

Exercice 1

L'évolution du record du monde du 100 mètre messieurs depuis 1983

CORRIGÉ

Entre l'été 1983 et l'été 2007, en athlétisme, le record du monde du 100 mètres messieurs a progressivement été amélioré de 19 centièmes de secondes, passant de 9,93 s (Calvin Smith en 1983) à 9,74 s (Asafa Powell en 2007). Le tableau 1 présente l'évolution de ce record¹.

Tableau 1. Evolution du record du monde du 100 mètres messieurs

Temps (secondes)	Année	Athlète	Nationalité
9,93 s	1983	Calvin Smith	USA
9,92 s	1988	Carl Lewis	USA
9,86 s	1991	Carl Lewis	USA
9,85 s	1994	Leroy Burrell	USA
9,84 s	1996	Donovan Bailey	Canada
9,79 s	1999	Maurice Green	USA
9,77 s	2005	Asafa Powell	Jamaïque
9,74 s	2007	Asafa Powell	Jamaïque

Source : IAAF

- 1) Représentez graphiquement l'évolution du record du monde du 100 mètres messieurs entre 1983 et 2007. Les performances étant réalisées au cours de l'été, on considèrera que chaque record a été réalisé en moyenne au milieu de l'année.
- 2) Ajustez cette série de points au moyen d'une fonction de votre choix. Calculez le coefficient de corrélation linéaire. Représentez graphiquement cette fonction sur le graphique de la question 1. Peut-on dire que le record du monde du 100 mètres a progressé de façon régulière ? Selon ce modèle, quel aurait dû être le record du monde du 100 mètres au milieu de l'année 2013 ?

¹ En 1991, le record du monde a été amélioré 2 fois : une première fois par Leroy Burrell en juin (9,90 s), la seconde fois par Carl Lewis en août (9,86 s). On n'a conservé que cette seconde performance qui correspond au meilleur temps jamais établi à la fin de la saison 1991.

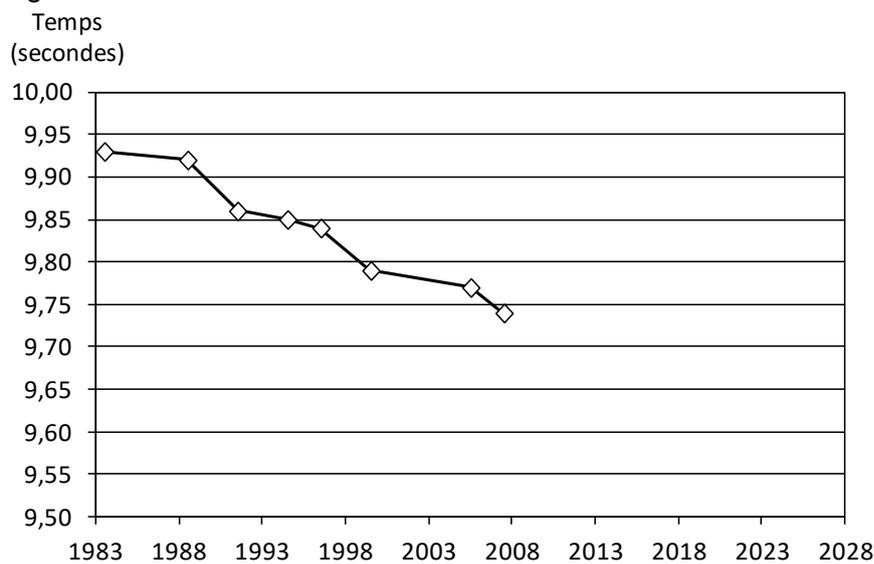
3) En 2008, le jamaïcain Usain Bolt réalise le temps de 9,69 s. L'année suivante, en 2009, il abaisse son propre record du monde en courant le 100 mètres en 9,58 s. Représentez ces deux performances sur le graphique de la question 1. « Normalement », si les performances avaient continué d'évoluer au même rythme qu'entre 1983 et 2007, en quelle année le temps de 9,58 s aurait-il dû être atteint ?

4) Utilisez tous ces résultats pour commenter en quelques lignes la performance d'Usain Bolt et situer sa place dans l'histoire de cette discipline.

~~~~~  
**Corrigé**

1) Représentation graphique de l'évolution du record du monde du 100 mètres entre 1983 et 2007

Figure 1a. Evolution du record du monde du 100 mètres messieurs (athlétisme)



2) La figure 1a montre que l'évolution du record du monde du 100 mètres suit une pente globalement régulière ; elle peut être approchée par une fonction de type linéaire. On cherche donc les paramètres  $a$  (pente de la droite) et  $b$  (ordonnée à l'origine) de la droite de régression linéaire qui permet d'approcher le record du monde du 100 mètres en fonction de l'année d'observation.

$$\text{Record du monde} = a \times \text{Année} + b$$

On s'assurera de la robustesse de l'ajustement linéaire en calculant le coefficient de détermination ( $R^2$ ) et le coefficient de corrélation linéaire ( $r$ ).

Rappels :

$$a = \frac{\text{cov}(x,y)}{\text{var}(x)}$$

$$b = \bar{y} - a \times \bar{x}$$

$$R^2 = \frac{\text{cov}(x,y)^2}{\text{var}(x) \times \text{var}(y)}$$

$$r = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sqrt{\text{var}(x) \times \text{var}(y)}}$$

$$\text{cov}(x,y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})]$$

$$\text{var}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\text{var}(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

Application numérique :

| Temps (y)    | Date moyenne de performance (x) | x-xmoy<br>[1] | y-y moy<br>[2] | [1]×[2] | (x-xmoy) <sup>2</sup> | (y-y moy) <sup>2</sup> |
|--------------|---------------------------------|---------------|----------------|---------|-----------------------|------------------------|
| 9,93         | 1983,5                          | -12,38        | 0,09           | -1,114  | 153,141               | 0,008                  |
| 9,92         | 1988,5                          | -7,38         | 0,08           | -0,590  | 54,391                | 0,006                  |
| 9,86         | 1991,5                          | -4,38         | 0,02           | -0,088  | 19,141                | 0,000                  |
| 9,85         | 1994,5                          | -1,38         | 0,01           | -0,014  | 1,891                 | 0,000                  |
| 9,84         | 1996,5                          | 0,63          | 0,00           | 0       | 0,391                 | 0,000                  |
| 9,79         | 1999,5                          | 3,63          | -0,05          | -0,181  | 13,141                | 0,003                  |
| 9,77         | 2005,5                          | 9,63          | -0,07          | -0,674  | 92,641                | 0,005                  |
| 9,74         | 2007,5                          | 11,63         | -0,10          | -1,163  | 135,141               | 0,010                  |
| <b>Total</b> |                                 |               |                | -3,824  | 469,878               | 0,032                  |

$$\bar{x} = \frac{15\,967}{8} = 1995,9$$

$$\bar{y} = \frac{78,7}{8} = 9,84$$

$$\text{cov}(x,y) = \frac{-3,834}{8} = -0,478$$

$$\text{var}(x) = \frac{469,878}{8} = 58,735$$

$$\text{var}(y) = \frac{0,032}{8} = 0,004$$

$$a = \frac{-0,478}{58,735} = -0,0081$$

$$b = 9,84 - (-0,0081) \times 1995,9 = 26,007$$

On peut donc estimer les records du monde à partir de la relation suivante :

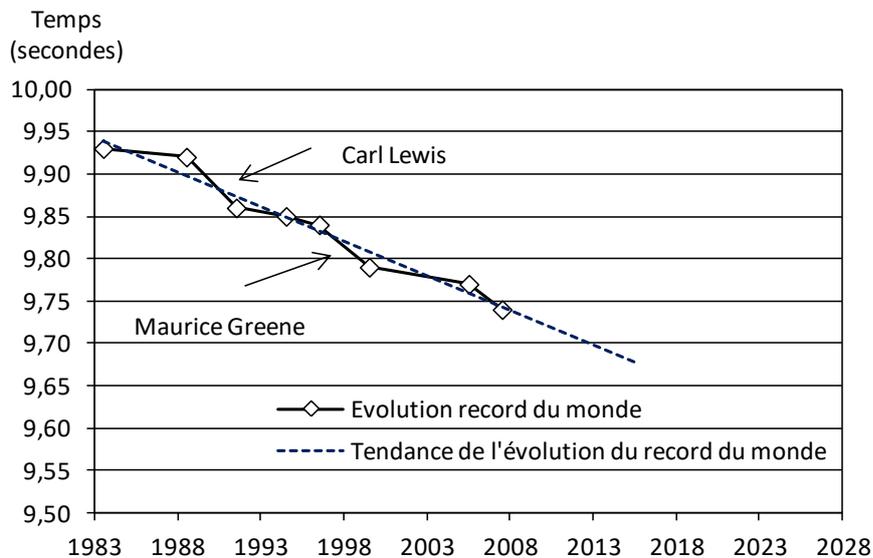
$$\hat{y} = -0,0081 \times x + 26,007$$

Selon cette relation, le record du monde à la mi-2013 aurait dû être de 9,70 s :

$$\hat{y} = -0,0081 \times 2013,5 + 26,007 = 9,70$$

On peut représenter graphiquement ce modèle. Il suffit de tracer la droite qui relie deux points : le point moyen (1995,9 ; 9,84) et un point quelconque à calculer, par exemple celui correspondant à l'estimation du record du monde à la moitié de l'année 2013 (2013,5 ; 9,70).

Figure 1b. Evolution réelle du record du monde du 100 mètres messieurs et ajustement linéaire



Cet ajustement est très robuste : la valeur absolue des coefficients de détermination et de corrélation linéaire est quasiment égale à 1 :

$$R^2 = \frac{(-0,478)^2}{58,735 \times 0,004} = 0,973$$

$$r = \frac{-0,478}{\sqrt{58,735 \times 0,004}} = -0,986$$

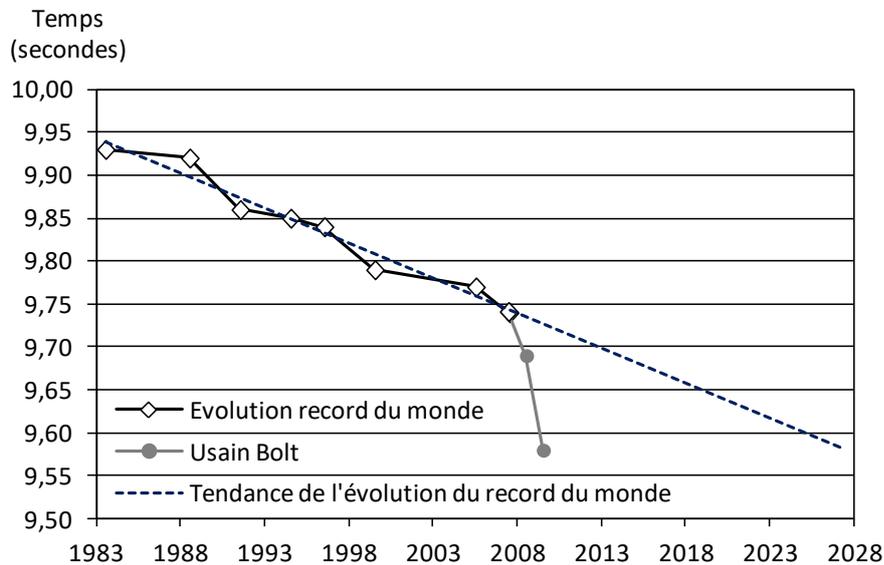
Le coefficient de corrélation linéaire est négatif car le record du monde du 100 mètres diminue au fil du temps. Le coefficient de corrélation linéaire est toujours de même signe que la pente de la droite d'ajustement linéaire (de même signe que la covariance).

Commentaires de la figure 1b : par rapport au modèle d'évolution linéaire, l'évolution réelle est caractérisée par deux ruptures de pente assez marquée. La première correspond à la performance de Carl Lewis en 1991 (9,82 s) qui a permis une accélération de l'évolution du record du monde. D'une certaine manière, non seulement Carl Lewis était plus rapide que ses adversaires, mais il était aussi un peu en avance sur son temps. On peut faire le même constat avec la performance en 1999 de Maurice Greene (9,79 s). D'un point de vue statistique, on peut donc dire que ces deux athlètes ont eu sur leur discipline une influence plus forte que les autres détenteurs du record du monde entre 1983 et 2007. Mais aucun de ces deux coureurs n'aura fait progresser le record du monde aussi fortement que Usain Bolt.

### 3 & 4) Le cas Usain Bolt

En 2008 puis en 2009, cet athlète jamaïcain fait progresser le record du monde d'une manière aussi spectaculaire qu'inattendue : en réalisant 9,69 s en 2008 puis 9,58 s en 2009, il a accéléré d'une manière prodigieuse l'évolution du record du monde.

Figure 1c. Le cas Usain Bolt : une accélération spectaculaire de l'évolution du record du monde



« Normalement », si l'évolution du record du monde s'était poursuivie au rythme des 25 précédentes années (1983-2007), c'est seulement en 2028 que ce record aurait dû atteindre les 9,58 secondes. On pouvait déterminer cette valeur graphiquement ou par le calcul :

$$\hat{y} = -0,0081 \times x + 26,007$$

$$\hat{y} - 26,007 = -0,0081 \times x$$

$$\frac{\hat{y} - 26,007}{-0,0081} = x$$

$$x = -\frac{\hat{y} - 26,007}{0,0081} = -\frac{9,58 - 26,007}{0,0081} = 2028$$

Largement en avance sur ses rivaux, Usain Bolt l'est tout autant sur son temps : il a 20 ans d'avance sur l'amélioration attendue des performances. Du point de vue des performances sportives, il est incontestablement l'athlète le plus remarquable dans cette discipline depuis 1983.