chi \frac{K_t}{\beta_t} \right) + (1 - \beta_t) \ln \left(\frac{L_t}{1 - \beta_t} \right).$$

- ▶ Donc

$$Y_t = A_t \exp \left[\beta_t \ln \left(\chi \frac{K_t}{\beta_t} \right) + (1 - \beta_t) \ln \left(\frac{L_t}{1 - \beta_t} \right) \right].$$

- ▶ En utilisant $\exp(a \ln u + b \ln v) = u^a v^b$, on obtient

$$Y_t = A_t \left(\chi \frac{K_t}{\beta_t} \right)^{\beta_t} \left(\frac{L_t}{1 - \beta_t} \right)^{1 - \beta_t}.$$

Automatisation des tâches

- ▶ Donc

$$Y_t = A_t \chi^{\beta_t} \beta_t^{-\beta_t} (1 - \beta_t)^{-(1-\beta_t)} K_t^{\beta_t} L_t^{1-\beta_t}.$$

- ▶ En posant

$$\Gamma(\beta_t) = \beta_t^{-\beta_t} (1 - \beta_t)^{-(1-\beta_t)},$$

- ▶ on peut écrire

$$Y_t = A_t \chi^{\beta_t} \Gamma(\beta_t) K_t^{\beta_t} L_t^{1-\beta_t}.$$

- ▶ Cette expression agrégée doit être lue comme la conséquence d'un mécanisme de tâches.

Automatisation des tâches

- ▶ On introduit une accumulation du capital de type Solow :

$$K_{t+1} = sY_t + (1 - \delta)K_t, \quad 0 < s < 1, \quad 0 < \delta < 1.$$

- ▶ La population évolue selon

$$N_{t+1} = (1 + n)N_t, \quad n \geq 0,$$

- ▶ et la technologie générale selon

$$A_{t+1} = (1 + g)A_t, \quad g \geq 0.$$

Automatisation des tâches

- ▶ On définit le capital par unité de travail efficace :

$$k_t = \frac{K_t}{A_t L_t}.$$

- ▶ La production par unité de travail efficace est alors

$$y_t = \chi^{\beta_t} \Gamma(\beta_t) k_t^{\beta_t}.$$

- ▶ La dynamique du capital intensif devient

$$k_{t+1} = \frac{s \chi^{\beta_t} \Gamma(\beta_t) k_t^{\beta_t} + (1 - \delta) k_t}{(1 + n)(1 + g)}.$$

- ▶ Cette équation montre que la dynamique de l'économie dépend non seulement du capital accumulé, mais aussi du degré d'automatisation β_t .

Automatisation des tâches

- ▶ Pour garder un modèle simple, on suppose que l'automatisation suit une loi d'évolution exogène :

$$\beta_{t+1} = \beta_t + \nu(1 - \beta_t), \quad 0 < \nu < 1.$$

- ▶ Ainsi, la part des tâches automatisées augmente progressivement au cours du temps et converge vers 1.
- ▶ Cette équation capture l'idée selon laquelle l'intelligence artificielle étend progressivement le domaine des tâches automatisables.
- ▶ Dans cette version du modèle, la dynamique de β_t est exogène. Elle ne décrit pas explicitement les décisions de recherche ou d'innovation,

Automatisation des tâches

- ▶ Cette équation peut se réécrire

$$\beta_{t+1} - \beta_t = \nu(1 - \beta_t).$$

- ▶ Elle signifie que la progression de l'automatisation est proportionnelle à la part des tâches qui ne sont pas encore automatisées, soit $1 - \beta_t$.

Automatisation des tâches

- ▶ L'interprétation économique est la suivante :
 - ▶ lorsque β_t est faible, il reste beaucoup de tâches à automatiser, donc la progression de l'automatisation est rapide ;
 - ▶ lorsque β_t est élevé, il reste peu de tâches à automatiser, donc la progression ralentit ;
 - ▶ l'économie converge progressivement vers une situation limite dans laquelle presque toutes les tâches sont automatisées.
- ▶ Cette loi de mouvement décrit donc une *diffusion graduelle* de l'automatisation : rapide au début, puis de plus en plus lente à mesure que l'on s'approche de la frontière $\beta = 1$.

Automatisation des tâches

- ▶ On peut aussi écrire

$$\beta_{t+1} = (1 - \nu)\beta_t + \nu.$$

- ▶ Cette expression montre que β_{t+1} est une moyenne pondérée de β_t et de 1. Ainsi, si $\beta_t \in [0, 1]$, alors $\beta_{t+1} \in [0, 1]$, ce qui garantit que la part des tâches automatisées reste toujours comprise entre 0 et 1.

Automatisation des tâches

- ▶ La dynamique se résout explicitement sous la forme

$$1 - \beta_{t+1} = (1 - \nu)(1 - \beta_t),$$

d'où

$$1 - \beta_t = (1 - \nu)^t(1 - \beta_0),$$

et donc

$$\beta_t = 1 - (1 - \nu)^t(1 - \beta_0).$$

- ▶ On voit ainsi que β_t converge monotoniquement vers 1, à une vitesse déterminée par le paramètre ν .
- ▶ Le paramètre ν mesure donc la *vitesse de diffusion de l'automatisation* :
 - ▶ si ν est faible, l'automatisation progresse lentement ;
 - ▶ si ν est élevé, l'automatisation progresse rapidement.

Automatisation des tâches

- ▶ Le système dynamique du modèle est donc

$$k_{t+1} = \frac{s \chi^{\beta_t} \Gamma(\beta_t) k_t^{\beta_t} + (1 - \delta) k_t}{(1 + n)(1 + g)},$$

$$\beta_{t+1} = \beta_t + \nu(1 - \beta_t).$$

- ▶ La production intensive est donnée par

$$y_t = \chi^{\beta_t} \Gamma(\beta_t) k_t^{\beta_t}.$$

Automatisation des tâches

- ▶ Dans cette version réduite, les rémunérations des facteurs s'écrivent comme dans une fonction Cobb-Douglas à exposants variables :

$$z_t = \beta_t \frac{Y_t}{K_t},$$



$$w_t = (1 - \beta_t) \frac{Y_t}{L_t}.$$

- ▶ On voit alors immédiatement que lorsque β_t augmente :
 - ▶ le rendement du capital tend à prendre une place plus importante ;
 - ▶ la part du travail dans le revenu tend à baisser.

Automatisation des tâches

- ▶ L'effet central d'une hausse de β_t est qu'une part plus grande des tâches devient réalisable par du capital.
- ▶ Dans une économie peu automatisée, seule une fraction limitée de la chaîne productive peut bénéficier directement de l'accumulation du capital.
- ▶ À l'inverse, lorsque β_t augmente, l'épargne et l'investissement s'appliquent à un ensemble plus large de tâches.

Automatisation des tâches

- ▶ L'automatisation agit donc par deux canaux distincts :
 - ▶ un **canal de capitalisation** : davantage de tâches peuvent être portées par le capital ;
 - ▶ un **canal d'efficacité** : si $\chi > 1$, les tâches automatisées sont exécutées plus efficacement que les tâches manuelles.
- ▶ Si l'on prend $\beta_t = \beta$ comme donné à court terme, alors l'état stationnaire conditionnel du capital intensif vérifie

$$\bar{k} = \frac{s\chi^\beta \Gamma(\beta) \bar{k}^\beta + (1 - \delta)\bar{k}}{(1 + n)(1 + g)}.$$

Automatisation des tâches

- ▶ En réarrangeant :

$$[(1+n)(1+g) - 1 + \delta] \bar{k} = s\chi^\beta \Gamma(\beta) \bar{k}^\beta.$$

- ▶ D'où

$$\bar{k} = \left(\frac{s\chi^\beta \Gamma(\beta)}{(1+n)(1+g) - 1 + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\beta}}.$$

Automatisation des tâches

- ▶ La production stationnaire conditionnelle est

$$\bar{y} = \chi^\beta \Gamma(\beta) \bar{k}^\beta.$$

- ▶ Le terme χ^β représente le gain d'efficacité propre à l'automatisation.
- ▶ Lorsque β augmente, l'économie bénéficie d'un effet direct d'efficacité, parce que les tâches automatisées sont réalisées plus efficacement que les tâches manuelles.

Automatisation des tâches

- ▶ L'automatisation accroît également l'effet du taux d'épargne sur le revenu de long terme. En effet,

$$\frac{\partial \ln \bar{y}}{\partial \ln s} = \frac{\beta}{1 - \beta},$$

- ▶ Cette élasticité est croissante en β .
- ▶ Cela signifie que plus l'économie est automatisée, plus une variation du taux d'épargne a un effet important sur le niveau de revenu de long terme.
- ▶ Une hausse de β_t tend à augmenter la part du capital dans le revenu et à réduire la part du travail.