IDUP / janvier 21

Master 1 : Analyse statistique (JF Léger)

5. Mesures de la concentration d'une distribution statistique

Exercice 4.

Mesure de la concentration des salaires dans l'industrie, les commerces et les services

CORRIGÉ

A partir des données du tableau 1 :

Mesurez la concentration des salaires de l'ensemble des salariés (hommes et femmes réunis) de l'industrie, des commerces et des services à partir du calcul de la médiale et de l'indice de Gini. Commentez brièvement ces résultats en les rapprochant des valeurs des quantiles.

On prendra comme salaire minimum 17 000 €.

On considèrera que le salaire moyen des 10 % les mieux payés (hommes et femmes réunis) est de 77 094 €.

Tableau 1 : Distribution des salaires annualisés des postes à temps complet

en euros courants

	Ensemble	**Hommes**	**Femmes**
Moyenne	**33 129**	**35 086**	**29 634**
Premier décile	18 071	18 713	17 219
Premier quartile	21 376	22 220	20 171
Médiane	**26 852**	**27 942**	**24 932**
Troisième quartile	36 671	38 544	33 606
Neuvième décile	53 174	57 140	46 386

Champ :
- salariés du secteur privé et semi-public.
- salariés **à temps complet**, hors apprentis, stagiaires, chefs d'entreprise (est considéré à temps complet, un salarié travaillant, sur sa période d'activité, au delà d'un nombre d'heures par jour propre à chaque secteur d'activité. Ce temps quotidien s'élève en moyenne autour de 6 heures).
- France y compris DOM.

Source : Insee, DADS 2010.

Corrigé

Le calcul de la médiale et de l'indice de Gini suppose au préalable de déterminer les masses statistiques puis les masses statistiques relatives cumulées. On peut déduire des quantiles du tableau 1 la répartition selon la tranche de salaires de 100 salariés : 10 % (ou 10 personnes sur 100) perçoivent de 17 000 € (salaire minimum fixé par l'énoncé) à 18 071 € (valeur du premier décile) ; 15 % (ou 15 personnes sur 100) ont un salaire compris entre 18 071 € et 21 376 € (valeur du premier quartile) ; 25 % perçoivent de 21 376 € à 26 852 € (valeur de la médiane), etc. (tableau 2, colonnes 1 et 2).

On peut calculer les masses statistiques (ici les masses salariales) comme si on étudiait un échantillon de 100 salariés : la masse salariale attribuée aux 10 personnes (sur 100) les moins bien rémunérées correspond au produit du centre de classe de cette tranche de salaires (moyenne arithmétique des bornes de l'intervalle de salaires ; colonne 4) par ces 10 personnes (pour 100 ; colonne 2). On reproduit ce calcul pour toutes les tranches de salaires (colonne 5). La somme de toutes ces masses salariales correspond à la masse salariale totale pour 100 personnes. En divisant la masse salariale de chaque tranche de salaires par cette masse totale, on détermine la part de la masse salariale totale attribuée à chaque catégorie de salariés (colonne 6). On peut ensuite calculer la masse salariale cumulée (colonne 7).

Tableau récapitulatif des calculs

Tranche de salaires (en €) [1]	**% [2]**	**Cumul % [3]**	**Centre de classe [4]**	**MS pour 100 [5]**	**% de MS [6]**	**Cumul % de MS [7]**
17 000-18 070	10%	0%	17 536	175 360	5%	0%
18 071-21 375	15%	10%	19 724	295 860	9%	5%
21 376-26 851	25%	25%	24 114	602 850	18%	14%
26 852-36 670	25%	50%	31 762	794 050	24%	32%
36 671-53 173	15%	75%	44 923	673 845	20%	56%
53 174 ou +	10%	90%	77 094	770 935	23%	77%
TOTAL	**100%**	100%	33 129	3 312 900		100%

Les 10 % des salariés les moins bien payés perçoivent 5 % de la masse salariale attribuée à l'ensemble des personnes travaillant dans l'industrie, les commerces et les services. Un peu moins d'un tiers de l'ensemble des revenus est attribuée à la moitié des salariés. Il y a donc une légère inégalité que traduit la confrontation entre le salaire médian (Me = 26 852 €) et le salaire médial (Ml) :

32 % de la masse salariale est attribuée aux personnes percevant une rémunération annuelle inférieure à 26 852 € ; 56 % de la masse salariale totale est attribuée aux personnes percevant une rémunération annuelle inférieure à 36 671 €. Le salaire médial, qui partage la masse salariale totale en deux masses égales est donc compris entre 26 852 € et 36 671 €. Il est bien plus proche de cette dernière valeur que du salaire médian.

$$Ml = 26\ 852 + \frac{(0{,}50 - 0{,}32)}{(0{,}56 - 0{,}32)} \times (36\ 671 - 26\ 852) = 34\ 054\ €$$

Alors que la moitié des salariés de ce secteur professionnel gagne moins de 26 852 €, il faut agréger l'ensemble des salariés qui perçoivent moins de 34 054 € pour cumuler la moitié de la masse salariale dans le secteur de l'industrie, des commerces et des services.

On peut compléter cet indicateur par le calcul de l'indice de Gini. On trace au préalable le carré de Gini, qui permet de comparer graphiquement la courbe des inégalités (ou courbe de Lorenz) à la droite des égalités (figure 1). Dans le cas d'une stricte égalité où les salariés percevraient tous le même salaire, 10 % des salariés devraient percevoir 10 % de la masse salariale, 20 % des salariés 20 % de la masse salariale, etc. Dans ce cas, la médiane est égale à la médiale.

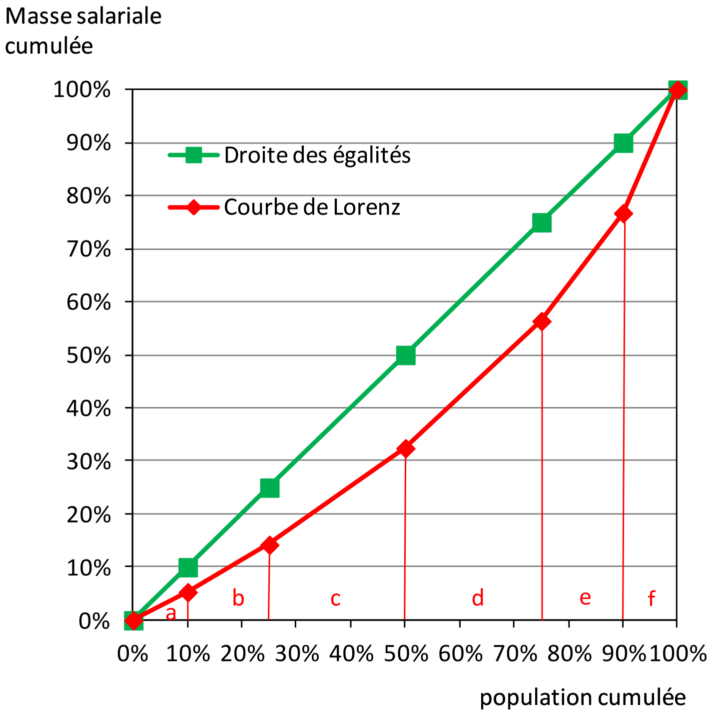
L'indice de Gini correspond à l'écart relatif entre une situation d'égalité parfaite et la situation opposée de concentration absolue. Plus la valeur s'écarte de 0 (égalité parfaite) et tend vers 1 (ou 100 %), plus la concentration est forte. Cet indice correspond au rapport entre, d'une part, la surface située entre la droite des égalités et la courbe de Lorenz et, d'autre part, celle située sous la droite des égalités.

La surface située entre la courbe de Lorenz et la droite des égalités correspond à la différence entre la surface située sous la droite des égalités et celle située sous la courbe de Lorenz.

La surface située sous la droite des égalités correspond à la moitié de la surface du carré de Gini (soit 0,5 ou 5 000 si les fréquences sont exprimées pour 100).

La surface sous la courbe de Lorenz peut être approchée en faisant la somme des différents trapèzes dont les sommets sont définis par les fréquences cumulées et les masses statistiques cumulées.

Figure 1. Carré de Gini



$$S_a = (0{,}1-0)\times\frac{(0+0{,}5)}{2} = 0{,}003$$

$$S_b = (0{,}25-0{,}1)\times\frac{(0{,}5+0{,}14)}{2} = 0{,}015$$

$$S_c = (0{,}5-0{,}25)\times\frac{(0{,}14+0{,}32)}{2} = 0{,}058$$

$$S_d = (0{,}75-0{,}5)\times\frac{(0{,}32+0{,}56)}{2} = 0{,}111$$

$$S_e = (0{,}9-0{,}75)\times\frac{(0{,}56+0{,}77)}{2} = 0{,}100$$

$$S_f = (1-0{,}9)\times\frac{(0{,}77+1)}{2} = 0{,}088$$

$$\sum_{x=a}^{f} S_x = 0{,}003+0{,}015+0{,}058+0{,}111+0{,}100+0{,}088 = 0{,}375$$

$$I_G = \frac{0{,}5-0{,}375}{0{,}5} = \frac{0{,}125}{0{,}5} = 0{,}25 = 25\ \%$$

L'indice de Gini est de 25 %, ce qui est une valeur relativement faible. La concentration des salaires est donc ici modérée, même si près du quart de la masse salariale (23 %) est attribuée aux 10 % des salariés les mieux rémunérés. A l'opposé, 5 % de la masse salariale est consacrée à la rémunération des 10 % les moins bien payés. Les 10 % les mieux payés ont en moyenne un salaire 3 fois supérieur à celui des 10 % les moins bien payés (D_9/D_1 = 2,94) ; quant au rapport entre les salaires du quart le mieux payé et le quart le moins bien payé, il est nettement inférieur à 2 (Q_3/Q_1 = 1,72), ce qui conforte le constat d'une dispersion et d'une concentration des salaires modérée.