L3 / Analyse des données démographiques

LA MESURE DES MOUVEMENTS DÉMOGRAPHIQUES
Mesures courantes

Présentation générale

Pour mesurer l'évolution de la taille d'une population, on peut s'inscrire, notamment, soit dans le cadre d'une suite arithmétique, soit dans le cadre d'une suite géométrique.

Sur le fond, ces deux options renvoient à des réalités très différentes, même si en pratique elles conduisent en démographie souvent (mais pas toujours) à des mesures très proches.

Suite arithmétique = variation linéaire

Une suite arithmétique est une suite de termes dans laquelle chaque terme se déduit du précédent en lui ajoutant un facteur constant, la raison.

En démographie, cela signifie que chaque année la population (P) gagne (ou perd) un nombre constant d'individus (Δ).

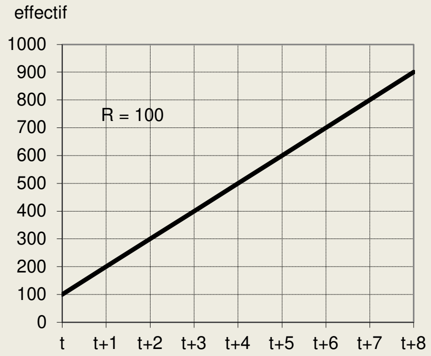
$$P_{t+1} = P_t + \Delta$$

$$P_{t+2} = P_{t+1} + \Delta = (P_t + \Delta) + \Delta = P_t + 2 * \Delta$$

$$P_{t+N} = P_{t+N-1} + \Delta = \ldots = P_t + N * \Delta$$

Variation linéaire : exemple

Temps	effectif	Δ
t	100	100
t+1	200	100
t+2	300	100
t+3	400	100
t+4	500	100
t+5	600	100
t+6	700	100
t+7	800	100
t+8	900	



Dans le cas présent, la population augmente de 100 personnes chaque année. La croissance est linéaire et sa représentation graphique est une droite.

Mesures associées à une variation linéaire

$$P_{t+N} = P_t + N\,\overline{\Delta}$$

(1) La population en t+N correspond à la population en t à laquelle on ajoute N fois la variation annuelle moyenne.

$$\overline{\Delta} = \frac{P_{t+N} - P_t}{N}$$

(2) La variation annuelle moyenne est le rapport entre le solde de la population observée sur la période et l'amplitude de cette dernière.

$$\overline{r} = \frac{\dfrac{P_{t+N} - P_t}{N}}{\dfrac{P_{t+N} + P_t}{2}}$$

(3) On peut définir un taux de solde de population. Ce taux a une dimension annuelle, à savoir qu'il estime la variation relative annuelle moyenne sur une période donnée dans le cadre d'une évolution de type linéaire.
Ce taux correspond au rapport entre la variation annuelle moyenne et la population moyenne. Cette dernière est obtenue en calculant la moyenne arithmétique des populations recensées à chaque borne de l'intervalle de temps considéré.

IDUP / L3 / Analyse des données démographiques / JFL 5

Avec une variation de type linéaire, la variation absolue est constante.

En revanche, le taux d'accroissement lui est variable.

Si la population augmente, chaque année, la population moyenne va croître. Or, comme la variation annuelle est constante, le rapport entre cette dernière et la population moyenne ne cesse de diminuer.

En conséquence, quand la croissance est linéaire, la variation relative est de plus en plus petite.

Temps de doublement d'une population dans le cadre d'une variation linéaire

(1) On veut N tel que $P_{t+N} = 2*P_t$

$$P_{t+N} = P_t + N\overline{\Delta}$$
$$P_{t+N} = 2*P_t$$
$$2*P_t = P_t + N\overline{\Delta}$$
$$P_t = N\overline{\Delta}$$
$$N = \frac{P_t}{\overline{\Delta}}$$

(2) On veut N' tel que $P_{(t+N)+N'} = 2*P_{t+N}$

$$P_{(t+N)+N'} = P_{t+N} + N'\overline{\Delta}$$
$$P_{(t+N)+N'} = 2*P_{t+N}$$
$$2*P_{t+N} = P_{t+N} + N'\overline{\Delta}$$
$$P_{t+N} = N'\overline{\Delta}$$
$$N' = \frac{P_{t+N}}{\overline{\Delta}} = \frac{2*P_t}{\overline{\Delta}} = 2*N$$

IDUP / L3 / Analyse des données démographiques / JFL 6

Le temps de doublement d'une population est le rapport entre la taille de la population initiale et la variation annuelle moyenne.

Ce temps de doublement croît de manière exponentielle.

En effet, plus le temps passe, plus la population augmente. Dès lors, la variation absolue totale nécessaire au doublement de la population augmente également dans la même proportion. Comme l'accroissement annuel moyen est constant, il faut donc à chaque fois deux fois plus de temps pour que la population soit multipliée par deux.

Dans le cadre d'une variation linéaire, le temps de doublement de la population augmente donc de manière exponentielle.

Suite géométrique = variation exponentielle

Une suite géométrique est une suite de termes dans laquelle chaque terme se déduit du précédent en le multipliant par un facteur constant, la raison.

En démographie, cela signifie que chaque année la population (P) progresse à un rythme constant (r).

$$P_{t+1} = P_t * (1+r)$$

$$P_{t+2} = P_{t+1} * (1+r) = \left[P_t * (1+r)\right] * (1+r) = P_t * (1+r)^2$$

$$P_{t+N} = P_{t+N-1} * (1+r) = \ldots = P_t * (1+r)^N$$

IDUP / L3 / Analyse des données démographiques / JFL 7

En démographie, on scinde la raison en deux termes :

- un facteur constant égal à 1 ;

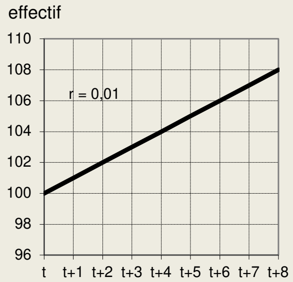
- un facteur variable, r, qui correspond au taux relatif annuel d'accroissement de la population. Ce facteur peut être positif (la population augmente), négatif (la population décroît) ou encore nul (dans ce cas l'effectif de la population est constant d'une année à l'autre).

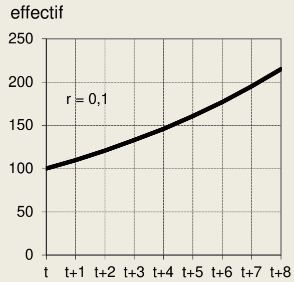
Variation exponentielle : exemples

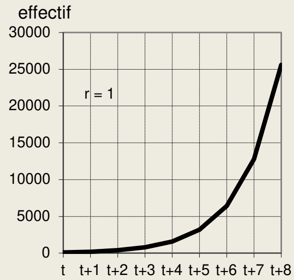
Temps	effectif	r
t	100	0,01
t+1	101	0,01
t+2	102	0,01
t+3	103	0,01
t+4	104	0,01
t+5	105	0,01
t+6	106	0,01
t+7	107	0,01
t+8	108	0,01

Temps	effectif	r
t	100	0,1
t+1	110	0,1
t+2	121	0,1
t+3	133	0,1
t+4	146	0,1
t+5	161	0,1
t+6	177	0,1
t+7	195	0,1
t+8	215	0,1

Temps	effectif	r
t	100	1
t+1	200	1
t+2	400	1
t+3	800	1
t+4	1600	1
t+5	3200	1
t+6	6400	1
t+7	12800	1
t+8	25600	1







Lorsque le taux d'accroissement est faible (0,01, soit 1 %) et la période d'évolution d'amplitude modérée (ici 8 ans), la variation de la population paraît linéaire.

Quand le taux devient plus important, la courbe marque une inflexion de plus en plus nette et caractéristique des variations de type exponentiel.

Notons toutefois qu'en démographie, les taux d'accroissement les plus importants actuellement observés à l'échelle d'un pays sont de l'ordre de 3 %. On est donc bien loin d'une variation de 10 % (r=0,1) pour laquelle on commence à percevoir sur une période de 10 ans une croissance qui semble s'accélérer.

Graphiquement, on voit, quand les taux d'accroissement deviennent importants, que l'accroissement absolu augmente avec le temps; c'est pour cela que l'on parle de croissance exponentielle : si la variation relative est constante, elle s'applique à un nombre toujours croissant de personnes (cas où r > 0). Dès lors, la variation absolue augmente, d'une période à l'autre, toujours plus.

Mesure associée à une variation exponentielle

$$P_{t+N} = P_t * (1+\bar{r})^N$$

$$\frac{P_{t+N}}{P_t} = (1+\bar{r})^N$$

$$\sqrt[N]{\frac{P_{t+N}}{P_t}} = 1+\bar{r}$$

$$\boxed{\bar{r} = \sqrt[N]{\frac{P_{t+N}}{P_t}} - 1}$$

La mesure associée à la variation exponentielle de la population est le taux d'accroissement relatif annuel moyen.

IDUP / L3 / Analyse des données démographiques / JFL

9

Comme la variation relative est constante et la population variable, l'accroissement absolue est variable. Dans le cas d'une variation relative positive, la variation absolue augmente de manière exponentielle.

Temps de doublement d'une population dans le cadre d'une variation exponentielle

(1) On veut N tel que $P_{t+N} = 2*P_t$

$$P_{t+N} = P_t * (1+\bar{r})^N$$
$$P_{t+N} = 2 * P_t$$
$$2 * P_t = P_t * (1+\bar{r})^N$$
$$\frac{2 * P_t}{P_t} = (1+\bar{r})^N$$
$$2 = (1+\bar{r})^N$$
$$\ln(2) = \ln\left[(1+\bar{r})^N\right]$$
$$\ln(2) = N * \ln(1+\bar{r})$$
$$\boxed{N = \frac{\ln(2)}{\ln(1+\bar{r})}}$$

(2) On veut N' tel que $P_{(t+N)+N'} = 2*P_{t+N}$

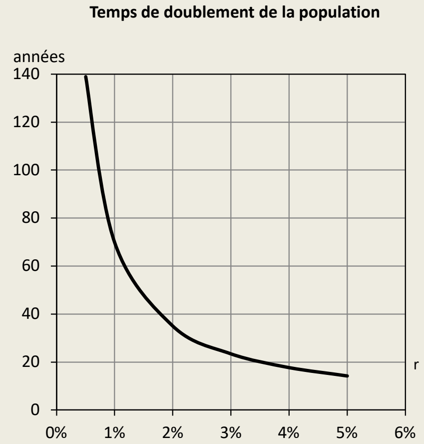
$$P_{(t+N)+N'} = P_{t+N} * (1+\bar{r})^{N'}$$
$$P_{(t+N)+N'} = 2 * P_{t+N}$$
$$2 * P_{t+N} = P_{t+N} * (1+\bar{r})^{N'}$$
$$\frac{2 * P_{t+N}}{P_{t+N}} = (1+\bar{r})^{N'}$$
$$2 = (1+\bar{r})^{N'}$$
$$\ln(2) = \ln\left[(1+\bar{r})^{N'}\right]$$
$$\ln(2) = N' * \ln(1+\bar{r})$$
$$N' = \frac{\ln(2)}{\ln(1+\bar{r})} = N$$

IDUP / L3 / Analyse des données démographiques / JFL 10

Le doublement de la population suppose une variation absolue toujours plus importante. Mais comme dans le cadre d'une variation de type exponentiel cette variation absolue croît de manière exponentielle, le temps de doublement reste constant.

Temps de doublement d'une population (variation exponentielle)

Taux d'accroissement relatif annuel	Temps de doublement de la population (en années)
0,05	14
0,04	18
0,03	23
0,02	35
0,01	70
0,005	139
-0,01	-69
-0,02	-34
-0,03	-23
-0,04	-17
-0,05	-14



IDUP / L3 / Analyse des données démographiques / JFL 11

Le taux d'accroissement n'est pas un indicateur auquel il est aisé de donner un sens concret, accessible au plus grand nombre.

On peut l'exprimer en lui associant le temps de doublement de la population correspondant.

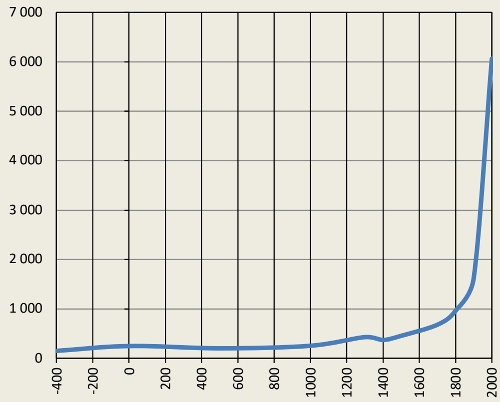
Ainsi, un taux de variation relative annuelle de 5 % entraîne un doublement de population tous les 14 ans. Actuellement, les valeurs les plus importantes rencontrées dans le monde sont de l'ordre de 3 % (cas du Niger, du mali, du Congo, etc.), soit un doublement de la population en moins de 25 ans.

Le taux d'accroissement de la France est actuellement d'environ 0,5 %. Il faudrait donc plus de 100 ans pour que la population française double. On se rend compte que la variation de cette dernière est donc très modérée.

Quand le taux est négatif, le temps de doublement correspond au temps nécessaire à la division de la population par deux.

Evolution de la population mondiale

Année	population (en millions)	var. absolue annuelle moyenne	Taux de var. absolue annuelle moy.	Accroissement annuel relatif moyen	Temps de doublement de la population
-400	152	200 000	0,10%	0,12%	557
0	250	-100 000	-0,04%	-0,04%	-1 746
500	205	100 000	0,04%	0,05%	1 533
1000	257	600 000	0,17%	0,17%	406
1300	429	-600 000	-0,15%	-0,14%	-505
1400	374	800 000	0,19%	0,20%	342
1500	458	1 100 000	0,19%	0,20%	348
1700	682	2 900 000	0,35%	0,35%	198
1800	968	6 500 000	0,50%	0,51%	136
1900	1 613	44 500 000	1,16%	1,33%	52
2000	6 062				

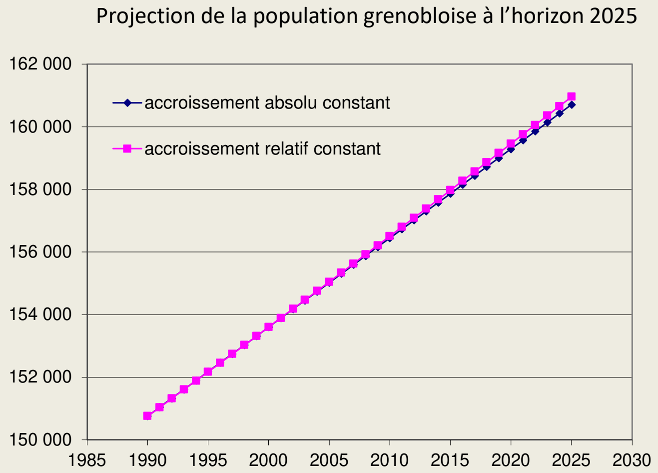


IDUP / L3 / Analyse des données démographiques / JFL

12

L'analyse des temps de doublement de la population mondiale exprime de manière très concrète l'accélération de la croissance de la population au cours du XXe siècle. Entre 1900 et 2000, le rythme de croissance de la population était tel que la population doublait sa taille en moyenne tous les 50 ans. Cela signifie qu'en 100 ans, la population a quadruplé !

Variation linéaire / variation exponentielle : que choisir ?



Pop 1999	153 317
Pop 1990	150 758
Accroissement annuel moyen	284,3
Population moyenne	152 038
Taux de solde de population annuel moyen	0,1870
Taux de variation relative annuelle moyenne	0,1872

IDUP / L3 / Analyse des données démographiques / JFL

13

La population grenobloise a connu une augmentation d'environ 2 500 personnes entre 1990 et 1999, soit une variation annuelle moyenne absolue de 284 personnes environ.

Cette variation annuelle moyenne correspond à un taux de solde de population annuel moyen de 0,1870.

Si l'on appréhende la population dans le cadre d'une variation de type exponentiel, le taux d'accroissement relatif annuel moyen est de 0,1872, soit quasiment le même résultat que celui calculé ci-dessus.

Quand les variations relatives sont inférieures à 1 %, sur des périodes de faible amplitude, l'adoption d'un schéma additif (variation linéaire) ou multiplicatif (variation exponentielle) a peu d'effet sur le calcul des indicateurs. En France, l'INSEE calcule ses indicateurs en adoptant un schéma de variation linéaire. Cela permet en outre d'articuler les analyses en variation absolue et relative, ce qui apporte des informations complémentaires comme le montre le document relatif à la comparaison des variations de populations au cours des années 82/99 et 99/2006 (cf. INSEE Première n°1218, janvier 2009).

Si l'on prolonge la période d'observation (par exemple dans le cadre d'une projection de population), l'adoption d'une hypothèse plutôt qu'une autre a peu d'effet sur les résultats auxquelles ces deux simulations parviennent. Ce n'est pas le cas lorsque les variations relatives sont plus importantes, comme le montre l'exercice sur les variations de population d'Israël et des territoires palestiniens.