AES Université Paris I – Panthéon-Sorbonne 2026 – 2027

Correction du TD n°3 BIS

Exercice 1

a) $-10-5x=0 \iff -5x=10 \iff x=\dfrac{10}{-5}=-2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
Signe de $-10-5x$ $a=-5<0$	$+$	$\oplus$	$-$

b) $-7+3x=0 \iff 3x=7 \iff x=\dfrac{7}{3}$

x	$-\infty$	$\frac{7}{3}$	$+\infty$
Signe de $-7+3x$ $a=3>0$	$-$	$\oplus$	$+$

c) On résout $3x^2-6x+3=0$: $a=3$, $b=-6$, $c=3$.

$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times3\times3=36-36=0$. $\Delta=0$ donc l'équation a une unique solution :

$$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{6}{6}=1\,.$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Signe de $3x^2-6x+3$ $a=3>0$	$+$	$\oplus$	$+$

d) On résout $-2x^2+8x-100=0$: $a=-2$, $b=8$, $c=-100$.

$\Delta=b^2-4ac=8^2-4\times(-2)\times(-100)=64-800=-736$. $\Delta<0$ donc l'équation n'a pas de solution (réelle).

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $-2x^2+8x-100$ $a=-2<0$	$-$	

Exercice 2

1. $B(x)=$ Recettes $-$ Coût $=R(x)-B(x)=10x-(2x^2-60x+500)$

$B(x)=10x-2x^2+60x-500=-2x^2+70x-500$.

2. $B'(x)=-2\times2x+70\times1-0=-4x+70$.

3. $-4x+70=0 \iff -4x=-70 \iff x=\dfrac{-70}{-4}=17{,}5$.

x	0	17,5	40
Signe de $B'(x)=-4x+70$ $a=-4<0$	$+$	$\oplus$	$-$
Variations de B	$B(0)$ ↗	$B(17{,}5)$	↘ $B(40)$

4. Pour que le bénéfice soit maximal, l'entreprise doit produire et vendre 17,5 pièces.

Ce bénéfice maximal est égal à : $B(17{,}5)=-2\times17{,}5^2+70\times17{,}5-500=112{,}5$ euros.

Exercice 3

Partie A

1. Pour avoir une recette égale à 140 000 €, il faut fabriquer :

$2{,}25 \times 100 = 225$ produits ou environ $5{,}5 \times 100 = 550$ produits.

2. Pour avoir un bénéfice positif ou nul (recettes supérieures aux coûts), il faut fabriquer :

entre $0{,}25 \times 100 = 25$ produits et $5{,}75 \times 100 = 575$ produits.

Partie B

1. Pour $300 = 3$ centaines de produits fabriqués :

- recette : $R(3) = -2 \times 3^3 + 4{,}5 \times 3^3 + 62 \times 3 = 172{,}5$ milliers d'euros ;
- coût : $C(3) = 20 \times 3 + 10 = 70$ milliers d'euros ;
- donc le bénéfice est égal à : $B(3) = 172{,}5 - 70 = 102{,}5$ milliers d'euros.

2. $B(x) =$ Recettes $-$ Coût $= R(x) - C(x) = -2x^3 + 4{,}5x^2 + 62x - (20x + 10)$

$B(x) = -2x^3 + 4{,}5x^2 + 62x - 20x - 10 = -2x^3 + 4{,}5x^2 + 42x - 10$.

3. $B'(x) = -2 \times 3x^2 + 4{,}5 \times 2x + 42 \times 1 - 0 = -6x^2 + 9x + 42$.

4. On résout $-6x^2 + 9x + 42 = 0$: $a = -6$, $b = 9$, $c = 42$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \times (-6) \times 42 = 81 + 1008 = 1089$. $\Delta > 0$ donc l'équation a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-9 + \sqrt{1089}}{2 \times (-6)} = -2 \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-9 - \sqrt{1089}}{2 \times (-6)} = 3{,}5 .$$

On obtient d'abord le signe de $B'(x) = -6x^2 + 9x + 42$ sur $]-\infty\,;\,+\infty[$:

x	$-\infty$		-2		0		$3{,}5$		7		$+\infty$
Signe de $B'(x) = -6x^2 + 9x + 42$ $a = -6 < 0$		$-$	$\oplus$		$+$		$\oplus$		$-$		

puis sur $[0\,;7]$:

x	0		$3{,}5$		7
Signe de $B'(x) = -6x^2 + 9x + 42$ $a = -6 < 0$		$+$	$\oplus$	$-$	
Variations de B	$B(0)$	↗	$B(3{,}5)$	↘	$B(7)$

Le bénéfice maximal est égal à : $B(3{,}5) = -2 \times 3{,}5^3 + 4{,}5 \times 3{,}5^2 + 42 \times 3{,}5 - 10 = 106{,}375$ milliers d'euros, soit 106 375 €.

Le bénéfice maximal est atteint lorsque l'entrepreneur fabrique et vend $3{,}5 \times 100 = 350$ produits.