

Introduction : mais c'est quoi une fonction ?

Situation – Une grande vente de tee-shirts de marques est organisée dans un outlet, au prix de 10 euros, quels que soient la marque et le modèle. Pour s'y rendre, le trajet coûte 5 euros. Observons les choix que peut faire un consommateur, en notant les situations de la manière suivante : **quantité (de t-shirt) achetée** $\mapsto$ **coût total**.

Combien coûte l'achat de 1 t-shirt, trajet compris ?

On note : $1 \mapsto \dots$.

Combien coûte l'achat de 5 t-shirts, trajet compris ?

On note : $5 \mapsto \dots$.

Si le consommateur se rend sur place mais n'achète aucun t-shirt, combien aura-t-il dépensé ?

On note : $\dots \mapsto \dots$.

Chacune de ces flèches correspond à une association. On peut représenter ces associations de plusieurs façons.

1) Un tableau de valeurs

Le tableau associe à chaque **quantité** achetée le **coût** pour le consommateur. En termes

Nombre de t-shirt acheté(s)	x	0	1	5	10	20	antécédents
Somme totale dépensée	$f(x)$	5	15	55			images

mathématiques, le nombre de pièces achetées correspond à un **antécédent**, le prix payé à une **image**.

Image de 5 ? Image de 0 ? Image de 10 ?

Antécédent(s) de 55 ?

On dit que ce tableau définit une **fonction**, qu'on appelle f . Pour désigner « l'image de 1 », on note : $f(1)$. On a :

coût pour 5 t-shirt achetés = $f(\dots) = \dots$ coût pour 1 t-shirt acheté = $f(\dots) = \dots$

coût pour 20 t-shirt achetés = $f(\dots) = \dots$

2) Mais on utilise généralement une formule. A tout réel x , la fonction f précédente associe $10 \times x + 5$.

On note $f : x \mapsto 10 \times x + 5$.

Dans cette relation, x correspond à la quantité (de t-shirt) achetée, et $10 \times x + 5$ au coût total.

« L'image de x » se notant $f(x)$, on écrit aussi cette relation sous la forme de l'égalité : $f(x) = 10 \times x + 5$.

On dit que c'est la **formule** de la **fonction**. Dans cette relation :

$$f \left(\underbrace{x}_{\substack{\text{quantité} \\ \text{antécédent}}} \right) = \underbrace{10 \times x + 5}_{\substack{\text{coût total} \\ \text{image}}}$$

Calculer l'image de 15 :

et interpréter :

Vérifier que 8 est un antécédent de 85 :

et interpréter :

Extrait de la « boîte à outils »

Définition – Définir une **fonction** sur l'ensemble $\mathcal{D}$, c'est **associer** à tout nombre x de l'ensemble $\mathcal{D}$ un unique nombre réel, appelé **image de x par f** , noté $f(x)$ et prononcé « **f de x** ». On peut alors écrire : $x \mapsto f(x)$.

Ex – Si la fonction f associe à 2 le nombre 5, on peut noter l'association de quatre façons :

a) $f : 2 \mapsto 5$

b) 2 a pour **image** 5

c) l'**image** de 2 est égale à 5

d) $f(2) = 5$

Définition – Dans l'association : $a \mapsto b$, qui s'écrit aussi $f(a) = b$, on dit que a est **un antécédent de b** .

A savoir – $f : \underbrace{a} \mapsto \underbrace{b}$ s'écrit aussi $f(\underbrace{a}) = \underbrace{b}$

a est **un antécédent** de b b est **l'image** de a dans les parenthèses : **antécédent** de l'autre côté : **image**

Remarque – Pourquoi cette différence entre **l'image** et **un antécédent** ? **L'image** d'un nombre est **unique**. Par contre, si on a : $2 \mapsto 4$ et $12 \mapsto 4$, alors 4 a plusieurs antécédents : un nombre peut avoir **plusieurs** antécédents. L'association réalisée par la fonction peut se faire de plusieurs manières :

Un tableau de valeurs

Image de -2 ? **10** Image de 0 ? **-1**

Antécédent(s) de 2 ? **1 et 3**

x	-2	1	0	3	antécédents
$f(x)$	10	2	-1	2	images

Une formule – Par exemple, si une fonction f associe à tout nombre réel x son double $2 \times x$ (ce qui donne $1 \mapsto 2 \times 1 = 2$; $3 \mapsto 2 \times 3 = 6$; $5 \mapsto 2 \times 5 = 10$ etc), on note $x \mapsto 2 \times x$, ou encore $f(x) = 2 \times x$.

A) Pour calculer l'image d'un nombre a par une fonction f , on **remplace** x par a dans la formule de la fonction f .

Exemple : si $f(x) = 3 \times x + 6$, alors **l'image de 2** est le nombre : $f(2) = 3 \times 2 + 6 = 12$.

Exercice A – Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x + 7$. Calculer l'image de 10, puis celle de -4 .

.....

.....

.....

B) Pour vérifier que le nombre a est un **antécédent** d'un nombre b , on vérifie que l'image de a est égale à b , c'est-à-dire que : $f(a) = b$.

Exemple : on reprend $f(x) = 3 \times x + 6$. On veut vérifier que 10 est un antécédent de 36.

On calcule l'image de 10 : $f(10) = 3 \times 10 + 6 = 36$. Donc 10 est bien un antécédent de 36.

Exercice B – Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 3$. Vérifier que 3 et -3 sont deux antécédents de 42.

.....

.....

.....