

Équilibre concurrentiel et défaillances du marché

Stéphane Gauthier
stephane.gauthier@univ-paris1.fr

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Licence 2
Année universitaire 2026–2027

Cette brochure regroupe l'ensemble des énoncés de travaux dirigés correspondant aux six premières séances du cours magistral, qui couvrent la relation entre équilibre et optimum en équilibre partiel, d'abord dans un cadre de concurrence pure et parfaite, puis en présence de défaillances de marché (externalités et biens publics).

Vous trouverez dans certains cas plusieurs problèmes associés au même TD. Le choix du problème traité sera laissé à la discrétion de votre chargé de TD ; les problèmes restants vous sont donnés à titre d'exercices supplémentaires d'entraînement. Plusieurs énoncés reprennent des sujets donnés en partiel les années précédentes.

Les TD débuteront la semaine du 28 septembre 2026 ; 10 séances de 1h30 chacune sont prévues.

TD1. L'OFFRE DES ENTREPRISES EN ÉQUILIBRE PARTIEL

On considère une entreprise j devant supporter le coût

$$c_j(y) = a_j y + \frac{1}{2} b_j y^2$$

pour produire $y \geq 0$ unités d'un bien final, avec $a_j > 0$ et $b_j > 0$ deux constantes.

1. Montrez que la fonction de coût est croissante et convexe.
2. Représentez cette fonction dans un repère où y est en abscisse et où l'axe des ordonnées correspond à des grandeurs mesurées en euros.
3. Exprimez le changement de coût qu'implique la production de $dy > 0$ biens supplémentaires, où dy est proche de 0, en fonction de y , des paramètres a_j et b_j , et du montant dy . À quoi est-il égal si l'entreprise produisait $y = 100$ unités de bien final lorsqu'elle a choisi d'augmenter sa production de $dy = 1$ unité de bien ? Représentez graphiquement les conséquences de cette modification de la production sur le coût.
4. Soit $p > 0$ le prix du bien final. Quelle est l'offre $y_j(p)$ de l'entreprise j ?
5. Supposons que le prix change d'un petit montant, de p_0 à $p_1 = p_0 + dp$, $dp > 0$. Exprimez la réaction de l'offre de l'entreprise en fonction de b_j et dp .
6. Représentez graphiquement l'impact du changement de prix sur l'offre de l'entreprise j lorsque $a_j < p$.
7. Quel est le profit $\pi_j(p)$ maximal que cette entreprise obtient au prix p ?
8. Soit $p_0 > a_j$. Exprimez la réaction du profit au changement de prix de p_0 à p_1 en fonction de p_0 , dp et des deux paramètres a_j et b_j . Représentez graphiquement cette perturbation.
9. Lorsque J entreprises sont présentes sur le marché, sont-elles toutes actives ? Supposons que $a_j = j$ pour tout $j = 1, \dots, J$. Quelle est la fonction d'offre agrégée $Y(p)$?

TD2. ÉQUITÉ ET EFFICACITÉ DES AIDES AUX ENTREPRISES EN DIFFICULTÉ

On considère un marché sur lequel deux entreprises $j = 1, 2$ se comportent de façon concurrentielle. Leurs technologies sont caractérisées par les fonctions de coût $c_j(y)$, avec

$$c_1(y) = \frac{y^2}{2}, \quad c_2(y) = y + \frac{y^2}{2},$$

où y est le nombre d'unités de bien produites. Pour simplifier, on supposera qu'il n'y a qu'un seul consommateur, propriétaire des entreprises, et disposant initialement du revenu $\bar{m}$. Ses préférences sont représentées par la fonction d'utilité

$$u(x) + m = 2\sqrt{x} + m$$

lorsqu'il consomme x unités du bien et conserve m euros (qu'il peut consacrer à l'achat d'autres biens).

1. L'offre

- (a) Montrez que l'entreprise 1 est active pour tout prix positif, tandis que l'entreprise 2 est inactive lorsque $p < 1$.
- (b) Quelle est la fonction d'offre $y_j(p)$ de l'entreprise j ?
- (c) Quelle est la fonction d'offre agrégée $Y(p) = y_1(p) + y_2(p)$ sur le marché ? Représentez-la dans un plan où les quantités sont en abscisse et les prix en ordonnées.

2. La demande

- (a) Écrivez la contrainte budgétaire du consommateur. En utilisant cette contrainte, écrivez l'utilité du consommateur sans faire référence à l'encaisse monétaire m .
- (b) En maximisant l'utilité trouvée dans la question précédente, montrez que la fonction de demande agrégée est

$$X(p) = \frac{1}{p^2}.$$

Représentez-la dans un plan où les quantités sont en abscisse et les prix en ordonnées.

3. L'équilibre

- (a) Soit p^* le prix d'équilibre. Quelle est l'équation donnant ce prix si $p^* < 1$? Que devient cette équation si $p^* \geq 1$?
- (b) Montrez que $p^* = 1$. Quelle est la production de chaque entreprise à l'équilibre ?

4. L'optimum

On s'intéresse maintenant aux propriétés d'optimalité de l'équilibre : à quelles recommandations quant à l'activité des entreprises nous conduit l'application d'un critère marshallien ?

- (a) Calculez le surplus brut et le surplus net du ménage s'il consomme x unités du bien. Représentez-les graphiquement en vous référant à son utilité marginale.
- (b) Supposons que la puissance publique souhaite faire produire aux entreprises une quantité totale y du bien. Comment devrait-elle répartir cette quantité entre les deux entreprises ?
- (c) En utilisant le résultat de la question 4.b., écrivez le coût de production $c(y)$ de y unités du bien.

- (d) Écrivez alors le programme donnant les optima marshalliens et caractérisez ces optima. Commentez.
5. **Optionnelle – à traiter après le chapitre 3.** L'activité de l'entreprise 2 rentre dans le cadre d'une politique industrielle qui cherche à la sauvegarder. Cette politique doit s'adresser à l'ensemble du secteur. Pour cela, une subvention s est versée à tous les producteurs : lorsque les consommateurs payent le bien au prix q , les producteurs reçoivent $p = q + s$ euros sur chaque unité.
- (a) Exprimez la nouvelle fonction d'offre agrégée en fonction du prix q payé par les consommateurs.
- (b) Représentez la nouvelle fonction d'offre et la fonction d'offre avant subvention dans un plan où les quantités sont en abscisse et le prix q est en ordonnées. Comment change le prix d'équilibre reçu par les producteurs lorsque la subvention est mise en place ?
- (c) Écrivez l'équation d'égalité entre l'offre et la demande lorsque $s > 0$.
- (d) Exprimez le changement de prix dq^* en fonction du changement de la subvention ds pour une petite subvention ($s \simeq 0$). Montrez que, pour $q^* = 1$ et $s = 0$, ce changement est
- $$dq^* = -\frac{1}{2} ds.$$
- (e) De combien le prix reçu par les producteurs change-t-il ?
- (f) Calculez la perte sociale de Harberger. Peut-on dire que la politique de subvention est d'autant plus appréciable qu'elle bénéficie aux consommateurs ?

TD2. URSULA ET LES FÉÉRIES ÉLECTRIQUES

Dans une note publiée en septembre dernier ¹, la Commission Européenne

0.3 propose un plafond temporaire de recettes pour les producteurs d'électricité *à* inframarginaux *à*, à savoir ceux recourant à des technologies à moindre coût, telles que les énergies renouvelables, le nucléaire et le lignite, qui fournissent de l'électricité au réseau à un coût inférieur au niveau de prix fixé par les producteurs *à* marginaux *à* plus chers. Ces producteurs inframarginaux ont réalisé des recettes exceptionnelles, alors que leurs coûts d'exploitation sont restés relativement stables, étant donné que les centrales au gaz coûteuses ont entraîné une hausse du prix de gros de l'électricité qu'ils reçoivent. La Commission propose de fixer le plafond des recettes inframarginales à 180 euros/MWh. Cela permettra aux producteurs de couvrir leurs investissements et leurs coûts d'exploitation sans compromettre les investissements dans de nouvelles capacités, conformément à nos objectifs en matière d'énergie et de climat pour 2030 et 2050. Les recettes supérieures au plafond seront perçues par les gouvernements des États membres et utilisées pour aider les consommateurs d'énergie à faire baisser le montant de leurs factures.

Sur le marché de l'électricité, les consommateurs demandent $X(p) = 20 - p$ mégawatt-heures (MWh) pour un prix unitaire de p euros. Il y a deux entreprises différentes. L'entreprise 1 produit l'électricité à partir d'énergie nucléaire. Elle doit dépenser $y^2/2$ euros pour produire $y \geq 0$ MWh. Le coût de production de l'entreprise 2, qui utilise l'énergie thermique au gaz, est $y + y^2/2$ euros pour y MWh.

I. ÉQUILIBRE

1. (a) Quelle est l'offre $y_1(p)$ de l'entreprise 1 au prix p ? (b) Montrez que l'entreprise 2 préfère rester inactive lorsque $p \leq 1$. (c) Déduisez-en l'offre $y_2(p)$ de cette entreprise au prix p .
2. Écrivez l'offre agrégée $Y(p)$ en fonction du prix p .
3. Quel serait le prix d'équilibre si l'entreprise 1 était la seule à produire l'électricité? Montrez que l'entreprise 2 préférerait être active à ce prix. Qu'en concluez-vous?
4. Quel serait le prix d'équilibre si les deux entreprises produisaient l'électricité? Représentez l'offre agrégée, la demande et le prix d'équilibre dans un plan où le nombre de MWh figure sur l'axe des abscisses.
5. Calculez le profit de chaque entreprise ainsi que le surplus des consommateurs à l'équilibre. Pourquoi l'entreprise 1 engrange-t-elle toujours des profits plus importants que l'entreprise 2?

II. EFFETS DISTRIBUTIFS D'UNE HAUSSE DES COÛTS

Un conflit impliquant un grand producteur de gaz conduit à un renchérissement du coût de production de l'entreprise 2, qui passe à $c_1y + y^2/2$ euros.

1. Soit $c_1 = 4$ euros. Que se passe-t-il sur le marché? Comment les profits des entreprises et le surplus des consommateurs sont-ils affectés?
2. Reprenez la question précédente pour une hausse du coût plus forte : $c_1 = 16$ euros.
3. Peut-on dire que le producteur d'électricité d'origine nucléaire bénéficie d'un relèvement des coûts de production de l'électricité à partir de gaz?

1. Commission européenne, *Prix de l'énergie : La Commission propose une intervention d'urgence sur le marché pour réduire les factures des Européens*, Communiqué de presse, Bruxelles, le 14 septembre 2022. Accessible à <https://france.representation.ec.europa.eu/informations>.

III. POLITIQUES DE LIMITATION DES PROFITS

On supposera dorénavant que $c_1 = 4$. Les différences mises en évidence dans la partie précédente incitent la puissance publique à chercher des moyens de limiter les recettes des entreprises. Elle envisage pour cela deux manières d'introduire un prix plafond que l'on notera s , $s > c_1$.

III. A. PLAFONNEMENT DU PRIX

Une entreprise vendant y MWh au prix p doit acquitter une taxe égale à $p - s$ euros par unité produite lorsque $p \geq s$. Elle ne paye pas d'impôt lorsque $p < s$.

1. Écrivez le profit après impôt de chaque entreprise lorsque la puissance publique choisit un prix plafond s inférieur au prix de marché, $s \leq p$.
2. Calculez l'offre de chaque entreprise ainsi que l'offre agrégée au prix p lorsque $s \leq p$.
3. Quel est le prix d'équilibre p^* lorsque la puissance publique prélève effectivement des taxes sur les entreprises ($s \leq p^*$) ?
4. On suppose que $s \leq p^*$. Montrez que le surplus des consommateurs évalué au prix p^* baisse lorsque la puissance publique réduit le prix plafond s qu'elle impose aux entreprises. Interprétez.
5. Comment varie le surplus des consommateurs avec le prix plafond s si la puissance publique reverse aux consommateurs la recette fiscale dégagée sur les entreprises ? Pensez-vous que ce résultat soit celui que recherche la puissance publique ? Expliquez.

III. B. TAXES FORFAITAIRES

Les résultats obtenus ci-dessus amènent la puissance publique à envisager une autre politique fiscale impliquant un plafonnement du prix pour les entreprises.

1. Supposons que l'entreprise j doive acquitter une taxe forfaitaire de T_j euros. Quelle est l'offre de l'entreprise 1 ? Celle de l'entreprise 2 ?
2. L'autorité souhaite qu'aucune entreprise ne fasse des pertes. Quel est alors le prix d'équilibre ? Calculez les profits de chaque entreprise en fonction de T_1 et T_2 .
3. L'autorité choisit de fixer le montant de la taxe à

$$T_j = \begin{cases} (p^* - s)y_j(p^*) & \text{si } p^* \geq s, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

où p^* est le prix d'équilibre et $y_j(p^*)$ l'offre de l'entreprise j à ce prix. La puissance publique peut-elle confisquer l'intégralité du profit de l'entreprise 1 tout en assurant la viabilité de l'entreprise 2 ?

4. La puissance publique renonce au maintien de l'entreprise 2 sur le marché. Quelle valeur du prix plafond s permet de confisquer tout le profit de l'entreprise 1 ?
5. Concluez sur l'arbitrage entre la taxation des entreprises infra-marginales et le bien-être des consommateurs que la puissance publique doit résoudre.

TD3. INCIDENCE DES AIDES AU LOGEMENT

Sur le site www.capital.fr, Thomas Chenel commente le 12 juillet 2019 la synthèse des recherches menées par Véronique Flambard² sur les aides au logement :

Quant à la question, plus générique, de la politique de baisse des allocations logement, l'auteur évoque une décision politique. Le coût des allocations logement a considérablement augmenté, d'année en année (environ 18 milliards d'euros de dépenses publiques en 2017, selon l'étude, ndlr). La motivation première du gouvernement, c'est de maîtriser ce coût. C'est une nécessité budgétaire.

Selon elle, il est ensuite possible que l'espoir du gouvernement, en diminuant les aides, soit de réduire l'inflation des loyers. L'étude souligne en effet que l'ampleur de la couverture des allocations logement a alimenté les augmentations de loyers, les propriétaires pouvant demander à directement percevoir les aides au logement pour le compte de leur locataire, afin d'éviter les arriérés de loyer. Un mécanisme qui a incité un grand nombre d'entre eux à gonfler artificiellement leur loyer, comme le démontrait déjà en 2006 une étude de Gabrielle Fack, professeure d'économie à l'Université de Paris Dauphine. En s'appuyant sur la réforme des aides au logement du début des années 1990, cette dernière estimait qu'un euro supplémentaire d'aide au logement se traduisait par une augmentation de 78 centimes du loyer, ne laissant que 22 centimes au bénéficiaire pour réduire la charge de son logement.

Pour reconstituer l'exercice de quantification auquel se livre Gabrielle Fack, on considère un marché en équilibre partiel sur lequel l'offre et la demande pour un prix p sont notées

$$O(p) = p^\sigma \quad \text{et} \quad D(p) = p^{-\delta},$$

avec $\sigma > 0$ et $\delta > 0$. Initialement, le bien considéré n'est pas subventionné ; le prix d'équilibre est noté p_0^* . L'État introduit une subvention ad valorem au taux s bénéficiant aux consommateurs : lorsque les offreurs vendent le bien au prix p , les acheteurs payent en fait $(1 - s)p$.

1. Interprétez les paramètres σ et δ .
2. Représenter dans un repère où p est reporté en ordonnée (et les quantités sont sur l'axe des abscisses) la fonction d'offre et les deux fonctions de demande pour $s = 0$ et une valeur de $s > 0$ (par exemple, $s = 20\%$). Marquez l'équilibre initial E_0 sur ce graphique. De même pour l'équilibre final E_1 . Comment change le prix d'équilibre perçu par les offreurs ? Comment change celui qui est payé par les demandeurs du bien ?
3. Repérez sur le graphique les surplus des consommateurs, des producteurs, et celui de l'État. Comment change le surplus total ? La politique de subvention implique-t-elle une perte ou un gain pour la société, en utilisant le seul critère du changement de surplus ?
4. Quelle relation satisfait le nouveau prix p_1^* perçu par les offreurs à l'équilibre ? Exprimez ce prix en fonction du taux de subvention s et du rapport σ/δ .
5. Pour quelles valeurs de σ/δ le prix producteur ne change pas ? Interprétez.
6. Pour quelles valeurs de σ/δ le prix consommateur ne change pas ? Interprétez.
7. Nous allons considérer le cas du marché du logement. Le tableau reproduit ci-dessous donne les estimations de l'impact des aides au logement sur les loyers (le prix du service de logement) obtenues par Fack (2005). Pour l'interpréter, vous supposerez que les locataires du 2^{ème} quartile ne reçoivent quasiment pas d'aide au logement. Quelle valeur choisiriez-vous pour le ratio σ/δ ? Concluez sur la difficulté d'aider dans une économie de marché les ménages pauvres à se loger.

2. Véronique Flambard, 2019, *Les allocations logement ne peuvent à elles seules empêcher les arriérés de loyer*, Économie et Statistique 507–508.

Tableau 1
Une première estimation de l'effet des aides avec l'estimateur en doubles différences

		1988	1996	Évolution de 1988 à 1996
Loyer annuel au m ² (en euros de 2002)	1er quartile	64,1 (2,2)	90,2 (2,5)	26,1 (2,3)
	2e quartile	67,8 (2,2)	79,0 (2,2)	11,2 (2,2)
	Différence	-3,7 (2,4)	11,2 (2,1)	14,9 (3,2)
Aide au logement annuelle par m ² (en euros de 2002)	1er quartile	14,3 (0,5)	34,9 (1,0)	20,6 (1,4)
	2e quartile	7,5 (0,2)	12,3 (0,3)	4,8 (0,8)
	Différence	6,8 (1,0)	22,6 (1,2)	15,8 (1,5)
Estimateur de Wald (14,9/15,8)				0,94 (0,20)

Lecture : la différence de loyer au m² entre 1988 et 1996 est de 26,1 euros pour le premier quartile et de 11,2 euros pour le deuxième quartile. Le loyer au m² du premier quartile a donc augmenté de 14,9 euros de plus que celui du deuxième quartile entre 1988 et 1996. L'aide au logement par m² du premier quartile a augmenté de 15,8 euros de plus que celle du deuxième quartile entre 1988 et 1996. Il en résulte qu'un euro d'aide supplémentaire entraîne une augmentation de 0,94 euro du loyer.

Les écarts-types sont entre parenthèses.

Champ : ménages locataires du secteur privé.

Source : calculs de l'auteur d'après les enquêtes Logement, Insee.

TD4. NÉGOCIER LA POLLUTION

Le chauffage au bois implique des polluants atmosphériques toxiques qui se déplacent en fonction des vents. On considère deux consommateurs $i = 1, 2$. Les préférences du consommateur 1 sont représentées par la fonction d'utilité $\ln x + m$ lorsqu'il consomme x stères de bois de chauffage et consacre m euros aux autres biens. Celles de l'agent 2 sont représentées par la fonction $-\alpha(x - E)^2 + m$, avec E une externalité. Cette externalité est causée par la consommation de bois de l'agent 1, $E = ax_1$. Chaque agent dispose d'un revenu de $\bar{m}$ euros, supposé très grand par rapport aux dépenses en bois. Le coût de production de y stères est de cy euros.

PARTIE 1. ÉQUILIBRE

1. Calculez l'utilité marginale dégagée par le consommateur 2 lorsqu'il a consommé x stères de bois. Pour quel nombre de stères peut-on dire qu'un stère de bois supplémentaire n'apporte plus d'utilité à ce consommateur ? Dans ce qui suit, on se restreindra à des consommations inférieures à ce montant.
2. Quelle est la fonction de demande agrégée de stères de bois ?
3. Quelle est l'offre agrégée de stères ?
4. Calculez le prix d'équilibre walrassien, et les quantités que consomment alors chacun des deux agents.

PARTIE 2. OPTIMUM

1. Écrivez le surplus marshallien.
2. Calculez les quantités qui devraient être consommées chacun des deux agents en un optimum marshallien.
3. Comment la consommation optimale de l'agent 1 diffère-t-elle de sa consommation d'équilibre d'équilibre ? Expliquez.
4. Dans quelle mesure peut-on dire que l'agent 2 devrait consommer de plus petites quantités, mais plus souvent ?

PARTIE 3. NÉGOCIATION COASIENNE

Supposons que l'agent 2 soit doté d'un droit qui l'autorise à limiter la consommation de bois par l'agent 1 à un seul stère. Il propose à l'agent 1 que ce dernier puisse consommer x_1 stères mais qu'en retour, il verse à l'agent 2 un dédommagement de T euros. La paire (x_1, T) qui va être proposée à l'agent 1 sera choisie par l'agent 2. Si l'agent 1 accepte cette proposition, il devra acheter la quantité x_1 sur le marché.

1. Quelle est l'utilité de l'agent 1 s'il refuse l'option (x_1, T) que lui propose l'agent 2 ?
2. Quelle est son utilité s'il l'accepte ?
3. Écrivez le programme que doit résoudre l'agent 2 pour choisir au mieux sa consommation x_2 et l'offre (x_1, T) qu'il devrait faire à l'agent 1, s'il souhaite que ce dernier accepte sa proposition.
4. Exprimez le transfert T que devrait proposer l'agent 2 en fonction de x_1 et $\bar{x}_1$.
5. Réécrivez alors l'objectif de l'agent 2 en fonction de x_2 et x_1 . Que constatez-vous ? Déduisez-en les consommations de bois que devrait choisir cet agent. Commentez.

TD4. VERS UNE AGRICULTURE PROPRE ?

En s'inspirant du débat récent sur les arrêtés anti-pesticides recommandant de fixer une distance minimale entre les champs traités et les habitations ou écoles, on considère un petit exploitant traitant sa vigne à proximité d'une aire urbaine constituant le principal débouché pour son vin. Le vigneron pourrait réduire la pollution émise en utilisant une technique de pulvérisation confinée coûteuse. On dit alors qu'il abat la pollution. Cet exercice s'intéresse à la politique d'abattement optimale et aux outils que la puissance publique pourrait utiliser pour inciter le vigneron à améliorer la qualité de l'environnement.

Lorsqu'il produit y litres de vin, le vigneron émet une pollution

$$e = \begin{cases} y - a & \text{si } y - a \geq 0, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (2)$$

où a est interprété comme la pollution abattue. Le coût de produire y et d'abattre la pollution de a est égal à

$$\frac{y^2}{2} + \phi \frac{a^2}{2}$$

euros, avec $\phi \geq 1$.

Le ménage (représentatif des ménages de l'aire) retire une utilité $2 \log x + m - 2e$ lorsqu'il consomme x litres de vin et conserve m euros pour acheter d'autres biens. Son revenu est de $\bar{m}$ euros. Le dommage qu'il subit, égal à $2e$, est traité comme une externalité.

I. L'ÉQUILIBRE

Soit p le prix d'un litre de vin.

1. Quel est le profit du vigneron lorsqu'il vend y litres de vin et abat la pollution d'un montant a ?
2. Quelle est la fonction d'offre de vin ?
3. Pourquoi le vigneron choisit-il de ne pas abattre la pollution ?
4. Écrivez la contrainte budgétaire du ménage.
5. Quelle est la fonction de demande de vin du ménage ?
6. Quels sont les quantités et le prix d'un litre de vin à l'équilibre ?
7. Quelle est la pollution à l'équilibre ?

II. L'OPTIMUM

1. Pourquoi la quantité totale de monnaie nécessaire pour produire y litres de vin, abattre la pollution d'un montant a , et allouer au ménage m euros est-elle égale à

$$\frac{y^2}{2} + \phi \frac{a^2}{2} + m ?$$

2. Écrivez la contrainte de réalisabilité selon laquelle la quantité totale de monnaie utilisée par le planificateur est plus petite que la quantité totale de monnaie existante.
3. Écrivez la contrainte de réalisabilité selon laquelle la quantité totale de vin consommé est plus petite que celle qui est produite.
4. Quel est le programme du planificateur qui cherche à maximiser l'utilité du ménage sous les contraintes de réalisabilité obtenues questions II.2 et II.3, alors qu'il prend en compte le lien entre pollution, production et abattement décrit par (2).

5. Pourquoi le planificateur choisira-t-il toujours de saturer les deux contraintes de réalisabilité ?
6. En utilisant le résultat de la question II.5, réécrivez l'objectif du planificateur sans faire référence à la production y et l'encaisse m .
7. En dérivant l'objectif trouvé question II.6, donnez la production optimale de vin et la pollution abattue choisies par le planificateur.

III. L'INEFFICACITÉ DE L'ÉQUILIBRE

1. En utilisant les résultats de la question II.7, calculez la pollution e^* optimale. Faut-il l'éliminer complètement ?
2. Quelle est l'utilité du ménage à l'optimum ?
3. La pollution à l'équilibre est-elle trop importante ?
4. En supposant que les profits perçus par le vigneron soient transférés au ménage, comparez l'utilité du ménage à l'équilibre et celle qu'il pourrait avoir à l'optimum.

IV. À PROPOS DU PRINCIPE POLLUEUR PAYEUR

1. On adopte dans un premier temps le principe pollueur-payeur en imposant au vigneron de payer une taxe t par litre de vin. Face à cette seule taxe, se comporte-t-il de façon optimale ?
2. On complète maintenant la taxe décrite question IV.1 par une subvention s pour chaque unité de pollution abattue. Quelle est la nouvelle fonction d'offre de vin ? Montrez que l'abattement choisi par le vigneron est égal à s/ϕ . Commentez.
3. Quelle taxe t et quelle subvention s faudrait-il choisir pour que l'équilibre coïncide avec l'optimum ?
4. Quel est le montant total de recette collectée par l'administration fiscale pour t et s obtenus question IV.3 ? La taxe sur le vin permettrait-elle de financer la politique de subvention à la dépollution ?

Pour s'entraîner, une variante possible consiste à interpréter le paramètre ϕ comme l'efficacité de l'abattement : l'externalité serait $y - \phi a$ (lorsque ce montant est positif). Pour simplifier, on retirerait alors la référence à ce paramètre dans la fonction de coût.

TD5. UNE PISCINE TROP BELLE POUR TOI

Le 93 a aussi ses villages. À Coubron, Vaujours et Gournay-sur-Marne, situés à la frontière de la Seine-et-Marne, le nombre d'habitants ne dépasse pas 7 000 personnes. Le cadre de vie est champêtre, sans grands ensembles ou urbanisation à outrance. La typologie de ces petites villes ressemble à celle de communes de grande couronne ou de la France périphérique. Les problématiques, aussi. Avec des budgets restreints, les élus n'ont lutté chaque jour, selon les mots d'Eric Schlegel, maire (SE) de Gournay, pour maintenir les services publics. n Ce n'est pas parce qu'on a 60% d'espaces verts que nos habitants n'ont pas le droit à des infrastructures de qualité, clame Ludovic Toro, maire (UDI) de Coubron. Alors nous sommes devenus experts dans la chasse aux subventions ! z.

Sans subventions, pas de médiathèque. Il y a dix jours, l' élu a signé un contrat d'aménagement local avec la région Ile-de-France. Il va permettre la construction d'un centre de loisirs et d'une médiathèque. n Les subventions de la région représentent 50% du budget pour les deux projets. Sans cela, nous ne pourrions pas les réaliser, indique Ludovic Toro. Il faut encore trouver d'autres soutiens, car je veux qu'il ne reste que 30% à la charge de la commune z.

À Gournay, Eric Schlegel a réussi à convaincre la préfecture et a obtenu 12 000 euros de subventions pour l'installation de vidéosurveillance. n Après un très long combat, souffle l' élu. La situation devient intenable. Nous n'avons pas les moyens de développer notre ville, tandis que l'État, lui, nous demande de construire des logements. Mais si on ne peut pas offrir les services publics qui vont avec z. Le maire n'ignore z comment il va financer la construction d'un troisième groupe scolaire, essentiel pour scolariser les enfants des nouveaux habitants dans les prochaines années. n Ce serait plus facile si nous étions une grande ville, estime Eric Schlegel. Je ne dis pas qu'elles sont mieux loties, mais, pour obtenir des subventions, encore faut-il avoir des ressources nécessaires pour prévoir un investissement. C'est un cercle vicieux ! z

Le combat des petites villes de Seine-Saint-Denis pour maintenir les services publics (extraits)

Victor Tassel

Le Parisien, 18 septembre 2019

On considère une société composée de n agents identiques. Les agents sont répartis en deux groupes différents $j = 1, 2$. Le groupe j comprend n^j agents (on a $n^1 + n^2 = n$). Les préférences de chaque agent portent sur un bien public local et la monnaie consacrée à l'achat d'autres biens. Un bien public local est un bien qui ne bénéficie qu'aux membres du groupe : on peut penser à une infrastructure (piscine, bibliothèque, stade, etc.) bénéficiant aux seuls habitants de la commune j . Les préférences d'un membre du groupe j sont représentées par la fonction d'utilité $\log G^j + m$, où G^j est la quantité d'un bien public local et m la quantité de monnaie. Chacun dispose d'un revenu de $\bar{m}$ euros. La quantité totale de monnaie disponible est fixe, égale à $\bar{M}$.

1. Ce cadre vous semble-t-il constituer une bonne représentation de la situation des n villages du 93 z ?
2. Exprimez les quantités de biens public optimales au sens de Pareto en fonction de n^1 et de n^2 . Comment s'expriment les recommandations issues de la règle de Samuelson ?
3. Supposons que l'État central puisse imposer à chaque membre du groupe j de payer une contribution τ^j propre au groupe. Quelle contribution faudrait-il choisir pour que chaque agent demande spontanément la quantité optimale au sens de Pareto propre à son groupe ?
4. En pratique, il est parfois difficile de faire varier les taxes selon les groupes : la même règle s'applique à tous uniformément. On impose maintenant que $\tau^j = \tau$ pour tout $j = 1, 2$. Quel

est le montant τ que chacun doit payer pour que soit produit G^1 et G^2 biens publics dans les groupes 1 et 2 ? Quelles sont les quantités de biens publics que préfèrent les membres des groupes si l'on met en place une telle taxe ? Sont-elles optimales ? Commentez.

5. (Question optionnelle). Certains services publics locaux bénéficient en fait à plusieurs petites communes voisines ; on pense par exemple aux infrastructures scolaires ou sportives. Pour le prendre en compte, on suppose qu'un membre du groupe i bénéficie d'une part α du bien public du groupe j , $j \neq i$. Écrivez l'utilité d'un membre du groupe i . Caractérisez les optima de Pareto. Existe-t-il des tailles urbaines n^1 et n^2 ainsi qu'une valeur du paramètre α pour laquelle le régime fiscal conduit à une quantité optimale de biens publics ? Commentez au regard de la politique de l'intercommunalité.

TD5. SÉCHERESSE ET CONFLITS DE L'EAU

En France, la Préfecture bloque un quota d'eau dans les nappes phréatiques au titre de la biodiversité. La sécheresse du début de l'année 2023 a exacerbé les tensions entre les besoins de l'agriculture et la préservation de la biodiversité, les agriculteurs souhaitant entamer le quota réservé à la biodiversité pour irriguer les cultures. Cet exercice s'intéresse à la gestion optimale des nappes. Il y a deux agents $i = 1, 2$. L'agent i a une utilité

$$m - \frac{1}{2}(\bar{e}_i - e)^2$$

s'il dépense m euros pour sa consommation et que la hauteur de la nappe est de e mètres. Il dispose d'un revenu $\bar{m}_i$ donné (on note $\bar{M}$ la quantité totale de monnaie $\bar{m}_1 + \bar{m}_2$). On pose $0 < \bar{e}_1 < \bar{e}_2 < \bar{e}$ où $\bar{e}$ est la hauteur maximale de la nappe. On supposera $2\bar{e}_1 > \bar{e}$.

PARTIE I. LA NAPPE OPTIMALE

1. Quel est le niveau de la nappe préféré par l'agent i ? Quel agent représente mieux les agriculteurs?
2. À partir de e , $e < \bar{e}_i$, la nappe augmente d'un petit montant de , $de > 0$. Exprimez en fonction de e et $\bar{e}_i$ le changement dm_i de la dépense de l'agent i qui laisserait son utilité inchangée. Cet agent accepterait-il de réduire sa dépense?
3. L'agent i accepterait-il de réduire sa dépense lorsque $e > \bar{e}_i$ initialement? Interprétez en vous référant au concept de taux marginal de substitution.
4. Pour chacun des deux agents, représentez dans un plan où le niveau de la nappe est mesuré sur l'axe des abscisses et la dépense de consommation sur celui des ordonnées, la courbe d'indifférence de l'agent i qui lui donne le plus grand bien-être. Quels sont les niveaux de nappe impliquant un conflit entre agriculteurs et écologistes défenseurs de la biodiversité?
5. La Préfecture, guidée par les préceptes marshalliens, cherche à rendre la somme des utilités des deux agents la plus grande possible. Montrez qu'elle choisit un niveau optimal e^* de la nappe obéissant à la règle de Samuelson. Exprimez e^* en fonction de $\bar{e}_1$ et $\bar{e}_2$. La Préfecture est-elle poussée à exacerber le conflit entre agents?

PARTIE II. DÉLÉGATION DE LA GESTION DE LA NAPPE

1. On confie la gestion de la nappe aux écologistes. Ils peuvent proposer aux agriculteurs un contrat fixant un niveau de nappe e contre paiement de T euros.
 - (a) Écrivez l'utilité des agriculteurs s'ils acceptent le contrat?
 - (b) Quel sera le niveau de nappe choisi s'ils le refusent? Écrivez l'utilité des agriculteurs dans ce cas.
 - (c) Quel est le meilleur contrat accepté par les agriculteurs que peuvent proposer les écologistes? Comparez le niveau de nappe choisi à e^* .
 - (d) Les écologistes ont-ils intérêt à proposer un contrat aux agriculteurs?
2. On confie maintenant la gestion aux agriculteurs. Ils peuvent proposer un contrat (e, T) où le niveau e est associé à un transfert qu'ils reçoivent des écologistes.
 - (a) Quel est le meilleur contrat accepté que proposent les agriculteurs? Quel résultat classique de la microéconomie cela vous évoque-t-il?
 - (b) Les agriculteurs gagnent-ils à proposer un contrat aux usagers?

3. Montrez que les écologistes préféreraient gérer la nappe. Représentez dans ce cas les courbes d'indifférence de chaque agent dans le même plan que celui utilisé en I.4.
4. Face aux problèmes de répartition que suggère la question II.3, on confie la gestion de la nappe à une entreprise privée qui cherche à maximiser ses recettes. Elle propose à l'agent i le niveau e contre un paiement T_i ($i = 1, 2$). Elle fixe la nappe au niveau $\hat{e}$ dès qu'un agent refuse de souscrire à son contrat. Montrez qu'elle choisit $e = e^*$. Quel niveau $\hat{e}$ serait choisi en cas de refus de souscription ? Comment varient les recettes de l'entreprise avec $\bar{e}_1$ et $\bar{e}_2$? Expliquez.
5. En pratique, certains agriculteurs se soucient de la biodiversité ; et le niveau de nappe qui la préserve reste difficile à évaluer. La mise en uvre de contrats prévoyant des paiements différents selon les agents est donc discutable. Reprenez la question II.4 lorsque $T_1 = T_2 = T$. L'entreprise propose-t-elle encore le niveau e^* ? Commentez.