L1 AES - Méthodes quantitatives
TD3 bis

Exercice 1. *Extrait de l'Exercice 9 de la brochure de TD*
Construire le tableau de signes de chacune des expressions :

1. $-10 - 5x$
2. $-7 + 3x$
3. $3x^2 - 6x + 3$
4. $-2x^2 + 8x - 100$

Exercice 2. *Optimisation d'un bénéfice de degré 2*
Une entreprise produit et vend un certain type de pièces pour l'industrie automobile. On suppose qu'elle en produit entre 0 et 40 par jour.
Pour tout x dans l'intervalle $[0; 40]$:

— Le coût total de fabrication journalier, en euros, de x pièces est donné par

$$C(x) = 2x^2 - 60x + 500.$$

— La recette correspondante est donnée par $R(x) = 10x$.

On note $B(x)$ le bénéfice journalier.

1. Prouver que $B(x) = -2x^2 + 70x - 500$.
2. Calculer $B'(x)$ pour x dans l'intervalle $[0; 40]$.
3. Etudier le signe de $B'(x)$ et en déduire le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0; 40]$.
4. Combien l'entreprise doit-elle produire et vendre de pièces pour que le bénéfice soit maximal ? Quel est le montant de ce bénéfice maximal ?

Exercice 3. *Optimisation d'un bénéfice de degré 3*

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

Sur le graphique donné au verso sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.
On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.
Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.

Partie A lecture graphique

Répondre aux questions suivantes en vous aidant du graphique au verso.

1. Combien faut-il fabriquer de produits pour avoir une recette égale à 140 000 euros ?
2. Combien de produits doit-on fabriquer pour obtenir un bénéfice positif ou nul ?

Partie B étude du bénéfice

On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0\,;\,7]$ par

$$R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x,$$

- les coûts par la fonction C définie sur $[0\,;\,7]$ par

$$C(x) = 20x + 10.$$

1. Calculer la recette et le coût pour 300 produits fabriqués.
   En déduire le bénéfice correspondant.
2. On note B la fonction bénéfice.
   Donner l'expression de $B(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.
3. Vérifier que $B'(x) = -6x^2 + 9x + 42$ où B' désigne la fonction dérivée de la fonction B.
4. Étudier le signe de $B'(x)$. Donner le tableau de variations de B.
5. En déduire la valeur du bénéfice maximal ainsi que le nombre de produits à fabriquer pour l'obtenir.

Courbes de l'Exercice 3.

