Dossier 1 – Equilibre général en économie d'échange pur

EXERCICE 1 – L'INDETERMINATION DE L'ECHANGE

Soit une économie à deux biens – (1) et (2) – dont on désigne les quantités par q_1 et q_2 respectivement. On suppose que cette économie est sans production (économie d'échange pur) et à deux agents.

Soit un consommateur A dont les dotations initiales sont (4 , 8) et dont les préférences peuvent être représentées par la fonction d'utilité $u_A(\cdot)$ de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$U_A(q_1, q_2) = q_1^{\alpha} q_2^{\beta} \text{ avec } \alpha = \frac{1}{3} \text{ et } \beta = 1.$$

Soit un consommateur C dont les dotations initiales sont (3 , 4) et dont les préférences peuvent être représentées par la fonction d'utilité $u_C(\cdot)$ de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$U_C(q_1, q_2) = q_1^{\alpha} q_2^{\beta} \text{ avec } \alpha = 1 \text{ et } \beta = \frac{1}{3}.$$

1. Qu'est-ce qu'un état réalisable de cette économie ?

   Un état réalisable d'une économie est une allocation des ressources de cette économie entre les deux agents.

   Les ressources de cette économie sont les quantités disponibles de biens (1) et (2). Et comme cette économie est sans production, la quantité de bien (1) disponible dans l'économie, $\overline{q_1}$, est la somme des dotations initiales en bien (1) des deux agents :

   $$\overline{q_1} = 4 + 3 = 7.$$

   Même chose pour $\overline{q_2}$, la quantité de bien (2) disponible dans l'économie. C'est la somme des dotations initiales en bien (2) des deux agents :

   $$\overline{q_2} = 8 + 4 = 12.$$

   Si l'on note (q_{1A} , q_{2A}) le panier de biens que possède A et (q_{1C} , q_{2C}) le panier de biens que possède C, alors un état réalisable E_i de cette économie est :

   $$E_i = \{(q_{1A} , q_{2A}) , (q_{1C} , q_{2C})\} \text{ avec } q_{1A} + q_{1C} = 7 \text{ et } q_{2A} + q_{2C} = 12.$$

2. Représenter cette économie dans un diagramme d'Edgeworth (graphique III).

   Le diagramme d'Edgeworth représente l'ensemble des états réalisables d'une économie d'échange pur (sans production) lorsque celle-ci est composée de deux agents (ici A et C) et de deux biens (ici (1) et (2)).

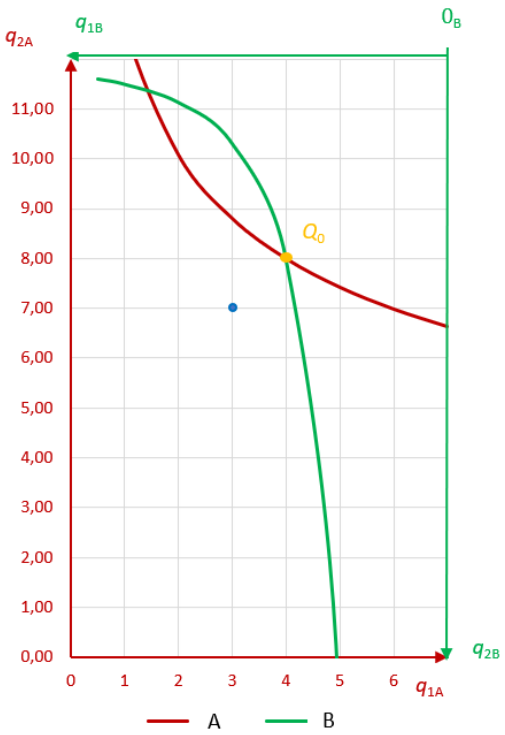
   On le dessine en retournant le graphique II (axe et courbe vertes) et en le posant ainsi à l'envers sur le graphique I (axe et courbe rouge) de façon à ce que les paniers de dotation initiales de A et de C (les points jaunes) se superposent.

   On obtient ainsi le graphique III ci-dessous.

   On obtient ainsi un rectangle, une « boîte » (ce diagramme est également appelé « boîte d'Edgeworth »), dont la base représente la quantité de bien (1) disponible dans l'économie (à savoir 7) et dont la hauteur représente la quantité de bien (2) disponible dans l'économie (à savoir 12). Le panier disponible pour l'économie est (7 , 12).

   Chaque point du rectangle représente dès lors un état réalisable de l'économie. L'abscisse et l'ordonnée d'un point quelconque donnent respectivement les quantités de bien (1) et de bien (2) détenues par A lorsque l'on regarde le rectangle à l'endroit, et détenues par C lorsqu'on le regarde à l'envers (puisque la quantité de bien (1) détenue par C est égale à 7 moins la quantité de bien (1) détenue par A, et la quantité de bien (2) détenue par C est égale à 12 moins la quantité de bien (2) détenue par A).

Graphique III
Diagramme d'Edgeworth



Ainsi, par exemple, l'allocation initiale {(4 ; 8), (3 ; 4)} (point jaune sur le graphique) apparaît comme le point (4 , 8) quand on regarde le diagramme à l'endroit, et comme le panier (3 ; 4) quand on le regarde à l'envers. De même, l'état réalisable {(3 ; 7) , (4 ; 5)}, le point bleu dans la boîte, apparaît comme le point (3 , 7) à l'endroit (A a alors 3 biens (1) et 7 biens (2)) et comme le point (4 , 5) à l'envers (C a alors 4 biens (1) et 5 biens (2)). Car on a bien (4 , 5) = (7 , 12) – (3 , 7).

3. Représenter, sur le même graphique (III), l'ensemble des états réalisables que A et C préfèrent à la situation initiale.
   A et C préférant à la situation initiale les états réalisables situés au-dessus de leur courbe d'indifférence, l'ensemble des états réalisables que A et C préfèrent à la situation initiale est la « lentille » (*i.e.* la surface situées entre les courbes d'indifférence de A et de C passant par leur panier de dotations initiales).

4. Quels sont les taux d'échange (ou prix p_1/p_2) possibles. S'ils font des échanges à ces taux, quel bien A cèdera-t-il à C ?
   Les réponses sont résumées dans le tableau ci-dessous (fond vert pour A et fond rouge pour C)

<table>
<tr><td>$\frac{p_1}{p_2} < \frac{2}{3}$</td><td>$\frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{3}$</td><td>$\frac{2}{3} < \frac{p_1}{p_2} < 4$</td><td>$\frac{p_1}{p_2} = 4$</td><td>$\frac{p_1}{p_2} > 4$</td></tr>
<tr><td>A est prêt à céder du bien (2) pour acquérir du bien (1)</td><td>A est on ne peut plus satisfait avec son panier de dotations initiales (4 , 8)</td><td colspan="3">A n'est pas prêt à acquérir du bien (1) : p_1/p_2 supérieur à son prix de réserve du bien (1) en bien (2). Il n'est donc pas non plus prêt à céder du bien (2). Il est en revanche prêt à céder du bien (1) pour acquérir du bien (2).</td></tr>
<tr><td colspan="3">C est prêt à acquérir du bien (1) : prix du bien (1) en bien (2) inférieur à son prix de réserve. Il est donc prêt à céder du bien (2) en échange.</td><td>C est on ne peut plus satisfait avec le panier (3 , 4)</td><td>C n'est pas prêt à acquérir du bien 1 (ni à céder du bien 2 en échange)</td></tr>
<tr><td>Echange impossible</td><td>Echange impossible</td><td>Echange possible</td><td>Echange impossible</td><td>Echange impossible</td></tr>
</table>

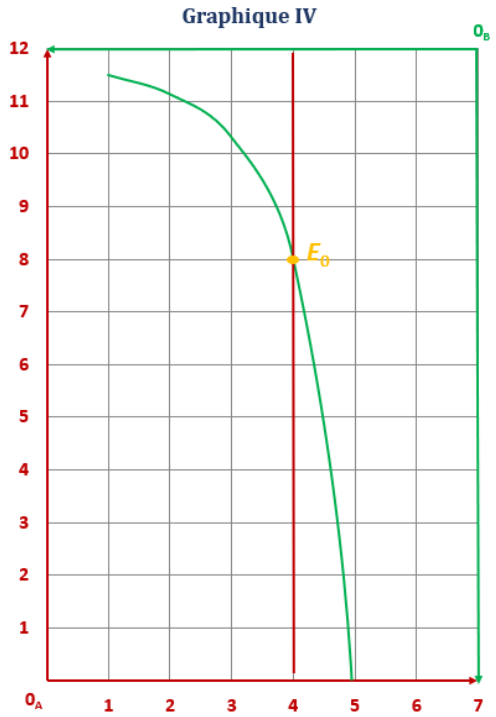
   Les taux d'échange p_1/p_2 susceptibles d'être acceptés à la fois par A et par C sont donc tous ceux qui sont strictement compris entre 2/3 et 4. A ces taux, l'agent A est prêt à céder du

bien (2) à l'agent C en échange de bien (1) que C est prêt à lui céder en échange de bien (1) pour acquérir du bien (2).

5. Si A n'avait pas aimé le bien (2), quels auraient été les taux d'échange possible avec C ? Représenter cette situation sur un autre graphique (IV).

Si l'agent A n'avait pas aimé le bien (2), il aurait été susceptible de céder tout son bien (2) en échange de bien (1), et ce, à n'importe quel prix. Les échanges auraient donc été possibles lorsque C désire céder du bien (1) pour acquérir du bien (2), donc aux prix $\frac{p_1}{p_2} > 4$ (auxquels C est disposer à céder du bien (1) pour acquérir du bien (2)).

Graphiquement, les courbes d'indifférence de A auraient été verticales. L'ensemble des états réalisables préférés à la situation initiale par A et par C **n'aurait donc pas eu la forme d'une lentille**.



6. Si l'économie avait été composée de A et de B,
   a. Quels auraient été les taux d'échange possibles ?

De la même façon que dans la réponse à la question précédente, les taux d'échange acceptables à la fois par A et par B sont donc tous ceux qui sont strictement compris entre leurs TMS à leurs paniers de dotations initiales, autrement dit ici entre $TMS_A(4\,,8)$ et $TMS_B(1\,,6)$, donc entre $\frac{2}{3}$ et 2.

   b. Si A et B avaient eu les mêmes dotations initiales, quels auraient été les taux d'échange possibles ? Pourquoi ?

Aucun taux d'échange n'aurait été possible. En effet, A et B ont les mêmes préférences. S'ils avaient eu les mêmes dotations initiales, ils auraient eu les mêmes dispositions à l'échange ; ils auraient donc voulu du même bien aux mêmes taux : aucun échange n'aurait été possible entre eux deux. L'échange est impossible si les individus sont identiques.

EXERCICE 2

En vous appuyant sur les textes suivants, rappeler les principales hypothèses du modèle de concurrence parfaite.

Texte 1. J. Roberts, "Perfectly and imperfectly competitive markets", *The New Palgrave Dictionary of Economics*, Palgrave Macmillan, 1987.

« Dans cette théorie [celle d'Arrow, Debreu et MacKenzie, dont l'ouvrage de Debreu, *Théorie de la valeur*, fournit encore le traitement standard], on donne à la concurrence une définition comportementale. Il existe une liste donnée de consommateurs et de firmes et une liste donnée de marchandises. On introduit un seul prix pour chaque bien et l'on définit alors le comportement parfaitement concurrentiel. Il implique que chaque consommateur sélectionne les transactions nettes qui maximisent son utilité, et soumises à une contrainte de budget définie sous les hypothèses selon lesquelles le consommateur peut vendre ou acheter des quantités illimitées aux prix spécifiés (…). De même [dans une économie avec production] chaque firme sélectionne les inputs et outputs qui maximisent ses profits nets, à nouveau en supposant que chaque firme peut acheter et vendre n'importe quelle quantité sans influencer les prix. Finalement, l'équilibre est un vecteur de prix et de choix parfaitement concurrentiels pour chaque agent à ces prix, agrégés en une allocation réalisable (…). Plusieurs des conditions qui apparaissent dans des traitements moins formels de la concurrence parfaite sont contenues dans la formulation de Debreu. Par exemple, la définition stricte de la marchandise implique l'homogénéité, et la divisibilité est explicitement postulée. Pourtant, de manière surprenante, la libre entrée et le grand nombre d'agents ne jouent aucun rôle explicite dans la théorie. Tous les théorèmes tiendraient s'il n'y avait qu'un seul acheteur et vendeur de chaque marchandise ».

Texte 2. B. Guerrien, 2016, « Qu'est-ce que la concurrence parfaite ? » (http://bernard guerrien.com/concurrence-parfaite.pdf)

« Dans le langage courant, la « loi de l'offre et de la demande » évoque un processus dans lequel le prix d'un bien augmente quand sa demande est supérieure à son offre, et diminue dans le cas contraire. Il y a « équilibre » – le processus s'arrête – quand l'offre est égale à la demande (toutes deux sont « satisfaites »). Le prix d'équilibre est donc solution de l'équation :

$$s(p) = d(p).$$

Si on s'intéresse à l'ensemble de l'économie, l'offre et la demande d'un bien dépend de son prix mais aussi de ceux des autres biens. Supposons, pour simplifier les notations, que l'économie ne comporte que deux biens. La demande du bien 1 dépend alors du prix p_1 de ce bien mais aussi de celui du bien 2, p_2. On peut donc la noter $d_1(p_1, p_2)$. Pour les mêmes raisons, on note $s_1(p_1, p_2)$ l'offre du bien 1, puis $d_2(p_1, p_2)$ et $s_2(p_1, p_2)$ la demande et l'offre du bien 2, respectivement.

Dans ces conditions, les prix d'équilibre pour cette économie sont solution du système d'équations :

$$s_1(p_1, p_2) = d_1(p_1, p_2)$$
$$s_2(p_1, p_2) = d_2(p_1, p_2).$$

Ce qui peut s'écrire, de façon synthétique :

$$S(P) = D(P),$$

les majuscules désignant des vecteurs – par exemple : $P = (p_1, p_2)$ ou, dans le cas où il y a n biens, $P = (p_1, \ldots, p_n)$.

Les fonctions d'offre et de demande n'ont donc que les prix pour variables. Comment interpréter cette notation d'un point de vue économique ?

<u>Des agents preneurs de prix</u>

Le fait d'écrire $d(p)$, $s(p)$, $d(p) = s(p)$, $S(P)$, $D(P)$, etc. suppose que les demandeurs et les offreurs font leurs calculs sur la base des même prix – notés p où P, selon le cas.

La question qui se pose alors est de savoir d'où viennent – ou comment se forment – ces prix. On pense a priori qu'ils sont le résultat de marchandages, mais on ne voit pas alors pourquoi ils seraient uniques – chacun marchandant dans son coin, puis le faisant ailleurs, et ainsi de suite. On peut supposer que les prix sont proposés par les vendeurs – les producteurs, par exemple –, mais cela demande d'introduire une distinction (une « asymétrie ») entre vendeurs d'un côté et acheteurs de l'autre – les uns étant

« faiseurs » de prix, les autres en étant « preneurs ». Les notations devraient alors refléter cette distinction – par exemple, en appelant p_i^s le prix proposé par le vendeur *i*. En notant *p* « tout court » le prix dans les fonctions d'offre et de demande, il est donc supposé que ce prix n'est le fait ni des vendeurs, ni des acheteurs. Il est « donné ».

C'est *la première hypothèse de la concurrence parfaite* : *les prix sont donnés*, les agents – ménages et entreprises – se contentant de les « prendre ».

Cette hypothèse ne suffit pas toutefois à justifier à elle seule la notation $d(p)$, $s(p)$,… qui suppose un certain type de réaction des agents devant des prix « donnés ». S'ils pensent qu'à ces prix ils auront des problèmes de débouchés ou qu'ils ne pourront obtenir tout ce qu'ils veulent, leurs offres ou leurs demandes ne pourront plus être représentées par des formules simples comme $d(p)$, $s(p)$, etc. Tel sera aussi le cas si des agents pensent que leurs offres ou leurs demandes peuvent influencer les prix « donnés »[1].

Les notations $d(p)$, $s(p)$, etc., du modèle de concurrence parfaite ne sont valables que *si les agents pensent – ou croient – qu'ils pourront vendre ou acheter tout ce qu'ils veulent aux prix « donnés » et que leurs actions n'ont pas d'influence sur eux*.
C'est la *deuxième hypothèse de la concurrence parfaite*.

La première hypothèse est d'ordre institutionnel, puisqu'elle suppose une forme d'organisation sociale dans laquelle les prix sont proposés (par on ne sait trop qui) et acceptés sans rechigner par tout le monde.
La deuxième hypothèse relève de la psychologie, puisqu'elle porte sur les *croyances* des agents (…) qui permettent d'utiliser les notations simples $d(p)$, $s(p)$, etc.
Ces deux hypothèses sont souvent résumées en disant que, en concurrence parfaite, *les agents sont « preneurs de prix »* (*price takers*).
(…)
Telles sont les hypothèses, ou « conditions », qui permettent d'obtenir les fonctions d'offre et de demande de la concurrence parfaite. Il reste maintenant à passer à la « solution » proprement dite du modèle : les prix d'équilibre – qui ne peuvent être conçus que dans un cadre centralisé.

<u>« Loi de l'offre et de la demande » et centralisation</u>
Les ménages et les entreprises preneurs des prix *P* formulent leurs offres, $s(P)$, et leurs demandes, $d(P)$, à ces prix. Pour savoir si l'ensemble des offres et des demandes sont (globalement) compatibles, il faut qu'il y ait « quelqu'un », ou « quelque chose » (un ordinateur, par exemple), qui les recueille et les additionne. Dans le cas où la demande totale $D(P)$ est égale à l'offre totale $S(P)$, alors on dit que *P* est le (vecteur) *prix d'équilibre de concurrence parfaite*.
Pour savoir si le vecteur prix *P* (donné) est d'équilibre, il faut donc faire appel à une *nouvelle hypothèse d'ordre institutionnel* : l'existence d'une entité qui confronte globalement l'ensemble des offres et des demandes aux prix *P*. On peut raisonnablement supposer que cette entité « donne » aussi le vecteur prix *P*.
L'écriture $d(p)$, $s(p)$ (ou, dans sa forme plus générale, $D(P)$, $S(P)$) suppose donc l'existence d'*un système très centralisé*. Si on entend par « loi de l'offre et de la demande » la « confrontation » d'offres et de demandes de la forme $s(P)$ et $d(P)$ – des fonctions qui n'ont que les prix pour variables –, alors la mise en œuvre de cette « loi » suppose l'existence d'un « centre » qui :

- propose un prix pour chaque bien (« loi du prix unique ») ;
- regroupe les offres et les demandes individuelles aux prix proposés et les confronte pour savoir si ces prix sont d'équilibre ;
- veille à ce que chacun exécute ce à quoi il s'est engagé lorsque les prix d'équilibre ont été « trouvés »[2].

[1] Ils pourraient alors adopter des « comportements stratégiques » consistant, par exemple, à demander moins que ce qu'ils veulent en réalité pour exercer une pression à la baisse sur le prix « donné ».

[2] Si la confrontation des offres et des demandes aux prix *P* est telle que $D(P) \neq S(P)$ – ce qui est sûrement le cas si *P* est choisi au hasard –, alors le « centre » va devoir effectuer une tâche supplémentaire : faire varier les prix (en appliquant, par exemple, la « loi de l'offre et de la demande ») en vue de trouver leur valeur d'équilibre. Pour garder les notations $D(P)$ et $S(P)$, les échanges entre agents sont interdits pendant ce processus (voir plus loin la critique faite à Walras par Joseph Bertrand).

C'est dans ce cadre – une économie avec un « centre » qui propose des prix à des agents qui les « prennent » – que Arrow et Debreu ont montré que le système d'équations

$$S(P) = D(P)$$

comporte au moins une solution, appelée *équilibre général de concurrence parfaite*. »

Texte 3. F. Hahn, "auctioneer", *The New Palgrave Dictionary of Economics*, 2nd edition, eds. S. Durlauf & L. Blume, Palgrave Macmillan, 2008.
« Le commissaire-priseur fictif est une conséquence d'une lacune théorique et d'une difficulté logique. Si les prix doivent être modifiés par des agents économiques de la théorie, c'est-à-dire soit par des ménages, soit par des firmes, soit par les deux, alors il n'est pas simple de voir comment ces mêmes agents doivent aussi prendre les prix comme des données exogènes comme le requiert le postulat de concurrence parfaite ».

Hypothèses du modèle de concurrence parfaite (attention c'est le modèle « de concurrence parfaite » [perfect competition], et non « de concurrence pure et parfaite »)
Dans le modèle de concurrence parfaite (Arrow & Debreu), l' « atomicité » ne caractérise pas le modèle (nombre d'agents quelconque), ni la « libre entrée » puisque la liste des consommateurs et des producteurs est « donnée » [Texte de Roberts]. (On dira les raisons de cette hypothèse en cours lorsqu'on introduira la production dans le modèle).
On peut au passage leur dire :

- qu'il n'existe pas de "modèle de concurrence pure et parfaite », et que, à part en France, personne n'utilise jamais la locution « concurrence pure et parfaite ».
- qu'on se concentre dans ce cours sur le modèle au cœur de la théorie néoclassique, qui est le modèle Arrow-Debreu, dans le cadre duquel l' « existence » d'un équilibre général a été démontré. Si on modifie les hypothèses, cette existence n'est pas démontrée.

Ces textes sont l'occasion de revenir avec eux sur les hypothèses du modèle de concurrence parfaite (et donc sur la définition théorique de la concurrence parfaite, autrement dit le cadre dans lequel l'existence de l'EG a été démontrée).
Certaines hypothèses du modèle (sur les biens et le consommateur, comme l'unicité du prix d'un bien ou la rationalité du consommateur) sont communes au modèle de concurrence parfaite et à certains modèles de concurrence imparfaite. Elles ne caractérisent donc pas la concurrence parfaite.
Le modèle de concurrence parfaite contient deux types d'hypothèses spécifique, qui peuvent en conséquence, permettre de le caractériser : des hypothèses institutionnelles (concernant l'organisation des échanges) et des hypothèses sur les croyances et les comportements des agents.

- Deux hypothèses sur les croyances des agents : ils croient que ce qu'ils offrent ou demandent n'influence pas les prix, ils se contentent de « prendre des prix donnés », ils sont *price takers* (ce en quoi ils se trompent puisque c'est faux dans le modèle) et croient qu'ils peuvent acheter ou vendre tout ce qu'ils veulent (ce qui est « vrai à l'équilibre » dans le modèle, et les échanges n'ont lieu qu'à l'équilibre).
- Des hypothèses institutionnelles. Ce sont les règles du jeu : pas d'échange hors équilibre, centralisation symbolisée par le commissaire-priseur (Il faut bien que les prix soient donnés par quelqu'un ou « quelque chose » (voir textes de Hahn et de Guerrien) : le commissaire-priseur affiche les prix, dès lors connus de tous, centralise les offres et demandes, les compare, organise les échanges si elles sont égales, sinon en affiche d'autres, etc.

Notons que Bernard Guerrien classe le *price taking* dans les hypothèses institutionnelles. La raison en est que les agents ne peuvent « prendre les prix » si ceux-ci sont donnés par quelqu'un. L'hypothèse de *price taking* est donc d'abord institutionnelle (les prix sont donnés) et, en raison de leur croyance, les agents ne tentent pas d'influer sur eux, ils se contentent de les prendre (l'hypothèse contient donc également une dimension « croyance des agents »).
Enfin, n'oublions pas le but de tout cela : répondre à une question (théorique) particulière (voir dernière phrase de l'extrait du texte de Guerrien).

EXERCICE 3

On considère l'économie (d'échange pur) composée de deux biens, (1) et (2), et des deux consommateurs A et C de l'exercice 1. On rappelle les principaux résultats obtenus précédemment :

Agent A :

- dotations initiales : (4 , 8) et $TMS_A(q_1 , q_2) = \frac{q_2}{3q_1}$;
- fonctions de demande concurrentielles de bien (1) et de bien (2) : $d_{1A}(p_1 , p_2) = 1 + 2\frac{p_2}{p_1}$ et $d_{2A}(p_1 , p_2) = 6 + 3\frac{p_1}{p_2}$.
- fonctions d'offre concurrentielle : $o_{1A}(p_1 , p_2) = 4$ et $o_{2A}(p_1 , p_2) = 8$.

Agent C :

- dotations initiales : (3 , 4) et $TMS_C(q_1 , q_2) = \frac{3q_2}{q_1}$;
- fonctions de demande concurrentielles de bien (1) et de bien (2) : $d_{1C}(p_1 , p_2) = \frac{9}{4} + 3\frac{p_2}{p_1}$ et $d_{2C}(p_1 , p_2) = 1 + \frac{3}{4}\frac{p_1}{p_2}$;
- fonctions d'offre concurrentielle : $o_{1C}(p_1 , p_2) = 3$ et $o_{2C}(p_1 , p_2) = 4$.

1. La situation initiale est-elle un équilibre concurrentiel ?
   A l'équilibre concurrentiel, les deux agents maximisent leur satisfaction : si leurs fonctions d'utilités sont de type Cobb-Douglas (comme c'est ici le cas), leurs TMS sont donc égaux au rapport de prix d'équilibre de concurrence parfaite. Ils sont donc égaux entre eux.
   Or, à leur panier de dotation initiales, on a ici : $TMS_A(4 , 8) = \frac{8}{3(4)} = \frac{2}{3}$ et $TMS_C(3 , 4) = \frac{3(4)}{3} = 4$.
   La situation initiale n'est donc pas un équilibre concurrentiel.

2. Rappelez à quels rapports de prix les échanges sont-ils susceptibles d'avoir lieu ?
   Les taux d'échange $\frac{p_1}{p_2}$ susceptibles d'être acceptés à la fois par A et par C sont tous ceux qui sont strictement compris entre $\frac{2}{3}$ et 4 (dossier 1, exercice 4, question 4).

3. Enoncer la loi de Walras. Est-elle toujours vérifiée ? Pourquoi ?
   Loi de walras : la somme des demandes nettes **en valeur** est nulle :
   $$p_1e_1 + p_2e_2 = 0,$$
   où e_i désigne la demande nette de bien (i), $i = 1, 2$, à savoir la demande excédentaire de bien (i).

   Cette « loi » est **toujours vérifiée**, **y compris**, donc **en dehors de l'équilibre**. C'est en effet une **identité comptable**, qui découle des contraintes budgétaires des agents.

La **contrainte budgétaire de A** (vue dans le dossier 2) est en effet :

$$[1] \quad p_1 q_{1A} + p_2 q_{2A} = 4p_1 + 8p_2,$$

Où q_{1A}, q_{2A}, désignent les demandes de biens (1) et (2) de A, et où 4 désigne l'offre de bien (1) de A, o_{1A}, et où 8 désigne son offre de bien (2), o_{2A}.
La contrainte budgétaire de A peut donc s'écrire :

$$[1'] \quad p_1 d_{1A} + p_2 d_{2A} = p_1 o_{1A} + p_2 o_{1A},$$

ou encore :

$$p_1(d_{1A} - o_{1A}) + p_2 (d_{2A} - o_{1A}) = 0,$$

à savoir :

$$\mathbf{[1''] \; p_1 e_{1A} + p_2 e_{2A} = 0,}$$

où e_{1A} et e_{2A} désignent les demandes nettes de biens (1) et (2) de A.

De la même façon, la **contrainte budgétaire de *C*** :

$$[2] \quad p_1 q_{1C} + p_2 q_{2C} = 3p_1 + 4p_2$$

où q_{1C}, q_{2C} désignent les demandes de biens (1) et (2) de C respectivement, où 3 désigne l'offre de bien (1) de C, o_{1C}, et où 4 désigne son offre de bien (2), o_{2C}, peut s'écrire :

$$\mathbf{[2''] \; p_1 e_{1C} + p_2 e_{2C} = 0,}$$

Or, en additionnant les contraintes budgétaires de A et de C, [1''] et [2''], on obtient :

$$[3] \quad p_1(e_{1A} + e_{1C}) + p_2(e_{2A} + e_{2C}) = 0$$

à savoir :

$$p_1 e_1 + p_2 e_2 = 0,$$

où e_1 et e_2 désignent les demandes nettes de biens (1) et (2) de l'économie.

4. Pour des prix p_1 et p_2 quelconques, montrez que la demande nette globale de bien 1 est :

$$e_1(p_1 , p_2) = 5\frac{p_2}{p_1} - \frac{15}{4}.$$

La demande nette globale de bien (1) est la différence entre la demande globale de bien (1) et l'offre globale de bien (1) :

$e_1(p_1 , p_2) = d_{1A}(p_1 , p_2) + d_{1C}(p_1 , p_2) - [o_{1A}(p_1 , p_2) + o_{1C}(p_1 , p_2)]$

$$= 1 + 2\frac{p_2}{p_1} + \frac{9}{4} + 3\frac{p_2}{p_1} - (4 + 3)$$

$$= 5\frac{p_2}{p_1} + \frac{9}{4} - 6$$

$= 5\frac{p_2}{p_1} - \frac{15}{4}$. Ce qui correspond bien au résultat recherché.

5. Déduire la demande nette de bien (2) du résultat précédent.
On sait (question 3) que :

$$p_1 e_1(p_1 , p_2) + p_2 e_2(p_1 , p_2) = 0.$$

Pour $e_1(p_1 , p_2) = 5\frac{p_2}{p_1} - \frac{15}{4}$, on a donc :

$$p_1\left[5\frac{p_2}{p_1} - \frac{15}{4}\right] + p_2 e_2(p_1 , p_2) = 0$$

Ce qui donne:

$$e_2(p_1 , p_2) = -\frac{p_1}{p_2}\left[5\frac{p_2}{p_1} - \frac{15}{4}\right] = -5 + \frac{15}{4}\frac{p_1}{p_2}.$$

Remarque : on peut vérifier ce résultat en déterminant la demande nette de bien (2) à partir des demandes et offres de bien (2) des agents A et C :

$$e_2(p_1 , p_2) = 6 + 3\frac{p_1}{p_2} + 1 + \frac{3}{4}\frac{p_1}{p_2} - 8 - 4.$$

6. Les prix $p_1 = 2$ et $p_2 = 1$ sont-ils des prix d'équilibre de concurrence parfaite dans cette économie ?

Les prix d'équilibre de concurrence parfaite de cette économie sont ceux qui annulent les demandes nettes de bien (1) et de bien (2).
Comme :

$$e_1(2\ ,\ 1) = 5\frac{1}{2} - \frac{15}{4} = -\frac{5}{4} \neq 0,$$

les prix $p_1 = 2$ et $p_2 = 1$ ne sont pas des prix d'équilibre de concurrence parfaite de cette économie.

7. Les prix $p_1 = 4$ et $p_2 = 2$ sont-ils des prix d'équilibre de concurrence parfaite dans cette économie ? Commentez.
Même chose que dans la question précédente car le prix relatif est le même. Or les demandes nettes sont fonction des seuls prix relatifs (elles sont homogènes de degré 0).

8. On suppose que le bien (2) est numéraire. Qu'est-ce que cela signifie ? Si le bien (1) était le numéraire, quels changements cela impliquerait-il ?
Le bien (2) est le numéraire ; cela signifie que les prix sont donnés en bien (2). On pose donc $p_2 = 1$. Le prix p_1 indique alors le prix du bien (1) en bien (2).
Si le bien (1) était le numéraire, ce serait le contraire. On poserait $p_1 = 1$ et p_2 indiquerait le prix du bien (2) en bien (1).

9. Calculez le prix qui équilibre le marché du bien (1). Qu'en est-il du marché du bien (2) ?
Le bien (2) est le numéraire. On pose donc $p_2 = 1$ (et le prix p_1 indiquera alors le prix du bien (1) en bien (2)).
Le prix qui équilibre le marché du bien (1) est celui qui annule la demande nette de bien (1), à savoir qui vérifie l'équation :

$$e_1(p_1\ ,\ 1) = 0\ ;$$

ce qui donne:

$$5\frac{1}{p_1} - \frac{15}{4} = 0\ ;$$

et donc:

$$p_1 = \frac{4}{3}.$$

Comme (voir fin de la réponse à la question 3) le rapport de prix qui annule la demande nette de bien (1) est celui qui annule la demande nette de bien (2), $p_1 = \frac{4}{3}$ est le prix (du bien (1) en bien (2)) d'équilibre général de concurrence parfaite de cette économie.

10. L'équilibre dépend-il du niveau absolu des prix ? Pourquoi ? Sinon, de quoi dépend-il ?
Non, encore une fois, il dépend des prix relatifs.

11. Montrez qu'à l'équilibre, l'agent A obtient le panier $Q^* = \left(\frac{5}{2}, 10\right)$. Quel panier l'agent C obtient-il ? Quelle est l'allocation d'équilibre général ?
Pour $p_1 = \frac{4}{3}$ et $p_2 = 1$, A obtient le panier Q^* :

$$Q^* = \left(d_{1A}\left(\frac{4}{3}\ ,\ 1\right), d_{2A}\left(\frac{4}{3}\ ,\ 1\right)\right) = \left(1 + 2\frac{3}{4}\ ,\ 6 + 3\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{5}{2}\ ,\ 10\right).$$

L'agent C obtient alors ce qu'il reste de l'ensemble des ressources de l'économie, à savoir :

$$Q = (7\ ,\ 12) - \left(\frac{5}{2}\ ,\ 10\right) = \left(7 - \frac{5}{2}\ ,\ 12 - 10\right) = \left(\frac{9}{2}\ ,\ 2\right).$$

L'allocation d'équilibre est donc :

$$E^* = \left\{\left(\frac{5}{2}\ ,\ 10\right), \left(\frac{9}{2}\ ,\ 2\right)\right\}.$$

12. Comparer cette allocation avec l'allocation initiale des ressources. Que s'est-il passé entre les deux ? Quelles sont ici les demandes nettes de bien (1) et de bien (2) de A et de C ?

Allocation initiale des ressources : $E_0 = \{(4\ ;\ 8), (3\ ;\ 4)\}$.

Allocation d'équilibre général : $E_{eq} = \left\{\left(\frac{5}{2}, 10\right), \left(\frac{9}{2}, 2\right)\right\}$.

On remarque que :

- $\left(\frac{5}{2}, 10\right) - (4, 8) = (-1{,}5 ; 2)$
  panier que A demande – panier offert par A = vecteurs des demandes nettes de A
- et $\left(\frac{9}{2}, 2\right) - (3 ; 4) = (1{,}5 ; -2)$
  panier que C demande – panier offert par C = vecteurs des demandes nettes de C.

Entre E_0 et E^*, A a cédé **1,5** biens (1) à C en échange de **2** biens (2) supplémentaires : sa demande nette de bien (2) = 10 – 8 = **2** et sa demande nette de bien (1) est 2,5 – 4 = **– 1,5**.

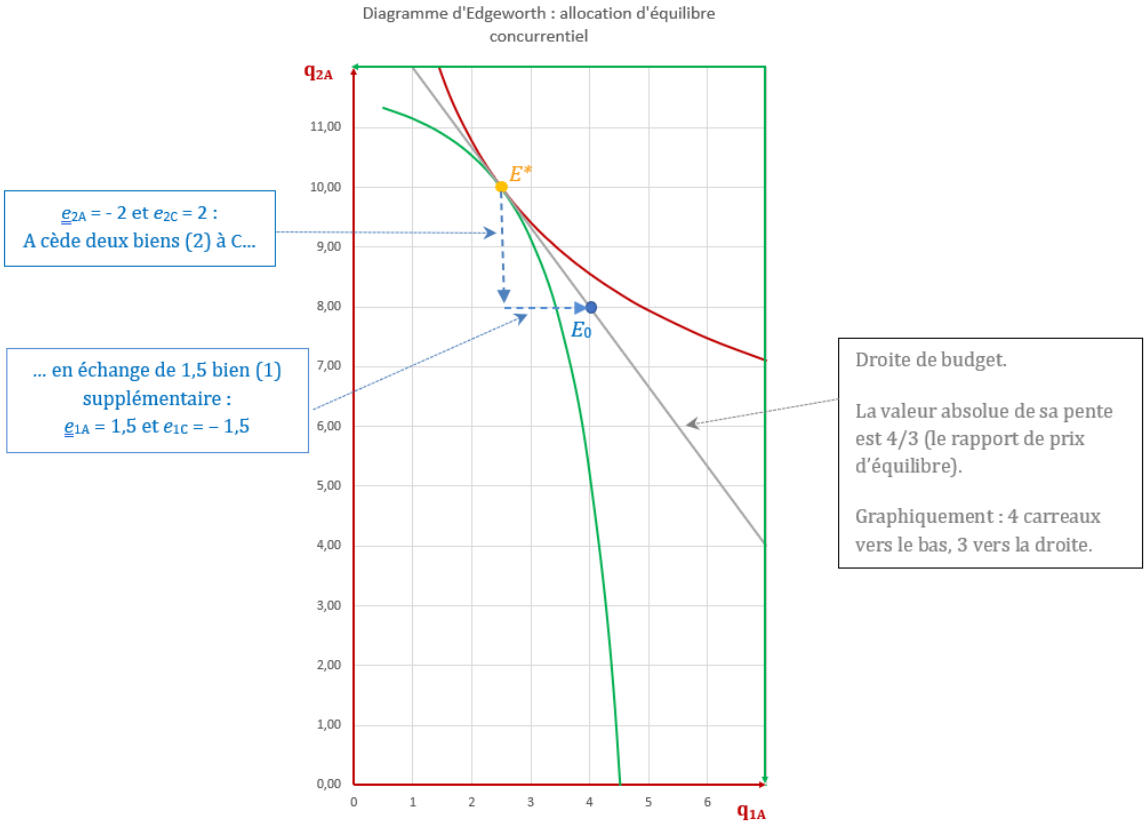
En miroir, C a cédé 2 biens (2) à A en échange de 1,5 bien (1) supplémentaire : sa demande nette de bien (1) = 4,5 – 3 = **1,5** et sa demande nette de bien (2) = 2 – 4 = **– 2**.

Remarque : 2/1,5 = 4/3 (rapport de prix d'équilibre)

13. Représentez cette situation dans un diagramme d'Edgeworth, en faisant apparaître :
    a. L'allocation initiale et l'allocation d'équilibre général ;

Dans la boîte d'Edgeworth (voir graphique ci-dessous),

- L'allocation initiale E_0 = {4 ; 8} , (3 ; 4)} (point bleu sur le graphique) se lit comme le point (4 , 8) quand on regarde la boîte à l'endroit (ce sont les dotations initiales – ou offres – de A) et comme le point (3 , 4) quand on regarde la boîte à l'envers (ce sont les dotations initiales – ou offres – de B).
- L'allocation d'équilibre générale $E^* = \left\{\left(\frac{5}{2}, 10\right), \left(\frac{9}{2}, 2\right)\right\}$ (point jaune dans le graphique) se lit comme le point $\left(\frac{5}{2}, 10\right)$ quand on regarde le diagramme à l'endroit (c'est ce que possède A – ses demandes – à l'équilibre général), et comme le point $\left(\frac{9}{2}, 2\right)$ quand on regarde le diagramme à l'envers (c'est ce que possède C – ses demandes – à l'équilibre général).



b. Les courbes d'indifférence des agents passant par l'allocation d'équilibre général, ainsi que la droite de budget des agents aux prix d'équilibre ;

- **La courbe d'indifférence de A** passant par l'allocation d'équilibre (courbe rouge) a pour équation :

$$u_A(q_{1A}, q_{2A}) = u_A\left(\frac{5}{2}, 10\right)$$

autrement dit :

$$q_{1A}^{1/3} q_{2A} = \left(\frac{5}{2}\right)^{1/3} \times 10$$

ce qui donne (en exprimant q_2 en fonction de q_1) :

$$q_{2A} = \frac{2{,}5^{1/3} \times 10}{q_{1A}^{1/3}}.$$

- La courbe d'indifférence de C passant par l'allocation d'équilibre (courbe verte) a pour équation :

$$u_C(q_{1C}, q_{2C}) = u_C\left(\frac{9}{2}, 2\right)$$

autrement dit :

$$q_{1C} q_{2C}^{1/3} = \frac{9}{2} \times 2^{1/3}$$

ce qui donne (en exprimant q_{2C} en fonction de q_{1C}) :

$$q_{2C}^{1/3} = \frac{\frac{9}{2} \times 2^{1/3}}{q_{1C}}.$$

et donc:

$$q_{2C} = \frac{729}{4 \times q_{1C}^3}.$$

Dans le diagramme d'Edgeworth, on peut tracer cette courbe en retournant le graphique.

Si on ne le retourne pas, autrement dit si on trace cette courbe dans l'axe de A, alors, il faut remplacer, dans cette équation, q_{1C} par $7 - q_{1A}$ et q_{2C} par $12 - q_{2C}$, et ainsi tracer la courbe d'équation :

$$q_{2A} = 12 - \frac{182{,}25}{(7-q_{1A})^3}.$$

- **Les droites de budget** (en gris sur le graphique) se superposent et passent par les points E_0 et E^*. La valeur absolue de leur pente est le rapport des prix d'équilibre.
  - *La droite de budget de A* à l'équilibre a pour équation :

$$\frac{4}{3}q_{1A} + q_{2A} = \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} + 10$$

à savoir :

$$q_{2A} = \frac{40}{3} - \frac{4}{3}q_{1A}$$

  - *La droite de budget de C* à l'équilibre a pour équation :

$$\frac{4}{3}q_{1C} + q_{2C} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{2} + 2$$

à savoir :

$$q_{2A} = 8 - \frac{4}{3}q_{1A}$$

C'est son équation dans l'axe de C (boîte à l'envers). Dans l'axe de A, elle a exactement la même équation que celle de A : les deux agents ayant le même TMS à l'équilibre, les deux droites ont la même pente ; or elles passent toutes deux par l'allocation d'équilibre général ; elles sont donc confondues.

c. Les demandes nettes de bien (1) et de bien (2) de A et de B.

Indiquées sur le graphique par les flèches en pointillés bleus : elles indiquent les quantités effectivement échangées pour permettre le passage de E_0 à E^*.

d. Qu'est-ce qui, dans ce graphique, représente le rapport des prix d'équilibre général de concurrence parfaite.

C'est la valeur absolue de la pente de la droite de budget.

14. Si A et C avaient eu les mêmes préférences et les mêmes dotations initiales (celles de l'agent A), quel aurait été l'équilibre de concurrence parfaite ?
Le statu quo. Ayant exactement les mêmes dispositions à l'échange, ils n'auraient pu améliorer leur situation par l'échange.
S'ils avaient eu les mêmes préférences et les mêmes dotations initiales que l'agent A, **le rapport de prix d'équilibre général aurait ainsi été 2/3**. C'est, en effet, à ce rapport des prix que les dotations initiales de A sont le panier qui maximise sa satisfaction, autrement dit que ses offres de biens (1) et (2) sont égales à ses demandes de biens (1) et (2) (on rappelle qu'il n'y a pas d'échange et que, en conséquence, que si chaque agent demande ce qu'il offre). Comme A offre son panier de dotations initiales, on n'est donc à l'équilibre que s'il le demande. Or il ne le demande que si son TMS à ce panier est égal au rapport des prix affiché par le commissaire-priseur. Or son TMS à ce panier est 2/3.

EXERCICE 4 [FACULTATIF]

1. Déterminez la demande nette globale de bien 1 de l'économie composée des agents A et B des dossiers précédents.
   Rappel
   - Fonctions de demande concurrentielles de bien (1) et de bien (2) de A :
     $$d_{1A}(p_1, p_2) = 1 + 2\frac{p_2}{p_1} \text{ et } d_{2A}(p_1, p_2) = 6 + 3\frac{p_1}{p_2}.$$
   - Fonctions d'offre concurrentielle de A : $o_{1A}(p_1, p_2) = 4$ et $o_{2A}(p_1, p_2) = 8$.
   - Les fonctions de demande concurrentielle de bien (1) et de bien (2) de B :
     $$d_{1B}(p_1, p_2) = \frac{1}{4} + \frac{3}{2}\frac{p_2}{p_1} \text{ et } d_{2B}(p_1, p_2) = \frac{3}{4}\frac{p_1}{p_2} + \frac{9}{2}.$$
   - Fonctions d'offre concurrentielle de B : $o_{1B}(p_1, p_2) = 1$ et $o_{2B}(p_1, p_2) = 6$.

   La demande nette globale de bien (1) est la différence entre la demande globale de bien (1) et l'offre globale de bien (1), à savoir ici :
   $$e_1(p_1, p_2) = d_{1A}(p_1, p_2) + d_{1B}(p_1, p_2) - [o_{1A}(p_1, p_2) + o_{1B}(p_1, p_2)]$$
   $$= 1 + 2\frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2}\frac{p_2}{p_1} - (4 + 1)$$
   $$= \frac{7}{2}\frac{p_2}{p_1} - \frac{15}{4}$$

2. Déduisez-en le prix d'équilibre de concurrence parfaite de cette économie.
   Les prix d'équilibre de concurrence parfaite de cette économie sont ceux qui annulent les demandes nettes de bien (1) et de bien (2).
   Or $e_1(p_1, p_2) = 0 \Rightarrow \frac{7}{2}\frac{p_2}{p_1} - \frac{15}{4} = 0 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{14}{15}$.
   Le rapport de prix d'équilibre de concurrence parfait de cette économie est donc: $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^* = \frac{14}{15}$.

   L'allocation d'équilibre général est alors : $\left\{\left(\frac{22}{7}, \frac{44}{5}\right), \left(\frac{13}{7}, \frac{26}{5}\right)\right\}$. Vérifiez-le.
   Pour passer de l'allocation initiale à l'allocation d'équilibre général, B a donc cédé 4/5e de bien (2) à A en échange de 6/7e de bien (1). Ce qui fait bien un taux d'échange de 14/15.
   On peut aussi vérifier que, à cette allocation, les TMS des deux agents sont égaux à 14/15. Faites-le.

EXERCICE 5

Commentez le passage ci-dessous en soulignant ses similitudes et ses différences avec la coordination des agents du modèle de concurrence parfaite.

> Milton et Rose Friedman, 1980, *Free to choose*,
>
> « Les prix qui émergent des transactions volontaires entre acheteurs et vendeurs – en bref, sur le marché libre – sont capables de coordonner l'activité de millions de personnes, dont chacune ne connaît que son propre intérêt, de telle sorte que la situation de tous s'en trouve améliorée (…). Le système des prix remplit cette tâche en l'absence de toute direction centrale, et sans qu'il soit nécessaire que les gens se parlent ni qu'ils s'aiment. »

Principaux éléments de comparaison :

- Points communs avec le modèle de concurrence parfaite : les agents ne communiquent pas entre eux (jeu non-coopératif), transactions volontaires entre acheteurs et vendeurs, agents rationnels (mus par leur intérêt propre ou par leur propre satisfaction et, dans ce modèle, complètement indifférent au sort des autres), coordination via un système de prix et où

chacun améliore sa situation (ça va avec les échanges volontaires). Autre similitude, l'utilisation du mot « marché ».

- Différences : dans le modèle de concurrence parfaite, les prix n' « émergent » pas ; ils ne « remplissent » pas non plus de « tâche » et encore moins « en l'absence de toute direction centrale ». Au contraire : les prix (ceux qui sont censés émerger), à savoir les prix d'équilibre résultent (du moins lorsque l'équilibre est stable) d'un processus, appelé le tâtonnement, qui n'est pas spontané, mais très centralisé. Tâtonnement : prix affichés centralement par un commissaire-priseur ou secrétaire de marché, qui enregistre, toujours très centralement évidemment, les quantités offertes et demandées, les compare avant d'en proposer d'autres, *etc*.

  Autre différence, dans le modèle de concurrence parfaite, on ne peut pas dire que le marché soit « libre ». Les agents s'y plient, en effet, à un ensemble de règles strictes ; ils n'ont, par exemple, pas le droit d'effectuer des transactions bilatérales, *a fortiori* hors équilibre.

Commenter plus largement en rappelant l'existence de plusieurs justifications différentes de l'équilibre.

Exercice 6

André Orléan, 2011, *L'empire de la valeur*.

« Ce qu'ont démontré les théoriciens néoclassiques des années 1950 est qu'il existe toujours au moins un équilibre général, à savoir une configuration dans laquelle les *n* marchés de biens sont simultanément en équilibre, dès lors que les hypothèses de convexité des choix sont satisfaites. Ce faisant, ils ont résolu ce qu'on nomme la « question de l'existence » de l'équilibre général. Quand celui-ci prévaut, chaque individu peut acquérir le panier qu'il désire, celui qui maximise ses préférences, aux prix considérés. Autrement dit, à l'équilibre général, tous les consommateurs sont parfaitement satisfaits. En conséquence, aucune force ne pousse à sa transformation ou à son évolution. Cet état économique va perdurer, raison pour laquelle le terme d'équilibre est pertinent. Cependant, être capable de dire que telle configuration de prix est un équilibre ne nous dit absolument rien quant à la manière de l'obtenir. Il ne faut pas confondre la « question de l'existence » de l'équilibre général et la question des processus qui permettent de l'obtenir, qu'on nomme traditionnellement la « question de la stabilité » de l'équilibre général. Ce sont deux questions tout à fait distinctes. Si on a pu démontrer qu'il existe un vecteur de prix rendant les désirs de chacun compatibles, le processus économique permettant de le faire connaître n'a nullement été spécifié. ».

A l'aide du texte d'André Orléan, expliquez la différence existant entre la question « de l'existence » et celle « de la stabilité » d'un équilibre général.

André Orléan commence par expliquer ce que l'on « nomme la « question de l'existence » de l'équilibre général. « Equilibre général » désigne l'équilibre sur l'ensemble des marchés, autrement dit l'égalité entre les quantités offertes et demandées pour chacun des *n* biens que comporte une économie. Il explique cela en rappelant que, dans les années 50, des économistes [comme Arrow et Debreu] ont démontré que, lorsque certaines conditions sont réunies [ce sont les hypothèses du modèle de concurrence parfaite, dont il évoque la principale : « l'hypothèse de convexité »], alors on peut démontrer l'existence d'un équilibre général, autrement dit d'un vecteur de prix qui égalise les quantités offertes et demandées de chaque bien. Bref, on sait depuis les années 50, que, si certaines conditions sont réunies, alors il existe au moins un [vecteur de prix d'] équilibre général.

La « question de l'existence d'un équilibre général » a donc reçu une réponse positive (même si conditionnelle) dans les années 50. C'est ce qu'André Orléan dit clairement ici.

> « Ce qu'ont démontré les théoriciens néoclassiques des années 1950 est qu'il existe toujours au moins un équilibre général, à savoir une configuration dans laquelle les *n* marchés de biens sont simultanément en équilibre, dès lors que les hypothèses de convexité des choix sont satisfaites. Ce faisant, ils ont résolu ce qu'on nomme la « question de l'existence » de l'équilibre général. Quand celui-ci prévaut, chaque individu peut acquérir le panier qu'il désire, celui qui maximise ses préférences, aux prix considérés. »

Il remarque alors, et c'est ce qui caractérise un équilibre, que, dès lors que l'on est à l'équilibre, on y reste. Plus rien ne bouge. En effet, à l'équilibre, chacun maximise sa satisfaction, de sorte que personne ne désire changer quoi que ce soit. C'est ce qu'André Orléan écrit ici :

> « Quand celui-ci prévaut, chaque individu peut acquérir le panier qu'il désire, celui qui maximise ses préférences, aux prix considérés. Autrement dit, à l'équilibre général, tous les consommateurs sont parfaitement satisfaits. En conséquence, aucune force ne pousse à sa transformation ou à son évolution. Cet état économique va perdurer, raison pour laquelle le terme d'équilibre est pertinent. »

Bref, un équilibre général existe et, quand on y est, on y reste. Cela ne signifie cependant pas que l'équilibre est stable. En effet, dire qu'un équilibre est **stable** signifie tout autre chose : cela signifie que le commissaire-priseur qui affiche les prix va finir par trouver le vecteur de prix d'équilibre. Que les prix qu'il affiche vont **converger** vers les prix d'équilibre. Or démontrer qu'un équilibre existe ne signifie pas que l'on soit capable de le trouver. Démontrer que le commissaire-priseur le trouvera serait répondre positivement à la question dite « de la stabilité » de l'équilibre général. C'est ce qu'André Orléan dit ici :

> « Cependant, être capable de dire que telle configuration de prix est un équilibre ne nous dit absolument rien quant à la manière de l'obtenir. Il ne faut pas confondre la « question de l'existence » de l'équilibre général et la question des processus qui permettent de l'obtenir, qu'on nomme traditionnellement la « question de la stabilité » de l'équilibre général. Ce sont deux questions tout à fait distinctes. »

Par exemple, si vous perdez votre écharpe. Vous l'aviez le matin en arrivant à Tolbiac (les caméras des amphis le prouvent), mais, au moment de partir, vous ne l'avez plus. On va supposer que personne ne vous l'a volée. Bref, vous savez que vous l'avez perdue à Tolbiac. Votre écharpe est dans l'enceinte de Tolbiac. [tout comme il existe un équilibre général]. Savoir cela ne fera pas que vous allez la retrouver. Etre certain.e que votre écharpe est à Tolbiac n'implique pas que vous allez la retrouver. Ce sont deux choses différentes.

Or, si les économistes ont démontré l'existence d'un équilibre général, la stabilité de cet équilibre général, elle, n'a pas été démontré. Dans le modèle, il se pourrait très bien que cet équilibre ne soit jamais trouvé. C'est ce que dit André Orléan ici :

> « Si on a pu démontrer qu'il existe un vecteur de prix rendant les désirs de chacun compatibles, le processus économique permettant de le faire connaître n'a nullement été spécifié. »